

УДК 621.382

Е.В. Гусев, А.Н. Шестеркин

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ ЗАЖИГАНИЯ ГАЗОРАЗРЯДНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ОТОБРАЖЕНИЯ ПРИ ОДИНАКОВЫХ УСЛОВИЯХ ВОЗБУЖДЕНИЯ

Получены аналитические выражения, позволяющие упростить оценку показателей надежности зажигания совокупности параллельно возбуждаемых элементов в случае, когда интенсивности их зажигания при одинаковых условиях возбуждения равны.

Для оценки показателей надежности воспроизведения изображений на газоразрядных матричных индикаторах используют аналитические методы, в частности, основанные на решении систем дифференциальных уравнений [1], статистическое моделирование процессов зажигания элементов [2] и др. При этом случайный процесс зажигания возбуждаемых элементов представляют в виде графа, воспроизводящего все возможные состояния элементов и возможные переходы.

Одним из основных режимов формирования изображений является параллельное возбуждение элементов, относящихся к одному электроду. При параллельном возбуждении достаточно большого числа (несколько десятков) элементов отображения граф, отображающий все возможные состояния, является сложным, система уравнений Колмогорова громоздка и даже последовательное решение уравнений этой системы является трудоемкой задачей. Практическое использование этого метода ограничивается оценкой показателей надежности нескольких возбуждаемых элементов. Аналогичные трудности возникают и при оценке показателей надежности совокупности возбуждаемых элементов методом статистического моделирования. Алгоритм вычисления времени запаздывания зажигания совокупности возбуждаемых элементов отражает граф состояний и, естественно, также является громоздким [2]. Система дифференциальных уравнений и алгоритм определения времени запаздывания зажигания остаются громоздкими, даже если характеристики элементов в сходных ситуациях являются одинаковыми.

В работе приведена оценка показателей надежности зажигания совокупности параллельно возбуждаемых элементов для случаев, когда интенсивности зажигания элементов, находящихся в одинаковых условиях возбуждения, равны.

Ветвь графа сложной схемы зажигания (гибели) n элементов отображения показана на рис.1. Для упрощения на рисунке аргументы у вероятностей состояний опущены.

В соответствии с известными правилами запишем систему дифференциальных уравнений Колмогорова. Нижние и верхние индексы у вероятностей $P_{\alpha}^{(\beta)}(t)$ и интенсивностей зажигания $\lambda_{\alpha}^{(\beta)}$ определяют зажигаемый и влияющий элементы.

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dP_0(t)}{dt} &= -\sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} P_0(t); \\ \frac{dP_1(t)}{dt} &= -\sum_{\beta=2}^n \lambda_{\beta}^{(1)} P_1(t) + \lambda_1 P_0(t); \\ &\dots \\ \frac{dP_{\alpha\beta}(t)}{dt} &= -\sum_{\gamma=1}^n \lambda_{\gamma}^{(\alpha\beta)} P_{\alpha\beta}(t) + \\ &+ \lambda_{\beta}^{(\alpha)} P_{\alpha}(t) + \lambda_{\alpha}^{(\beta)} P_{\beta}(t); \\ &\dots \\ \frac{dP_{\alpha\beta\gamma\rho\varepsilon}(t)}{dt} &= -\sum_{\eta=1}^n \lambda_{\eta}^{(\alpha\beta\gamma\rho\varepsilon)} P_{\alpha\beta\gamma\rho\varepsilon}(t) + \\ &+ \lambda_{\varepsilon}^{(\alpha\beta\gamma\rho)} P_{\alpha\beta\gamma\rho}(t) + \lambda_{\alpha}^{(\beta\gamma\rho\varepsilon)} P_{\beta\gamma\rho\varepsilon}(t) + \\ &+ \dots + \lambda_{\rho}^{(\alpha\beta\gamma\varepsilon)} P_{\alpha\beta\gamma\varepsilon}(t); \\ &\dots \\ \frac{dP_{\alpha\beta\gamma\rho\varepsilon\mu\nu\vartheta}(t)}{dt} &= \\ &= \sum_{\nu=1}^n \lambda_{\nu}^{(\alpha\beta\gamma\rho\varepsilon\mu)} P_{\alpha\beta\gamma\rho\varepsilon\mu\nu}(t). \end{aligned} \right. \quad (1)$$

Кроме того, можно записать условие нормировки: сумма вероятностей всех состояний для любого момента времени равна единице

$$P_0(t) + P_1(t) + \dots + P_{\alpha\beta}(t) + \dots + P_{\alpha\beta\gamma\dots\rho\varepsilon}(t) + \dots + P_{\alpha\beta\gamma\dots\rho\varepsilon\dots\mu\nu\vartheta}(t) = 1.$$

Таким образом, для определения 2^n неизвестных вероятностей зажигания имеем $2^n + 1$ уравнение, и поэтому любое уравнение системы (1) можно исключить. Так как в момент подключения элементов ни один из них не горит, то начальными условиями решения системы дифференциальных уравнений являются

$$P_0(0) = 1, P_1(0) = \dots = P_{\alpha\beta}(0) = \dots = P_{\alpha\beta\gamma\dots\rho}(0) = \dots = P_{\alpha\beta\gamma\dots\rho\varepsilon\dots\mu\nu}(0) = \dots = P_{\alpha\beta\gamma\dots\rho\varepsilon\dots\mu\nu\vartheta}(0) = 0.$$

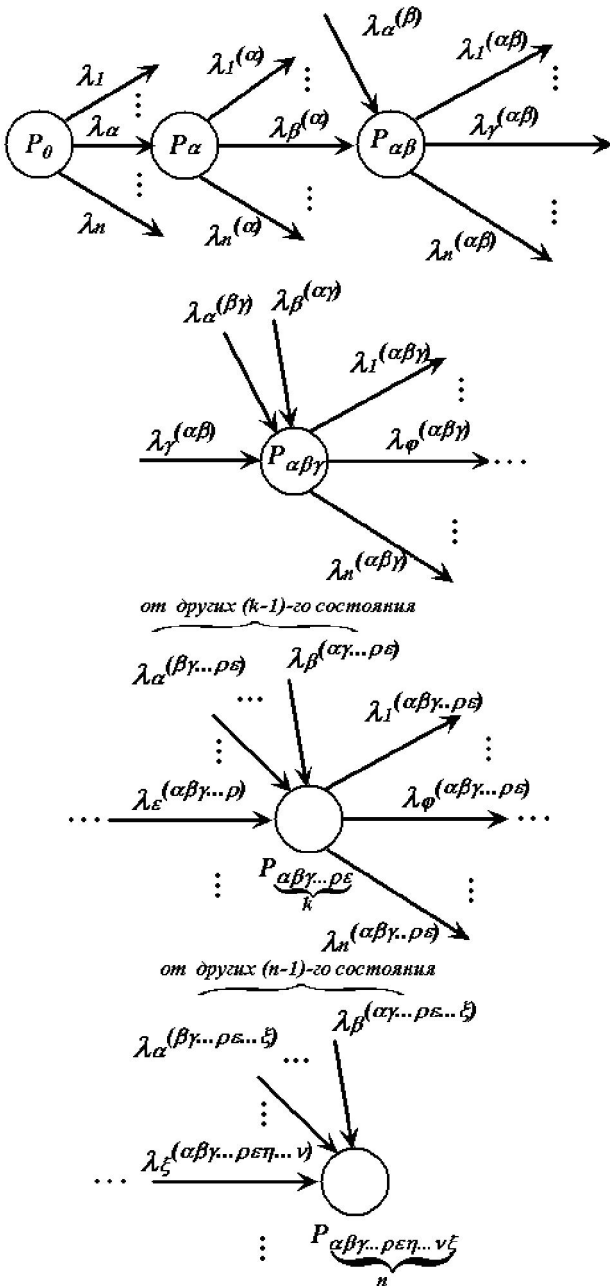


Рис. 1. Ветвь графа сложной схемы зажигания n элементов отображения

Нетрудно убедиться, что даже последовательное нахождение значений вероятностей пребывания совокупности возбуждаемых элементов на основе системы (1) весьма трудная задача. Исключение составляет определение вероятности начального состояния $P_0(t) = \exp(-\sum_{\alpha=1}^n \lambda_\alpha)$.

Экспериментальные исследования газоразрядных матричных индикаторов показывают, что в большом числе случаев интенсивности зажигания элементов отображения в сходных режимах отличаются незначительно или вообще одинаковы. В частности, интенсивности зажигания элементов в автономном режиме (без «подсвета») отличаются лишь из-за разброса характеристик индикатора. Весьма схожи и характеристики элементов при «подсвете» их равным числом элементов. В связи с этим будем считать, что интенсивности зажигания элементов при «подсвете» их одинаковым числом элементов равны, то есть

$$\lambda_{\alpha}^{(\alpha\beta\gamma\dots\rho\varepsilon\dots\mu\nu\vartheta)} = \lambda_{\alpha}^{(\beta\gamma\dots\rho\varepsilon\dots\mu\nu\vartheta)} = \dots = \lambda_{\nu}^{(\alpha\beta\gamma\dots\rho\varepsilon\dots\mu\vartheta)} = \lambda^{(n-1)};$$

$$\lambda_{\alpha}^{(\beta\gamma\dots\rho\varepsilon)} = \lambda_{\beta}^{(\alpha\gamma\dots\rho\varepsilon)} = \dots = \lambda_{\vartheta}^{(\alpha\beta\gamma\dots\rho)} = \lambda^{(k)};$$

$$\lambda_{\alpha} = \lambda_{\beta} = \dots = \lambda_{\vartheta} = \lambda^{(0)}.$$

Таким образом, ниже верхний индекс интенсивностей показывает число элементов, которое зажжено, и оказывает влияние на очередной возбуждаемый элемент.

Для преобразований графа (рис. 1), в котором интенсивности зажигания соответствуют (2), обозначим вероятность зажигания k элементов, которые загорелись в любой последовательности, $P_k(t)$. Эта вероятность равна сумме вероятностей зажигания k элементов, загоревшихся во всех возможных сочетаниях. Очевидно, что число слагаемых, образующих вероятность $P_k(t)$, равно числу возможных сочетаний из n по k , то есть C_n^k . Таким образом,

$$P_k(t) = P_{\alpha\beta\gamma\dots\rho\varepsilon}^{(k)}(t) + P_{\beta\alpha\gamma\dots\rho\varepsilon}^{(k)}(t) + \dots + P_{\varepsilon\rho\dots\gamma\beta\alpha}^{(k)}(t),$$

следовательно, в дальнейших обозначениях $P_k(t)$ - это вероятность зажигания k элементов в любом сочетании.

Преобразуем граф, ветвь которого показана на рис. 1, если интенсивности зажигания соответствуют (2). В состоянии с одним зажженным элементом можно перейти только из исходного состояния, когда ни один элемент не горит, при-

чем интенсивности перехода из исходного состояния в любое смежное состояние с одним горящим элементом одинаковы и равны $\lambda^{(0)}$. В соответствии с принятыми обозначениями вероятность зажигания одного любого элемента равна $P_1(t)$. Заменим n вершин графа (рис.1), соответствующих зажиганию одного элемента, одной, с вероятностью состояния $P_1(t)$. Тогда вершина, соответствующая начальному состоянию, и смежная с ней вершина, соответствующая зажиганию одного элемента, оказываются соединенными n дугами, каждая из которых характеризуется интенсивностью перехода $\lambda^{(0)}$. Следовательно, уравнение для исходного состояния можно записать в виде

$$\frac{dP_0(t)}{dt} = -n\lambda^{(0)}P_0(t).$$

В любое из $C_n^2 = \frac{n(n-1)}{2}$ состояний с двумя зажженными элементами из любого состояния с одним зажженным элементом (таких состояний n) можно перейти $(n-1)$ способом, то есть $(n-1)$ незажженных элементов могут загореться в любой последовательности. Таким образом, ранее образованная вершина, соответствующая зажиганию одного элемента, и каждая смежная с ней вершина, соответствующая зажиганию двух элементов, соединены $(n-1)$ дугой. При этом все дуги исходят из состояния, соответствующего одному зажженному элементу, и каждая из дуг характеризуется интенсивностью перехода $\lambda^{(1)}$. Заменим C_n^2 вершин графа, соответствующих зажиганию двух элементов, одной, с вероятностью состояния $P_2(t)$. Тогда n следующих уравнений в системе (1) можно записать в виде одного

$$\frac{dP_1(t)}{dt} = -(n-1)\lambda^{(1)}P_1(t) + n\lambda^{(0)}P_0(t).$$

В вершины, соответствующие трем зажженным элементам (в разном сочетании), из вновь образованной вершины с двумя зажженными элементами можно перейти по $(n-2)$ дугам, каждая из которых характеризуется интенсивностью перехода $\lambda^{(2)}$. Как и ранее, заменим C_n^3 вершин графа, соответствующих зажиганию трех элементов, одной, с вероятностью состояния $P_3(t)$. Тогда вместо $(n-1)n/2$ следующих уравнений в системе (1) можно записать одно

$$\frac{dP_2(t)}{dt} = -(n-2)\lambda^{(2)}P_2(t) + (n-1)\lambda^{(1)}P_1(t).$$

Аналогично можно объединить узлы для всех состояний с одинаковым количеством за-

жженных элементов и смежные с ними дуги и записать соответствующие уравнения. В частности, n последних уравнений, в которые входят производные, характеризующие финальное состояние, принимают вид

$$\frac{dP_n(t)}{dt} = \lambda^{(n-1)}P_{n-1}(t).$$

Таким образом, упрощенный граф зажигания элементов (рис. 2) и система дифференциальных уравнений имеют вид

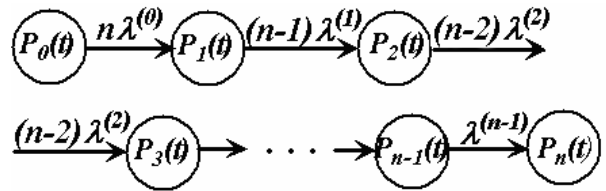


Рис. 2. Упрощенный граф, характеризующий зажигание n элементов

$$\begin{cases} \frac{dP_0(t)}{dt} = -n\lambda^{(0)}P_0(t); \\ \frac{dP_1(t)}{dt} = -(n-1)\lambda^{(1)}P_1(t) + n\lambda^{(0)}P_0(t); \\ \dots \\ \frac{dP_{n-1}(t)}{dt} = -\lambda^{(2)}P_{n-1}(t) + 2\lambda^{(n-2)}P_{n-2}(t); \\ \frac{dP_n(t)}{dt} = \lambda^{(n-1)}P_{n-1}(t). \end{cases} \quad (3)$$

Эта система уравнений, так же, как и исходная, решается при тех же начальных условиях $P_0(0) = 1, P_1(0) = P_2(0) = \dots = P_{n-1}(0) = P_n(0) = 0$ и может быть дополнена условием нормировки $P_0(t) + P_1(t) + P_2(t) + \dots + P_{n-1}(t) + P_n(t) = 1$.

Уравнение системы (3) можно получить также путем суммирования левых и правых частей уравнений системы (1), характеризующих зажигание одного, двух, трех и т.д. элементов.

Система дифференциальных уравнений (3) содержит существенно меньшее число уравнений - $(n+1)$, причем решать эти уравнения можно также последовательно. При постоянных различных интенсивностях переходов $\lambda^{(0)}n \neq \lambda^{(1)}(n-1) \neq \dots \neq \lambda^{(i)}(n-i) \neq \dots \neq \lambda^{(n-1)}$, используя преобразования Лапласа-Карсона можно получить вероятность зажигания всех n элементов, которая равна

$$P_n(t) = 1 - \sum_{i=0}^{n-1} \frac{e^{-\lambda^{(i)}(n-i)t}}{\prod_{j=0, j \neq i}^{n-1} \left[1 - \frac{\lambda^{(i)}(n-i)}{\lambda^{(j)}(n-j)} \right]}. \quad (4)$$

Выражение (4) позволяет определить вероятность зажигания любого количества элементов с равными произвольными значениями интенсивностей зажигания элементов отображения в автономном режиме и при «подсвете» одинаковым числом элементов.

Пример. Производится одновременное возбуждение трех элементов отображения. Интенсивности зажигания элементов в автономном режиме Λ_0 , при подсвете одним элементом Λ_1 , при подсвете двумя элементами Λ_2 . Граф, характеризующий зажигание этих элементов, показан на рис. 3.

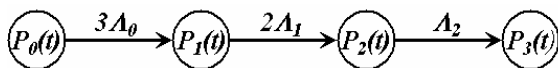


Рис. 3. Граф, характеризующий зажигание трех элементов

Система уравнений для этого графа содержит 4 уравнения, которые нетрудно записать, пользуясь известными правилами. Начальные условия $P_0(0) = 1, P_1(0) = P_2(0) = P_3(0) = 0$.

На рис. 4 показаны графики, характеризующие вероятности зажигания трех элементов, полученные в результате аналитических расчетов для традиционного (путем решения 7-и уравнений) и упрощенного (решение 3-х уравнений) графов. Кривые 1,2 соответствуют случаю, когда элементы не оказывают влияния друг на друга ($\Lambda_0 = \Lambda_1 = \Lambda_2$), 5,6 – когда элементы оказывают сильное влияние друг на друга ($\Lambda_1 = \Lambda_2 = 100\Lambda_0$). Графики 3, 4 соответствуют реальному взаимодействию между элементами, которые удалены друг от друга на расстояние 3-5 шагов по координатной сетке индикатора ($\Lambda_1 = \Lambda_2 = 20\Lambda_0$). Очевидно, что вероятности зажигания, вычисленные путем решения систем уравнения (1) и (3), полностью совпадают.

В процессе исследований определены вероятности зажигания элементов традиционным и предлагаемым методами при различных интенсивностях зажигания в автономном режиме (технологический разброс) и при «подсвете» горящими элементами (различное взаимное расположение элементов). Вычисления проведены для условий ранее рассмотренного примера, если интенсивности зажигания первого элемента сохранены прежними, а для второго и третьего соответственно уменьшены и увеличены на 10 %.

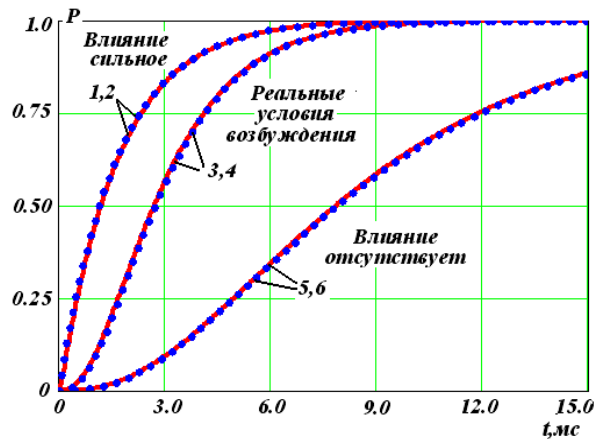


Рис. 4. Вероятность зажигания трех параллельно возбуждаемых элементов

Установлено, что суммарные вероятности зажигания элементов практически совпадают с приведенными выше результатами, однако происходит некоторое перераспределение вероятностей зажигания элементов в различных последовательностях. Большой вклад в вероятность зажигания элементов вносят последовательности, в которых элементы с большими λ в автономном режиме загораются первыми и на очередной загорающийся элемент оказывается более сильное влияние. В индикаторах такие ситуации соответствуют случаям, когда крайний элемент имеет большую интенсивность, а последовательность зажигания элементов совпадает с порядком их расположения.

Таким образом, для аналитической оценки надежности зажигания параллельно возбуждаемых элементов газоразрядных матричных индикаторов в большинстве случаев можно использовать упрощенный граф и соответствующую ему систему дифференциальных уравнений, что существенно упрощает вычисление показателей надежности.

Библиографический список

1. Смоляров А.М., Шестеркин А.Н. Надежность формирования изображения на газоразрядной индикаторной панели при параллельном возбуждении ячеек // Электронная техника. Сер.4. Электровакуумные и газоразрядные приборы: Науч.-техн.сб. ЦНИИ «Электроника». Вып. 8. 1979. С.99 - 105.
2. Шестеркин А.Н. Определение надежности воспроизведения изображений методом статистического моделирования // Вестник РГРТА. Вып. 11. Рязань, 2003. С.40-43.