

УДК 621.3.083.92: 616-073.7

*А.В. Куреев*

## МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ СИСТЕМА КОНТРОЛЯ ПЭС БИООБЪЕКТА

*Предложена многопараметрическая адаптивная система контроля пассивных электрических свойств (ПЭС) биообъекта. Благодаря применению смешанной схемы адаптивной параметрической идентификации и специальной формы тестового воздействия при минимальном объеме необходимых вычислительных затрат достигнуты высокие информационные характеристики. Эффективность применения предлагаемой адаптивной системы доказана результатами сравнительных испытаний различных алгоритмов идентификации и различных форм тестовых воздействий.*

**Введение.** Исследование пассивных электрических свойств (ПЭС) биологических объектов получает все большее распространение в медицине как средство контроля и диагностики. В первую очередь, это связано с возможностью получения на их основе определенного объема полезной информации, часто недоступной по тем или иным причинам для других методов исследования. Важным преимуществом методов, основанных на исследовании ПЭС, по сравнению с другими методами медицинской диагностики, являются безопасность и оперативность применения, а также сравнительно низкая себестоимость диагностических систем. Среди всех методов исследования ПЭС в медико-биологической практике наиболее широкое распространение получили методы, основанные на исследовании электрического импеданса биообъекта [1]. Однако в настоящее время в силу ряда недостатков, среди которых основными являются большая продолжительность и низкая информативность измерений, область их применения весьма ограничена.

Цель настоящей работы заключается в разработке новой высокоэффективной системы сбора и предварительной обработки первичной измерительной информации, получаемой при исследовании ПЭС биообъекта, позволяющей получать о нем максимально возможный объем полезной информации.

Актуальность работы обоснована возможностью значительного расширения круга практических задач медицинской диагностики, решаемых на основании результатов исследования ПЭС биообъекта, за счет применения более совершенных систем контроля ПЭС.

**Теоретические исследования.** В настоящей работе задача исследования биообъекта рассмат-

ривается как задача идентификации его математической модели. Такой подход позволяет однозначно связать между собой все элементы системы контроля ПЭС в единое целое и определить оптимальные с точки зрения достижения максимальной информативности характеристики каждого из них.

Пассивные электрические свойства биообъекта описываются с помощью структурированной линейной динамической модели с дискретным временем. Основная причина использования линейной модели заключается в том, что при использовании возбуждающего тока, не превышающего физиологическую норму, такая модель является достаточно адекватной [1] реальному биообъекту. Потеря информативности, связанная с линеаризацией, в этом случае оказывается незначительной и компенсируется наличием высокоэффективных методов идентификации линейных модельных структур. Модель имеет нормальную структуру рекурсивного цифрового фильтра, наиболее адекватную биообъекту.

В качестве метода идентификации используются адаптивные методы параметрической идентификации. Применение этих методов оправдано тем, что они позволяют достичь высокой точности при минимальных вычислительных затратах. В условиях отсутствия существенного ограничения на объем входных данных применение адаптивных методов считается наиболее рациональным [2].

В ходе исследований были рассмотрены две схемы адаптивной идентификации - прямая и смешанная. В случае применения прямой схемы (рисунок 1, а) идентифицируемая модель имеет структуру выходной ошибки (ОЕ в [3]):

$$y(t) = \frac{B(z)}{A(z)}x(t) + e(t), \quad (1)$$

где  $B(z)$  и  $A(z)$  - многочлены числителя и знаменателя передаточной функции,  $x(t)$  - входное (тестовое) воздействие,  $y(t)$  - отклик биообъекта,  $e(t)$  - посторонний шум.

В случае применения смешанной схемы идентификации (рисунок 1, б) идентифицируемая модель имеет структуру ARX:

$$y(t) = \frac{B(z)}{A(z)} \cdot x(t) + \frac{1}{A(z)}e(t). \quad (2)$$

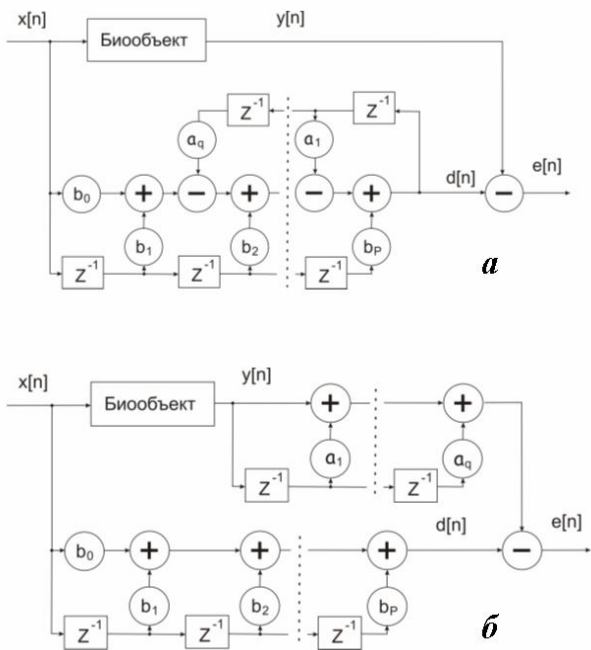


Рисунок 1 – Схемы адаптивной идентификации

Алгоритмы адаптивной идентификации модели (1) в различных вариантах достаточно подробно описаны в [4] и здесь не приводятся. Общим недостатком этих алгоритмов являются сравнительно медленная сходимость и большая вычислительная сложность. Кроме того, их реализация требует применения специальных мер для обеспечения устойчивости работы, а их сходимость к глобальному минимуму в общем случае не гарантируется.

В монографии [3] описан рекурсивный алгоритм наименьших квадратов (RLS-алгоритм) для идентификации модели (2). Для принятых обозначений он имеет следующий вид:

$$V_{n+1} = V_n + \frac{2\eta}{1-\alpha} e[n] \cdot Q_n^{-1} U_n, \quad (3)$$

где  $\eta \in (0;1]$  - параметр сходимости,

$$Q_n^{-1} = \frac{1}{\alpha} \left( Q_{n-1}^{-1} - \frac{(Q_{n-1}^{-1} U_{n-1})(Q_{n-1}^{-1} U_{n-1})^T}{\alpha + U_{n-1}^T (Q_{n-1}^{-1} U_{n-1})} \right),$$

$U = \{x[n], \dots, x[n-p], -y[n-1], \dots, -y[n-q]\}^T$ ,  
 $V = \{b_0, b_1, \dots, b_p, a_1, a_2, \dots, a_q\}^T$ ,  $\eta \in (0;1]$  - размер шага,  $\alpha \in (0;1]$  - коэффициент затухания, определяющий чувствительность алгоритма к нестационарностям идентифицируемого объекта.

При запуске алгоритма (3) начальное значение  $Q$  принимается равным  $\theta \cdot E$ , где  $E$  - единичная матрица,  $\theta$  - большая константа.

Недостатком алгоритма последовательной регрессии является повышенная вычислительная сложность (его реализация требует  $2,5(p+q)^2 + 4(p+q)$  операций сложение - умножение на каждом шаге). Кроме того, серьезные затруднения связаны с обеспечением его долговременной численной устойчивости [2].

Градиентный алгоритм наименьших средних квадратов (НСК) [4] для модели (2) имеет следующий вид:

$$V_{n+1} = V_n + 2\mu \cdot e[n] \cdot U_n, \quad (4)$$

где  $\mu$  - параметр сходимости алгоритма (шаг), для обеспечения устойчивости работы его значение должно находиться в интервале  $0 < \mu < \lambda_{\max}^{-1}$ , где  $\lambda_{\max}$  - максимальное сингулярное число корреляционной матрицы

$$R = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n U^T[i] \cdot U[i], \quad n \rightarrow \infty.$$

Алгоритм (4) имеет следующие достоинства:

- требует *минимальных вычислительных затрат* для своей реализации (реализация НСК-алгоритма требует  $2 \cdot (p+q)$  операций сложение - умножение на каждом шаге);
- имеет *унимодальную рабочую функцию*, что гарантирует сходимость алгоритма к гарантированно верному решению;
- является *гарантированно устойчивым*, так как не требует реализации рекурсивного фильтра в явном виде;
- позволяет достичь достаточно *высокой точности и быстрой сходимости*.

Через некоторое время после запуска адаптивный алгоритм сходится к некоторому установившемуся вектору параметров. При этом дисперсия получаемых оценок может быть определена как [4]:

$$\text{cov}(V) = \mu \cdot \xi_{\min} (E - \mu \cdot R^{-1}), \quad (5)$$

где  $\xi_{\min}$  - минимум рабочей функции адаптивной системы (минимум квадрата ошибки). Если модель имеет достаточно степеней свободы для полной идентификации биообъекта, то  $\xi_{\min}$  полностью определяется мощностью посторонних шумов [4].

Сходимость алгоритма удобно характеризовать постоянными времени адаптации [4]. Эта постоянная выражается числом итераций, по прохождении которых средний квадрат ошибки  $\xi$  уменьшается в  $e=2,718$  раза.

Для рассматриваемого градиентного алгоритма постоянная времени для каждого параметра определяется как

$$\tau_i = \frac{1}{4\mu\lambda_i}, \quad i = 0, 1, 2, 3 \dots p + q, \quad (6)$$

где  $i$  - номер параметра, а  $\lambda_i$  - соответствующее сингулярное число корреляционной матрицы  $R$ .

Из уравнений (5) и (6) следует, что точность оценки параметров увеличивается с уменьшением шага  $\mu$ , однако это приводит к замедлению сходимости алгоритма.

Для достижения наилучших характеристик адаптивного алгоритма НСК собственные числа корреляционной матрицы  $R$  в (5) при их минимальном разбросе должны принимать как можно большие значения. Увеличение значений собственных чисел матрицы  $R$  связано с увеличением мощности тестового воздействия. Однако увеличение амплитуды тестового воздействия ограничено наличием физиологической нормы тока, при которой еще не нарушается нормальное функционирование биообъекта как биосистемы. Кроме того, ПЭС реального биообъекта не являются линейными и увеличение амплитуды тестового воздействия приводит к увеличению погрешности линеаризации. А это позволяет сделать вывод о существовании оптимальной амплитуды тестового воздействия, при котором возможно получение максимальной информативности измерений, при рассмотрении биообъекта как линейной системы. При наличии этих ограничений увеличения средней мощности тестового воздействия удастся достигнуть только за счет равномерного распределения его амплитуды во времени, так как наиболее эффективным тестовым воздействием будет сигнал с минимальным значением пик-фактора (отношения пиковой и средней мощностей).

Для получения минимального разброса собственных чисел необходимым, хотя и недостаточным, условием является отсутствие автокорреляции в тестовом сигнале. Дополнительным условием минимального разброса собственных чисел матрицы  $R$  является минимальная взаимная корреляция параметров идентифицируемой модели. Так как значения параметров модели *a priori* не известны, то гарантированное изменение их статистики возможно только за счет изменения порядка модели. При таком подходе в качестве идеальной математической модели рас-

сматривается модель со статистически независимыми параметрами. Такое представление о качестве модели хорошо согласуется с общепринятыми представлениями [3].

В настоящей работе в качестве тестового воздействия предлагается использование сигналов, позволяющих получать хорошо обусловленную оценку его корреляционной матрицы  $(X \cdot X')$ , имеющую минимальный разброс сингулярных чисел, уже по мгновенным значениям вектора входного сигнала  $X$ .

Получение такой оценки возможно только в том случае, когда период сигнала превышает размер корреляционной матрицы  $p$ . Если записать сигнал в виде линейной регрессии:

$$x[n] = k_1 \cdot x[n-1] + k_2 \cdot x[n-2] + \dots + k_p \cdot x[n-p],$$

то условием отсутствия автокорреляции в сигнале до лага  $p$  включительно будет:

$$k_1 = 0, \quad k_2 = 0, \dots, k_{p-1} = 0.$$

Этому условию удовлетворяют периодические сигналы с периодом повторения  $p$ , для которых коэффициент  $k_p = 1$ . Для таких сигналов частоты всех гармонических составляющих могут быть определены с помощью метода Прони [2], согласно которому они являются корнями полинома  $\omega^p - 1 = 0$  и находятся как:

$$\omega_i = \frac{2\pi}{p} i, \quad i = 1, 2 \dots p(p - \text{четное}).$$

При четном числе отсчетов в периоде верхняя граница частотного диапазона сигнала совпадает с частотой Найквиста и все частоты  $\omega_i$  становятся хорошо различимыми.

Амплитуды гармонических составляющих сигнала определяются на основании теоремы о вычетах [2]:

$$h_i = \left[ \frac{(\omega - \omega_i)}{(\omega^p - 1)\omega} \right]_{\omega=\omega_i}. \quad (7)$$

Согласно (7) амплитуды всех гармонических составляющих сигнала, кроме нулевой и верхней, должны быть равны между собой. Амплитуды же нулевой и верхней гармоник должны быть в два раза меньше остальных амплитуд, так как каждой из них соответствует только один корень, лежащий на комплексной плоскости.

Сигнал, соответствующий приведенным выше требованиям, представляет последовательность коротких импульсов большой амплитуды (иглы Дирака), вся энергия которых сосредоточена на очень коротких временных интервалах. Серьезным недостатком такого сигнала является слишком большое значение пик-фактора

(особенно при большом периоде  $p$ ). В связи с чем практическое использование подобных сигналов сталкивается с рядом серьезных затруднений [3].

Выражение (7) записано для нулевых начальных условий, причем изменение начальных условий (начальной фазы любой гармонической составляющей) не приводит к изменению регрессионного уравнения, описывающего сигнал, и, следовательно, не меняет форму АКФ сигнала. Поэтому уменьшение пик-фактора сигнала, при сохранении идеальной формы АКФ может быть достигнуто за счет изменения начальных фаз его гармонических составляющих.

Таким образом, в качестве оптимального тестового воздействия, для идентификации модели порядка  $p$  может использоваться периодический сигнал, описываемый следующим уравнением:

$$x[n] = 0,5 + \sum_{i=1}^{p/2-1} \cos\left(\frac{2\pi}{p} i \cdot n + \varphi_i\right) + 0,5 \cos(\pi \cdot n), \quad (8)$$

в котором начальные фазы  $\varphi_i$  (кратные  $2\pi/p$ ) должны выбираться из диапазона от 0 до  $2\pi$ .

Распределение начальных фаз косинусов в уравнении (8) производится таким образом, чтобы получить наиболее равномерное распределение мощности сигнала во времени.

**Экспериментальные исследования.** Оценка влияния структуры адаптивной системы на эффективность оптимизации параметров идентифицируемой модели получена на основании анализа формы рабочей функции (зависимости среднеквадратичной ошибки от значений оптимизируемых параметров). На рисунке 2 приведены фрагменты рабочих функций для прямой «а» и смещанной «б» схем идентификации.

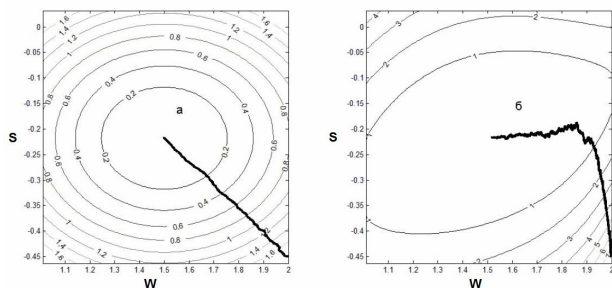


Рисунок 2 – Фрагменты рабочих функций адаптивных систем

Обе рабочие функции соответствуют одной и той же модели. В качестве тестового воздействия в обоих случаях использовался сигнал, сформированный на основании псевдослучайной последовательности Фибоначчи.

Минимум функции «а» прослеживается значительно более отчетливо, по сравнению с минимумом функции «б», что позволяет сделать вывод о меньшем значении остаточной ошибки идентификации, получаемой при использовании смешанной схемы. На этом же рисунке представлены траектории оптимизации значений коэффициентов  $W$  и  $S$  с помощью градиентного алгоритма наименьших средних квадратов, соответствующие траекториям наискорейшего спуска. Из этого рисунка следует, что траектория поиска, в случае применения смешанной схемы, близка к оптимальной траектории, в то время как в случае применения прямой схемы – форма траектории поиска сильно отличается от оптимальной траектории. В результате смешанная схема обеспечивает приблизительно в 30 раз более быструю сходимость по сравнению с прямой схемой идентификации.

Требованию отсутствия автокорреляции в сигнале наилучшим образом удовлетворяют шумоподобные сигналы, поэтому в настоящей работе только такие сигналы рассматривались в качестве тестового воздействия. Реализация шумоподобных сигналов возможна как на физическом уровне, так и на основании псевдослучайных числовых последовательностей. Однако реализация входного тестового сигнала типа «белый шум» на физическом уровне связана с определенными трудностями. Физические генераторы шума либо слишком сложны, либо обладают неудовлетворительными характеристиками. В этом отношении алгоритмическая генерация шумоподобных сигналов является более предпочтительной. Однако необходимо отметить, что реальные алгоритмы идентификации используют в своей работе не саму корреляционную матрицу  $(X \cdot X')$ , а ее оценку, полученную на основании конечного числа отсчетов данных. Для рекуррентных псевдослучайных последовательностей обусловленность такой оценки обычно намного хуже обусловленности  $(X \cdot X')$ , что негативным образом влияет на скорость сходимости адаптивного процесса.

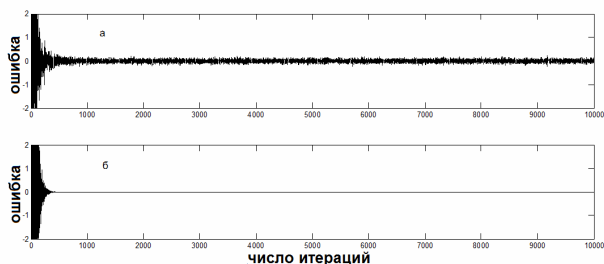
В рамках проведенных исследований было испытано большое число наиболее распространенных псевдослучайных рекуррентных последовательностей. В результате наиболее эффективным оказался сигнал, сформированный на основании псевдослучайной последовательности Фибоначчи, с периодом  $\sim 2^{100}$ . Близкими характеристиками обладают сигналы, сформированные на основании линейной конгруэнтной последовательности рекомендованной в Numerical Recipes in C. Значительно меньшую эффектив-

ность показали сигналы, сформированные на основании последовательностей максимальной длины (независимо от периода). Встроенный в Matlab генератор `rand` оказался одним из наименее эффективных.

В рамках проведенных исследований были также испытаны периодические сигналы с идеальной формой АКФ. Сигналы, сформированные на основании выражения (8), имеют более равномерное распределение мощности во времени по сравнению с гармоническими сигналами. Пик-фактор сформированных сигналов составляет приблизительно 1,2 – 1,3, в то время как для гармонических сигналов он равен 1,414.

Для таких сигналов, при совпадении их периода с размером корреляционной матрицы, число обусловленности всегда равно единице, включая мгновенную оценку. При уменьшении размера корреляционной матрицы, в противоположность аperiodическим сигналам, ее обусловленность несколько ухудшается. Если же размер корреляционной матрицы превышает период сигнала, то она становится сингулярной.

При увеличении числа параметров (порядка) идентифицируемой модели, при использовании в качестве тестового воздействия аperiodических шумоподобных сигналов, сходимость адаптивного алгоритма резко ухудшается. В то время как при использовании периодических сигналов с идеальной АКФ сходимость ухудшается незначительно. На рисунке 3 приведены зависимости ошибок прямой схемы идентификации от числа итераций для модели с 40 параметрами (20 в числителе и 20 в знаменателе). Кривая «а» получена при использовании в качестве тестового воздействия сигнала, сформированного на основании рассмотренной ранее псевдослучайной последовательности Фибоначчи. Кривая «б» получена при использовании в качестве тестового воздействия периодического сигнала с идеальной формой АКФ, с периодом  $p = 20$  и пик-фактором, равным 1,2.



**Рисунок 3 – Зависимости ошибок прямой схемы идентификации от числа итераций**

Применение периодических сигналов с идеальной АКФ для смешанной схемы identifica-

ции дает еще более значительное улучшение характеристик градиентного алгоритма НСК. В этом случае скорость его сходимости приближается к таковой для РНК - алгоритма.

Результаты исследований алгоритма РНК показали его наибольшую эффективность во всех проведенных тестах. Важным преимуществом этого алгоритма является то, что его характеристики почти не зависят от характеристик применяемого тестового сигнала. Долговременная численная устойчивость алгоритма может быть обеспечена за счет соответствующего выбора коэффициента затухания  $\alpha$ , однако это приводит к некоторому снижению его эффективности. В последнее время было предложено большое число модификаций алгоритма РНК, например в [5], позволяющих улучшить долговременную численную устойчивость работы при сохранении высокой эффективности. Однако такие алгоритмы требуют значительного увеличения вычислительных затрат, по сравнению с исходным вариантом.

В любом случае применение рекурсивных алгоритмов наименьших квадратов становится возможным только при идентификации модели сравнительно небольшого порядка, а для моделей большого порядка объем необходимых вычислительных затрат оказывается слишком большим. В этом заключается основная причина проведенных в рамках настоящей работы исследований по улучшению характеристик градиентного алгоритма СНК.

Применение методов адаптивной параметрической идентификации позволяет осуществить значительно более эффективное извлечение полезной информации из биообъекта, чем это возможно при использовании существующего импедансометрического метода. Для измерения импеданса даже на одной частоте требуются значительно большие временные затраты, чем для оценки значений всех параметров передаточной функции идентифицируемой системы. Кроме того, параметры передаточной функции биообъекта являются более информативными по сравнению с измеренными на фиксированных частотах значениями импеданса.

Необходимо отметить, что использование параметрических методов идентификации предъявляет жесткие требования к правильному выбору порядка идентифицируемой модели. Для достижения максимальной информативности измерений модель биообъекта должна удовлетворять сразу двум взаимно противоречащим требованиям. Во первых, модель должна иметь максимальную точность, во вторых, модель должна использовать минимальное количество

информации для описания. Это связано с тем, что повышение точности модели только за счет увеличения числа степеней свободы само по себе еще не гарантирует повышения информативности измерений, так как неизбежно приводит к увеличению чувствительности модели к действию посторонних шумов. Таким образом, в качестве основного требования, предъявляемого к модели, следует рассматривать не столько ее точность, сколько ее адекватность (содержательное соответствие) реальному биообъекту.

В настоящее время не существует единого мнения относительно выбора критерия адекватности математической модели. По этой причине для выбора оптимальной модельной структуры обычно приходится проводить тестирование множества моделей с последующим выбором из них наилучшей. При этом используются различные подходы, среди которых наибольшее распространение получили подход Акаике и байесовский подход. Кроме того, определенные выводы о качестве используемой модели могут быть сделаны на основании анализа ее остатков.

**Заключение.** Предлагаемая многопараметрическая система контроля ПЭС биообъекта имеет широкие возможности для реализации. Благодаря минимальной вычислительной сложности используемых алгоритмов система может быть реализована не только на базе ПЭВМ, но и на базе микроконтроллера либо программируемой логической интегральной схемы (ПЛИС).

#### **Библиографический список**

1. Торнурев Ю.В., Хачатрян Р.Г., Хачатрян А.П. и др. Электрический импеданс биологических тканей. – М.: ВЗПИ, 1990, с. 23-28.
2. Марп-мл. С.Л., Цифровой спектральный анализ и его приложения. – М.: Мир, 1990.
3. Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователя: пер. с англ. / под ред. Я.З. Ципкина. – М.: Наука 1991.
4. Уидроу Б., Стирнз С. Адаптивная обработка сигналов: пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1989.
5. Джиган В.И. Многоканальные RLS- и быстрые RLS- алгоритмы адаптивной фильтрации // Успехи современной радиоэлектроники. -2004. -№11.