

УДК 623.618

А.Н.Привалов, В.Л. Кулешов

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ПРОЦЕССА АДАПТАЦИИ ОБУЧАЕМОГО В КОМПЬЮТЕРНОЙ ОБУЧАЮЩЕЙ СИСТЕМЕ

Предложена структурно-функциональная схема адаптивной компьютерной обучающей системы. Сформулирована задача по адаптации обучаемого и разработана математическая модель, реализующая методику формирования эффективных путей адаптации в адаптивных компьютерных обучающих системах.

**Ключевые слова:** математическая модель адаптации в адаптации в обучающей системе.

**Введение.** Цель работы – сформировать структурно-функциональную схему и разработать математическую модель, обеспечивающую функционирование модуля адаптации обучаемого в компьютерной обучающей системе.

**Структурно-функциональная схема адаптивной компьютерной обучающей системы.** Структурно-функциональная схема адаптивной компьютерной обучающей системы представлена с помощью схемы, изображённой на рисунке 1.

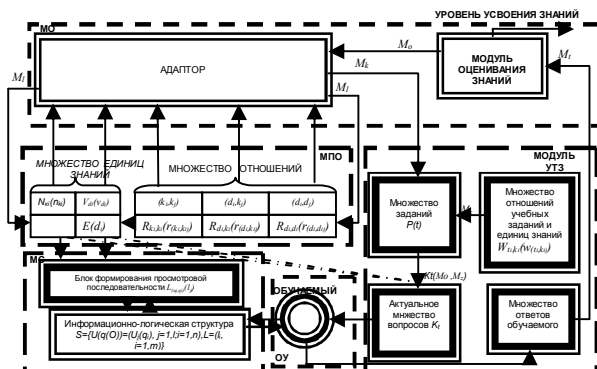


Рисунок 1-Структурно –функциональная схема адаптивной компьютерной обучающей системы

В состав данной схемы входят следующие элементы:

- модель обучаемого;
- модель предметной области;
- система контроля знаний;
- модуль сценариев;
- модуль УТЗ.

Модель обучаемого [1] получает параметры о текущем состоянии обучаемого и формирует управляющее воздействие. Модель обучаемого представлена множеством параметров

$$A = \{M_p\}$$

и тремя операциями:

- $o_1$  - операция оценивания знаний;

- $o_2$  - операция формирования параметров управления обучением;
- $o_3$  - операция формирования параметров управления контролем знаний.

Для модели обучаемого заданы следующие параметры:

- $M_t$  - параметр контроля, формирующийся по результатам тестов и характеризующий цель обучения;
- $M_o$  - параметр, формирующийся по результатам оценивания;
- $M_l$  - управляющий параметр, характеризующий уровень усвоения знаний (текущее состояние процесса обучения);
- $M_k$  - параметр, формирующий контрольные задания, в соответствии с уровнем усвоения знаний;
- $M_z$  - параметр, характеризующий сложность контрольного задания.

Адаптивное управление процессом обучения и контроля представляет собой выполнение операций на элементах множества:

$$\begin{aligned} o_1(M_t) &= M_o; \\ o_2(M_o) &= M_l; \\ o_3(M_z) &= M_k. \end{aligned}$$

Операция  $o_1$  выполняется модулем оценивания и результатом её является параметр  $M_o$ .

Операция  $o_2$  выполняется адаптером и результатом её выполнения является параметр  $M_l$ , позволяющий формировать различные варианты предъявления учебного материала.

Операция  $o_3$  выполняется адаптером и результатом её выполнения является параметр  $M_k$ , управляющий предъявлением контрольных заданий.

Адаптер является составной частью модели обучаемого и реализуется с помощью совокупности методов и алгоритмов, управляющих процессом адаптивного обучения и адаптивного контроля знаний.

Модуль оценивания знаний является составной частью модели обучаемого и реализуется математическими методами оценивания знаний.

Модель предметной области представлена в виде базы знаний, состоящей из элементов множества  $S$ . Знания о каждом объекте изучения  $O_i$ , входящем в раздел  $U$  занятия  $q$ , возможно определить с помощью множества  $F(Z(k_i), E(d_i))$ , включающего дидактические единицы и категории знаний  $O_i(Z(k_i), E(d_i))$ .

Исходя из этого, весь учебный материал  $S$  возможно задать следующим образом:

$$S = \left\{ \begin{array}{l} U(q(O(Z(k_i), E(d_i))) = (U_j(q_i(o_{ij}))), \\ R_{k_i, k_i}(r_{(k_i, k_i)}), R_{d_i, k_i}(r_{(d_i, k_i)}), R_{d_i, d_i}(r_{(d_i, d_i)}), \\ L_{(u_j, q_i)}(l_{ji}), P(t_i), W_{t_i, k_i}(w_{(t_i, k_i)}), N_{k_i}(n_{k_i}) \end{array} \right\}.$$

Модуль сценариев реализован с помощью информационно-логической структуры учебного материала. Он позволяет осуществлять управление учебным материалом для предъявления его в соответствии с просмотровой последовательностью, представленной множеством  $L$ .

Модуль УТЗ выполняет функции “Системы контроля знаний” и содержит множество контрольных заданий  $P(t_i)$  и множество отношений  $W_{t_i, k_i}(w_{(t_i, k_i)})$ , заданных на множествах  $Z(k_i)$ ,  $E(d_i)$  и множестве  $P(t_i)$ .

Функционирование системы контроля знаний адаптивной компьютерной обучающей системы заключается в формировании и предъявлении на каждом шаге обучения актуального множества вопросов  $K_t$ .

Формирование актуального множества  $K_t$  осуществляется адаптером за счет максимального покрытия совокупности элементов множеств  $Z(K_i)$ ,  $E(d_i)$  минимальным набором контрольных заданий множества  $P(t_i)$ .

**Математическая модель механизма адаптации обучаемого.** Под адаптацией обучаемого понимается предъявление обучаемому самой значимой информации для неувоенных единиц информации наиболее приемлемым для него способом объяснения.

С целью реализации адаптации обучаемого заданы нечёткие отношения значимости на элементах множества категорий знаний и его подмножествах, представленные в виде нечёткого графа (рисунок 2).

Дидактические единицы информации (рисунок 3) представлены в виде нечёткого подграфа. Отношения значимости задаются относительно базовой категории знаний, наи-

более влияющей на цель изучения дидактической единицы учебной информации.

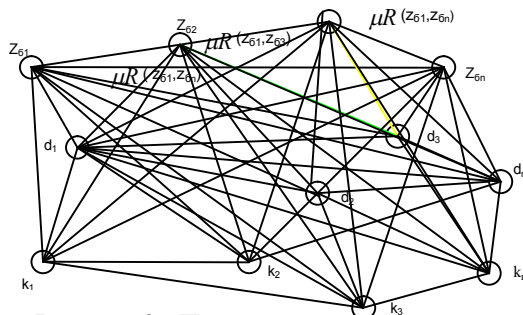


Рисунок 2 - Представление отношений на категориях знаний в виде нечёткого графа

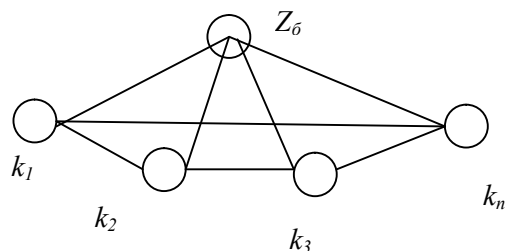


Рисунок 3 - Представление отношений значимости внутри дидактической единицы в виде нечёткого подграфа

Отношения на единицах знаний возможно задать с помощью матриц смежности вида:

$$R_{kk} = \begin{pmatrix} \mu R_{k_1, k_1} & \mu R_{k_1, k_2} & \dots & \mu R_{k_1, k_n} \\ \mu R_{k_2, k_1} & \mu R_{k_2, k_2} & \dots & \mu R_{k_2, k_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mu R_{k_m, k_1} & \mu R_{k_m, k_2} & \dots & \mu R_{k_m, k_n} \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$R_{kd} = \begin{pmatrix} \mu R_{d_1, k_1} & \mu R_{d_1, k_2} & \dots & \mu R_{d_1, k_n} \\ \mu R_{d_2, k_1} & \mu R_{d_2, k_2} & \dots & \mu R_{d_2, k_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mu R_{d_m, k_1} & \mu R_{d_m, k_2} & \dots & \mu R_{d_m, k_n} \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$R_{dd} = \begin{pmatrix} \mu R_{d_1, d_1} & \mu R_{d_1, d_2} & \dots & \mu R_{d_1, d_n} \\ \mu R_{d_2, d_1} & \mu R_{d_2, d_2} & \dots & \mu R_{d_2, d_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mu R_{d_m, d_1} & \mu R_{d_m, d_2} & \dots & \mu R_{d_m, d_n} \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где  $\mu R_{k, k} \rightarrow [0, 1]$ ,  $\mu R_{d, k} \rightarrow [0, 1]$ ,  $\mu R_{d, d} \rightarrow [0, 1]$ .

Отношения на элементах информационно-логической структуры учебного материала возможно представить с помощью матрицы смежности вида:

$$O_u = \begin{pmatrix} R_{u1, o1} & R_{u1, o2} \dots R_{u1, on} \\ R_{u2, o1} & R_{u2, o2} \dots R_{u2, on} \\ \dots & \dots \\ R_{um, o1} & R_{dm, o2} \dots R_{dm, on} \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где  $R_{u, o} = 0$ , если подраздел  $O$  не принадлежит разделу  $U$ ;

$R_{u, o} = 1$ , если подраздел  $O$  принадлежит разделу  $U$ .

Принадлежность категорий знаний соответствующему подразделу  $O$  возможно задать с помощью матрицы вида:

$$P_{ko} = \begin{pmatrix} R_{k1, o1} & R_{k1, o2} \dots R_{k1, on} \\ R_{k2, o1} & R_{k2, o2} \dots R_{k2, on} \\ \dots & \dots \\ R_{km, o1} & R_{km, o2} \dots R_{km, on} \end{pmatrix}, \quad (5)$$

где  $R_{k, o} = 0$ , если категория знаний  $K$  не принадлежит подразделу  $O$ ;

$R_{k, o} = 1$ , если категория знаний  $K$  принадлежит подразделу  $O$ .

Значение количества информации адаптации  $b$  ограничено способностями обучаемого к её восприятию и временем на обучение, и, следовательно, для адаптации должны быть задействованы наиболее значимые для точки незнания категории знаний.

Поэтому величина количества информации адаптации  $b$  должна находиться в некотором интервале:

$$b_{кр} < b < b_{max},$$

где  $b_{кр}$  - параметр, характеризующий максимально возможное количество информации адаптации (количество единиц знаний) с учётом времени, предоставленного для обучения;  $b_{max}$  - параметр, характеризующий количество информации (вес единиц знаний), воспринимаемой обучаемым.

Параметры  $b_{max}$  и  $b_{кр}$  задаются по результатам экспертных оценок или определяются входным тестированием обучаемого.

Точкой незнания является категория знаний внутри дидактической единицы, не усвоенная обучаемым по результатам контроля (рисунок 4).

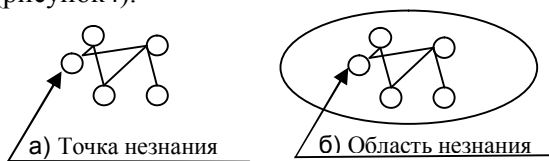


Рисунок 4 - Пояснение к определению “точка незнания”

Задачу нахождения эффективных путей адаптации сформулируем следующим образом:

найти все возможные пути адаптации и определить эффективный путь адаптации, состоящий из категорий знаний, которые имеют требуемый уровень значимости для точки незнания и не превышают суммарный вес (суммарную трудность восприятия).

Все возможные пути адаптации могут быть определены как цепочки на заданном ранее нечётком графе и представлены с помощью множества возможных путей вида:

$$Q = (q_l), \quad (6)$$

где  $Q$  - множество путей от заданных вершин к вершине, являющейся точкой незнания;

$q_l$  - возможный путь адаптации с заданным весом и значимостью для точки незнания;

$l$  - порядковый номер возможного пути адаптации.

Учитывая структуру представления знаний, каждый из возможных путей следует рассматривать как множество  $q_l$ ,

$$q_l = (k_i), \quad (7)$$

где  $k_i$  - единица знаний, принадлежащая пути адаптации.

Нахождение эффективного пути адаптации возможно осуществлять с использованием теории принятия решений в нечётких условиях.

В общепринятом подходе главными элементами процесса принятия решений являются следующие параметры [6]:

-множество альтернатив;

-множество ограничений, которые учитываются при выборе между различными альтернативами;

-функция предпочтительности, которая ставит каждой альтернативе в соответствие выигрыш (или проигрыш), полученный при выборе этой альтернативы.

Для определения эффективного пути адаптации возможно каждую единицу знаний  $k_i$ , входящую в состав возможного пути адаптации, охарактеризовать множеством параметров:

$$k_i = (\mu R_{(k_i, k_i)}, \mu R_{k_i}, \mu S_{(k_i, k_i)}, \mu N_y), \quad (8)$$

где  $\mu R_{(k_i, k_i)}$  - параметр “значимость единицы знаний” (вес ребра), определяемый как композиция нечётких отношений значимости вершин предполагаемого пути адаптации относительно вершины, являющейся точкой незнания;

-  $\mu R_{k_i}$  - параметр “вес единицы знаний” (вес вершины), определяющий сложность воспри-

ятия единицы информации задаваемый по результатам экспертных оценок с помощью 10-балльной шкалы сложности восприятия;

-  $\mu S_{(k_i, k_i)}$  - параметр “относительная смысловая предпочтительность воздействия одной единицы знаний на другую”, характеризующий относительную смысловую важность каждой из категорий знаний для точки незнания и задаваемый по результатам экспертных оценок с использованием 10-балльной шкалы и выражения для определения характеристической функции принадлежности;

-  $\mu N_i$  - параметр “предпочтительность формы воздействия единицей знаний на обучаемого”, характеризующий приоритет способа адаптации (текст, звук, графика, видеокадр) и задаваемый по результатам входного тестирования обучаемого с использованием 10-балльной шкалы приоритета и выражения для определения характеристической функции принадлежности.

С учётом заданной параметризации единиц знаний все возможные пути адаптации возможно представить с помощью множества параметров:

$$Q_i = (\mu R_{(k_i, k_i)}, \mu R_{k_i}, \mu S_{(k_i, k_i)}, \mu N_i). \quad (9)$$

Тогда нахождение эффективного пути адаптации из множества возможных путей можно свести к определению альтернативы, удовлетворяющей заданным целям и ограничениям, и окончательно сформулировать задачу следующим образом:

из всех возможных путей  $Q = (q_i)$  от заданных вершин до точки незнания найти путь, состоящий из единиц знаний с необходимой смысловой значимостью и необходимым ограничением по составу единиц знаний с учётом сложности их восприятия.

Пусть  $Q = (q_i)$  - заданное множество альтернатив. Тогда нечёткую цель  $b$  (количество информации адаптации) возможно отождествить с фиксированным нечётким множеством  $b$  в  $Q_i$ .

Нечёткую цель  $f$  (относительная смысловая значимость единиц знаний пути адаптации) можно сформулировать высказыванием “ $f$  должно быть в окрестности  $T$ ” и определить функцией принадлежности вида:

$$\mu_f(k_i) = (1 + (x - T)^4)^{-1}, \quad (10)$$

где  $T$  - среднее значение значимости на заданной шкале значимости.

Нечёткое ограничение  $b$  (суммарного веса единиц знаний пути адаптации  $b_{min} < b < b_{kp}$ ) можно сформулировать высказыванием “ $b$  должно находиться приблизительно в интер-

вале  $b_{min} - b_{kp}$ ” и определить функцией принадлежности вида:

$$\mu_b(k_i) = \begin{cases} (1 - |x - c| / d) & \text{для } b_{min} < x < b_{kp}, \\ 0 & \text{для остальных } x, \end{cases} \quad (11)$$

где  $c = \frac{b_{kp} - b_{min}}{2}$  - центр интервала;

$d = b_{kp} - b_{min}$  - ширина интервала.

Коэффициент важности цели  $c$  (смысловую предпочтительность единиц знаний) можно представить некоторым нечётким множеством в пространстве  $Q = (k_i)$ , сформулировать высказыванием “коэффициент важности цели должен быть более  $z$ ” и определить функцией принадлежности вида:

$$\mu_c(k_i) = (1 + (x - z_{ij})^{-2})^{-1}, \quad (12)$$

где  $z_{ij}$  - сумма значений относительной смысловой важности единиц знаний для точки незнания, определённая в соответствии с заданной шкалой.

Коэффициент важности ограничения единиц знаний по форме воздействия  $g$  возможно представить как некоторое нечёткое множество в пространстве  $Q = (k_i)$ , сформулировать высказыванием “суммарный коэффициент важности ограничения единиц знаний пути адаптации по форме воздействия должен быть более  $h$ ” и определить функцией принадлежности вида:

$$\mu_h(k_i) = (1 + (x - h_i)^{-2})^{-1}, \quad (13)$$

где  $h_i$  - сумма значений приоритетов каждой формы адаптирующего воздействия, определённых в соответствии с заданной шкалой.

Таким образом, в пространстве альтернатив  $Q$  заданы нечёткие цели и нечёткие ограничения, которыми являются значимость и сложность восприятия единиц знаний, а также коэффициенты важности целей и ограничений.

Исходя из этого, нечёткое множество  $Q_a$ , образуемое пересечением цели и ограничения  $f$  и  $b$ , возможно считать решением по выбору эффективного пути адаптации:

$$Q_a = f \cap b \quad (14)$$

и соответственно рассматривать как

$$\mu_{Q_a}(l) = \mu_f(k_i) \wedge \mu_b(k_i). \quad (15)$$

Для всех возможных путей адаптации следует учитывать параметры каждой из единиц знаний, входящей в путь адаптации, и тогда можно утверждать, что существует  $m$  целей и  $n$  ограничений.

Результирующее решение будет определяться пересечением всех заданных целей и ограничений:

$$Q_a = f_1 \cap f_2 \cap \dots \cap f_m \cap b_1 \cap b_2 \cap \dots \cap b_n \quad (16)$$

и соответственно

$$\mu_{Q_a}(q_i) = \mu_f(k_1) \wedge \mu_f(k_2) \wedge \dots \wedge \mu_f(k_m) \wedge \mu_b(k_1) \wedge \mu_b(k_2) \wedge \dots \wedge \mu_b(k_n) . \quad (17)$$

Поскольку заданные цели и ограничения имеют различную значимость, то решение  $Q_a$  возможно определить выпуклой комбинацией целей и ограничений с учётом заданных ранее коэффициентов  $c$  и  $g$ , характеризующих относительную важность элементов множества  $Q$ .

Таким образом,  $\mu(Q_a)$  может быть представлена выражением:

$$\mu_{Q_a}(q_i) = \sum_{z=1}^m \mu_c(k_z) \mu_g(k_z) + \sum_{j=1}^n \mu_b(k_j) \mu_g(k_j) . \quad (18)$$

Очевидно, что из всех возможных путей эффективным  $q_a^m$  следует считать один из  $l$  возможных путей адаптации с максимальной принадлежностью к  $Q_a$ :

$$\mu_{q_a^m}(l) = \text{Max } \mu_{Q_a}(q_i), \text{ для } q_i \in Q . \quad (19)$$

**Заключение.** В статье предложена структурно-функциональная схема адаптивной компьютерной обучающей системы и на основе теории принятия решений в нечётких условиях разработана математическая модель функционирования модуля адаптации обучаемого.

#### Библиографический список

1. Растринин Л.А. Адаптивное обучение с моделью обучаемого. - Рига: Зинанте. 1988. - 160 с.
2. Архангельский С.И. Лекции по научной организации учебного процесса в высшей школе. - М.: Высшая школа, 1976. - 198 с.
3. Аткинсон Р., Бауэр Г., Кротерс З. Введение в математическую теорию обучения: пер. с англ. - М.: Мир, 1969.
4. Астанин С.В. Сопровождение процесса обучения на основе нечеткого моделирования // Дистанционное образование, 2000, № 5.
5. Беллман Р., Заде Л. Вопросы анализа и процедуры принятия решений. - М.: Мир, 1976. - 400 с.
6. Соловов А.В., Меньшикова А.А. Дискретные математические модели в исследовании процессов автоматизированного обучения // Информационные технологии, 2001, № 12.