

РАДИОТЕХНИЧЕСКИЕ И ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ

УДК 621.396.626

В.И. Кошелев, Е.С. Штрунова**ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ АЛГОРИТМОВ
ЗАЩИТЫ РЛС ОТ АКТИВНЫХ ШУМОВЫХ ПОМЕХ**

Проведен сравнительный анализ эффективности алгоритмов пространственной обработки сигналов в присутствии активных шумовых помех, действующих из вынесенной точки пространства, для когерентно-импульсных радиолокационных станций. Показана целесообразность использования двухэтапного алгоритма, обеспечивающего меньшую чувствительность к ошибкам оценки корреляционной матрицы помех, что обеспечивает выигрыш при адаптации до 2 дБ перед оптимальным алгоритмом.

Ключевые слова: активные шумовые помехи, алгоритмы пространственной обработки, априорная неопределенность, коэффициент улучшения отношения сигнал-(помеха+шум).

Введение. Важным тактическим показателем радиолокационных станций (РЛС) является способность функционировать в присутствии помех.

В отличие от пассивных помех задача защиты РЛС от активных помех далека от своего решения. Постоянное повышение помехозащищенности РЛС вызывает развитие средств их радиоэлектронного подавления (РЭП). Активные помехи, используемые в системах РЭП, по характеру воздействия на РЛС разделяют на две группы: маскирующие (заградительные и прицельные) и имитационные (хаотические импульсные, многократные ответные, уводящие). К наиболее универсальному виду маскирующих помех относятся активные шумовые помехи (АШП) [1].

В [1] отмечено, что важную роль при РЭП играют АШП, действующие по боковым лепесткам (БЛ) диаграммы направленности (ДН) антенны, создаваемые из вынесенной точки пространства. Их действие приводит к подавлению канала обнаружения цели, к ухудшению точности пеленгации и измерения дальности и скорости.

Методам уменьшения влияния АШП по направлению на характеристики РЛС посвящено большое количество отечественных и зарубежных работ, основные из которых изложены в [2, 3]. При этом к основным мерам защиты от такого типа помех, реализованным в антенных системах, относят:

- увеличение коэффициента направленного действия антенны;
- использование моноимпульсных методов измерения угловых координат;
- применение автокомпенсаторов помех;
- реализацию адаптивных фазированных антенных решеток (ФАР);
- применение бланкирования сигналов, принятых по БЛ ДН антенны;
- формирование распределений поля с низким уровнем БЛ ДН антенны.

В связи с отсутствием априорных данных о параметрах помеховой обстановки адаптивная пространственная обработка сигналов на основе ФАР находит широкое применение в области радиолокации.

Цель работы – повышение эффективности адаптивных алгоритмов пространственной обработки сигналов в присутствии АШП, действующих из вынесенной точки пространства, при условии влияния ошибок оценивания корреляционной матрицы (КМ) помех.

Модели отраженного от цели сигнала и АШП. В РЛС при совместной обработке полезного сигнала и помех необходимо учитывать, что и сигнал, и помеха являются одновременно функциями времени, частоты, начальных фаз и амплитуд, направлений прихода сигналов (азимута, угла места) и параметров поляризации волны, т.е. являются пространственно-временными сигналами.

В общем случае сигнал, отраженный от точечной цели, на выходе произвольного i -го элемента антенной решетки (АР) является комплексным [4]

$$\dot{s}(t-t_i) = \dot{A}(t-\tau_r - \Delta t_i) \exp(i2\pi(f_0 + F_d) \times (t-\tau_r - \Delta t_i)),$$

где $\dot{A}(t-\tau_r - \Delta t_i)$ – комплексная огибающая отраженного от цели сигнала; Δt_i – время запаздывания фронта волны сигнала, принимаемой i -м элементом относительно начала координат; τ_r – время задержки отраженного сигнала относительно переданного, определяемое наклонной дальностью R до цели $\tau_r = 2R/c$; c – скорость распространения радиоволн; f_0 – несущая частота сигнала; F_d – доплеровский сдвиг частоты сигнала, $F_d = \pm 2V_r/\lambda_c$; $\pm V_r$ – радиальная скорость цели; λ_c – длина волны РЛС; i – мнимая единица.

Сигнал, принимаемый i -м элементом АР (при условии узкополосности сигнала по пространственной и частотной координатам), т.е. при условии, что комплексная огибающая сигнала за максимальное время запаздывания сигнала Δt_{\max} меняется незначительно, имеет вид [4]:

$$\dot{s}_i(t-t_i) = \dot{A}(t-\tau_r) \exp(-i2\pi(f_0 + F_d)\Delta t_i), \quad (1)$$

где $\dot{A}(t-\tau_r)$ – комплексная огибающая сигнала, $\Delta t_{\max} = (N-1)(d/c) \sin \beta$, N – число элементов АР, d – межэлементное расстояние в АР.

Из [4] известно, что для узкополосных пространственно-временных сигналов обработку принятых реализаций можно разделить на независимые: пространственную и временную.

В этом случае совокупность сигналов (1), принятых N -элементной ФАР, можно представить в виде N -мерного вектора-столбца

$$\mathbf{S}(t) = \text{Re} \left[\begin{matrix} \dot{s}(t-t_1), \dots, \dot{s}(t-t_N) \end{matrix} \right]^T = \text{Re} \left[\dot{s}(t) \mathbf{f}_s \right],$$

где \mathbf{f}_s – направляющий вектор сигнала, зависящий от его пространственных параметров.

При условии нормальности и стационарности принимаемого сигнала распределение сигнала и помехи полностью определяется пространственно-временной КМ. Для узкополосных пространственно-временных сигналов ее можно представить в виде произведения пространственной $R(l)$ и временной $R(\tau)$ КМ [5]:

$$R(l, \tau) = R(l)R(\tau).$$

На практике точный характер КМ сигнала и помехи неизвестен, поэтому в практических задачах используются их аппроксимации.

Экспериментально установлено [5], что для случая действия одного источника АШП межканальные коэффициенты корреляции сигнала и помехи, образующие КМ \mathbf{R}_c , \mathbf{R}_n сигнала и помехи соответственно, можно представить:

1) для отраженного от цели сигнала резонансной кривой:

$$\rho_c(k, j) = 2\sigma_c^2 \exp\left(-\pi \frac{d}{\lambda_c} |k-j| \sin \beta_c\right) \exp(i\gamma_c); \quad (2)$$

2) для АШП гауссовой кривой:

$$\rho_n(k, j) = 2\sigma_n^2 \exp\left[-\frac{\pi^2}{2.8} \left(\frac{d}{\lambda_n}\right)^2 (k-j)^2 \sin^2 \beta_n\right] \times \exp(i\gamma_n), \quad (3)$$

где σ_c^2 , σ_n^2 – мощность сигнала и АШП в отдельном приемном канале ФАР; β_c , β_n – угловые координаты, указывающие направление прихода сигнала и АШП соответственно; λ_c , λ_n – длина волны сигнала и АШП соответственно; γ_c , γ_n – фаза КМ сигнала и помехи соответственно, $\gamma_{c,n} = \frac{2\pi}{\lambda_{c,n}} d(k-j) \sin \beta_{c,n}$.

Алгоритмы защиты РЛС от АШП по направлению. Мощным средством защиты РЛС от АШП по направлению является пространственная обработка сигналов, основанная на адаптивном формировании нулей ДН ФАР в направлении источников помех [2, 3, 6].

Адаптивные формирователи нулей ДН ФАР синтезируются по критерию минимума выходной мощности АШП. Они имеют наибольшую эффективность подавления АШП, но при этом не обеспечивают максимума отношения сигнал - (АШП+шум) (ОСПШ). Поэтому, наряду с адаптивным формированием нулей ДН, необходимо применять адаптивное формирование главного луча ДН в направлении прихода отраженного от цели сигнала.

Оптимальная пространственная обработка заключается в весовом суммировании сигналов с выходов элементов ФАР. В качестве критерия оптимальности в радиолокационной задаче обнаружения сигналов целесообразно принять критерий максимума коэффициента улучшения ОСПШ.

Коэффициент улучшения ОСПШ для оптимального алгоритма пространственной обработки и числа N элементов ФАР представляется в виде отношения Релея [7]:

$$\mu_1(\mathbf{W}) = (\mathbf{W}^H \mathbf{R}_c \mathbf{W}) / (\mathbf{W}^H (\mathbf{R}_n + \lambda \mathbf{I}) \mathbf{W}), \quad (4)$$

где \mathbf{W} – вектор весовых коэффициентов (ВВК), определяющий амплитудно-фазовое распределение на раскрые ФАР; \mathbf{R}_c – пространственная КМ сигнала размерностью $N \times N$; \mathbf{R}_n – пространственная КМ АШП размерностью $N \times N$; λ – отношение шум-помеха; \mathbf{I} – КМ шума (единичная); H – знак эрмитова сопряжения.

Максимум выражения (4) достигается методом Лагранжа и сводится к решению проблемы собственных чисел КМ сигнала и помех.

При этом оптимальный ВВК будет являться собственным вектором, который соответствует максимальному собственному значению матричного произведения:

$$(\mathbf{R}_n + \lambda \mathbf{I}) \mathbf{R}_c \rightarrow \mathbf{W}. \quad (5)$$

В крупноапертурных ФАР практическая реализация данного алгоритма пространственной обработки затруднительна в связи с большим объемом вычислительных операций из-за большой размерности обрабатываемой матрицы.

Алгоритм, основанный на двухэтапной процедуре, позволяет сократить число операций. Синтез данного алгоритма использует решение задачи со связями, основанное на теореме Куранта–Фишера [7, 8], и включает 2 этапа:

1) определение матрицы \mathbf{D} формирования нулей ДН размерностью $N \times N$ верхней треугольной формы

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 1 & G_0 & \dots & G_m & 0 \\ 0 & 1 & G_0 & \dots & G_m \\ 0 & 0 & 1 & G_0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 1 & G_0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (6)$$

где G_j – элементы вектора формирования нуля, m – порядок формирования нуля.

Вектор формирования нуля ДН оптимизируется по критерию минимума отношения АШП-шум, эквивалентного критерию максимума отношения шум-АШП

$$\gamma = \frac{\mathbf{G}^H \mathbf{G}}{\mathbf{G}^H \mathbf{A}_{\text{шум}} \mathbf{G}},$$

и является собственным вектором, соответствующим минимальному собственному значению алгебраического дополнения $\mathbf{A}_{\text{шум}}$ КМ помех размерностью $m \times m$;

2) определение вектора \mathbf{h} формирования главного луча размерностью $(N - m) \times (N - m)$ на основе выражения [7]

$$[\mathbf{D}^H (\mathbf{R}_n + \lambda \mathbf{I}) \mathbf{D}]^{-1} [\mathbf{D}^H \mathbf{R}_c \mathbf{D}] \mathbf{h} = \mu_2 \mathbf{h}, \quad (7)$$

где μ_2 – максимальное собственное значение матрицы $[\mathbf{D}^H (\mathbf{R}_n + \lambda \mathbf{I}) \mathbf{D}]^{-1} [\mathbf{D}^H \mathbf{R}_c \mathbf{D}]$, $[\cdot]$ – операция вычеркивания m строк и столбцов.

Коэффициент улучшения ОСПШ для данного алгоритма представляется в виде:

$$\mu_2 = (\mathbf{h}^H [\mathbf{D}^H \mathbf{R}_c \mathbf{D}] \mathbf{h}) / (\mathbf{h}^H [\mathbf{D}^H (\mathbf{R}_n + \lambda \mathbf{I}) \mathbf{D}] \mathbf{h}). \quad (8)$$

В условиях априорной неопределенности параметров АШП для определения ВВК требуется находить оценку КМ помехи. В этом случае в соответствии с адаптивным байесовским подходом априорно неизвестная межканальная КМ \mathbf{R}_n помех заменяется в пространственных алгоритмах, соответствующих выражениям (5–7), состоятельной оценкой $\hat{\mathbf{R}}_n$ [4].

Таким образом, при использовании оценочной КМ коэффициенты улучшения ОСПШ для оптимального и двухэтапного алгоритмов будут иметь соответственно вид:

$$\hat{\mu}_1 = (\hat{\mathbf{W}}^H \mathbf{R}_c \hat{\mathbf{W}}) / (\hat{\mathbf{W}}^H (\mathbf{R}_n + \lambda \mathbf{I}) \hat{\mathbf{W}}),$$

$$\hat{\mu}_2 = (\hat{\mathbf{h}}^H [\hat{\mathbf{D}}^H \mathbf{R}_c \hat{\mathbf{D}}] \hat{\mathbf{h}}) / (\hat{\mathbf{h}}^H [\hat{\mathbf{D}}^H (\mathbf{R}_n + \lambda \mathbf{I}) \hat{\mathbf{D}}] \hat{\mathbf{h}}).$$

Максимально правдоподобная оценка матрицы $\hat{\mathbf{R}}_n$ определяется по n независимым векторным выборкам \mathbf{X} в приемных каналах адаптивной ФАР как

$$\hat{\mathbf{R}}_n = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \mathbf{X}_i \mathbf{X}_i^H \approx \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{X}_i \mathbf{X}_i^H.$$

Алгоритмы непосредственного обращения КМ в отличие от рекурсивных алгоритмов нечувствительны к разбросу собственных значений КМ. Однако обращение матрицы большой размерности в реальном масштабе времени ввиду больших вычислительных затрат требует высокой скорости вычислений. Снизить вычислительные затраты можно при использовании рекуррентных алгоритмов оценки КМ.

Как и любая оценка, КМ $\hat{\mathbf{R}}_n$ является случайной матрицей. Плотность вероятности оценки КМ $\hat{\mathbf{R}}_n$ соответствует распределению Уишарта [9]:

$$w(\hat{\mathbf{R}}_n) = \frac{|\hat{\mathbf{R}}_n|^{n-k} \exp\left[-\frac{1}{2} \text{tr}(\mathbf{R}_n^{-1} \hat{\mathbf{R}}_n)\right]}{\pi^{1/2k(k-1)} \Gamma(n) \dots \Gamma(n-k+1) |\mathbf{R}_n|^n},$$

где \mathbf{R}_n – истинная КМ; $\hat{\mathbf{R}}_n$ – оценочная КМ; k – размерность вектора выборок входного процесса, (при квадратурной обработке $k = 2$); $\Gamma(\cdot)$ –

гамма-функция по Эйлеру, $\Gamma(x) = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{x-1} dt$; $|\bullet|$, tr – операции вычисления детерминанта и следа матрицы соответственно.

Для комплексной положительно определенной оценочной КМ распределения модуля $\hat{\rho}_n$ и аргумента $\hat{\gamma}$ межканального коэффициента корреляции имеют вид [10]:

$$w(\hat{\rho}_n) = \frac{2\hat{\rho}_n(1-\hat{\rho}_n^2)^n(1-\hat{\rho}_n^2)^{n-2}}{\Gamma(n)\dots\Gamma(n-1)} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\rho_n \hat{\rho}_n)^{2k} \Gamma^2(n+k)}{\Gamma^2(k+1)},$$

$$w(\hat{\gamma}) = \frac{(1-\rho_n^2)^n}{2\pi\Gamma(n)} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(2\rho_n)^k \cos^k(\gamma-\hat{\gamma}) \Gamma\left(\frac{k}{2}+1\right) \Gamma\left(\frac{k}{2}+n\right)}{\Gamma(k+1)}.$$

В силу случайного характера элементов оценочной матрицы ее собственные числа и собственные векторы являются случайными [9], что приводит к флуктуациям ВВК ($\hat{\mathbf{W}}$, $\hat{\mathbf{D}}$, $\hat{\mathbf{h}}$) и, как следствие, к снижению эффективности обработки.

Результаты анализа. Имитационное моделирование проводилось для условий, когда на РЛС действует один источник узкополосной точечной АШП с относительной шириной углового спектра 0,05, относительная ширина углового спектра сигнала, отраженного от цели, – 0,01, отношение шум-помеха по мощности $\lambda = -30\text{дБ}$, число испытаний $p = 1000$.

Значение среднего квадрата отклонений (СКО) между элементами матриц $\hat{\mathbf{R}}_n$ и \mathbf{R}_n представляется в виде:

$$\sigma_R = \frac{1}{N^2} \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \left(\hat{r}_{jk} - r_{jk} \right)^2,$$

где N – порядок матрицы, \hat{r}_{jk} , r_{jk} – соответственно элементы матриц $\hat{\mathbf{R}}_n$, \mathbf{R}_n .

На рисунке 1 приведена зависимость СКО σ_R от объема обучающей выборки n при количестве элементов ФАР: $N = 5$ – кривая 1, $N = 10$ – кривая 2.

Сравнивалась эффективность применения в РЛС оптимального и двухэтапного алгоритмов:

- 1) в идеальных условиях, при которых КМ помех точно известна;
- 2) в условиях априорной неопределенности, при которых необходима оценка КМ.

В первом случае при синтезе алгоритма защиты от помехи использовалась КМ, элементы которой аппроксимировали согласно (3). Во втором случае КМ оценивалась по рекуррентному алгоритму с оценкой прямой матрицы $\hat{\mathbf{R}}_n$ с последующим ее обращением, на k -м шаге

$$\hat{\mathbf{R}}_{nk} = \hat{\mathbf{R}}_{n(k-1)} + \mathbf{X}_k \mathbf{X}_k^H.$$

На первом шаге итерационной процедуры оценивания применялась единичная матрица.

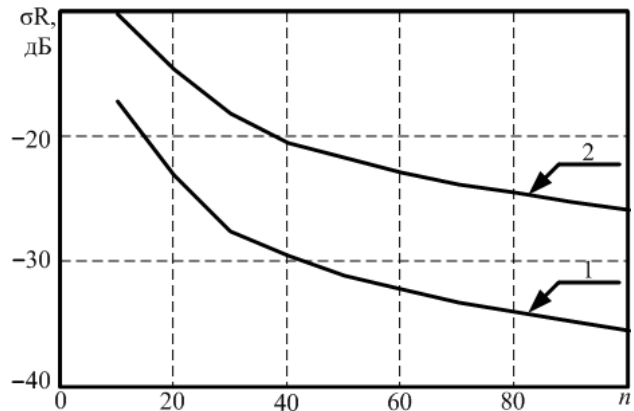


Рисунок 1

На рисунках 2, 3 изображены зависимости коэффициента улучшения ОСПШ от числа элементов N ФАР. Кривые 1, 2 построены при использовании аналитически заданной КМ помехи для синтеза оптимального и двухэтапного алгоритмов соответственно, кривые 3, 4 – при использовании оценочной КМ АШП для синтеза двухэтапного и оптимального алгоритмов соответственно.

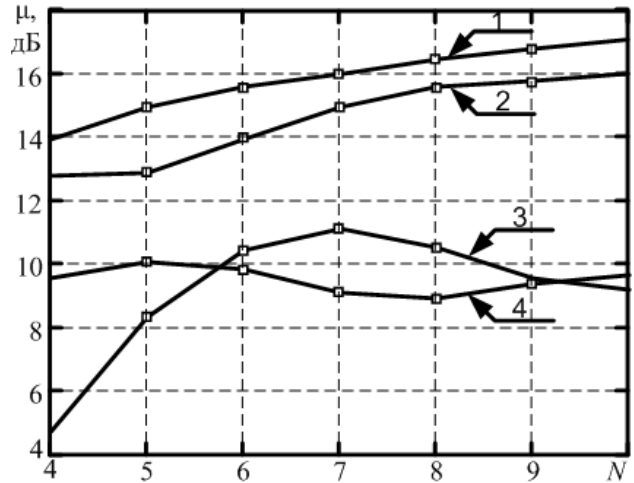


Рисунок 2

Рисунок 2 соответствует оцениванию КМ по объему обучающей выборки $n = 40$, а рисунок 3 – $n = 60$. Для двухэтапного алгоритма проводилось моделирование при оптимальном порядке $m_{opt} = 2$ формирования нуля, зависящем от количества действующих на РЛС источников АШП [11].

Как следует из рисунков 2, 3, при точно известной КМ помехи, аппроксимированной гауссовой кривой, двухэтапный алгоритм проигрывает от 1 дБ до 2 дБ оптимальному. В то же время в реальных условиях априорной неоп-

ределенности двухэтапный алгоритм имеет выигрыш до 2 дБ перед оптимальным, начиная с порядка матрицы $N=6$, что свидетельствует о его меньшей чувствительности к ошибкам оценивания КМ помехи. При снижении объема обучающей выборки с 60 до 40 выигрыш двухэтапного алгоритма перед оптимальным алгоритмом практически не изменяется.

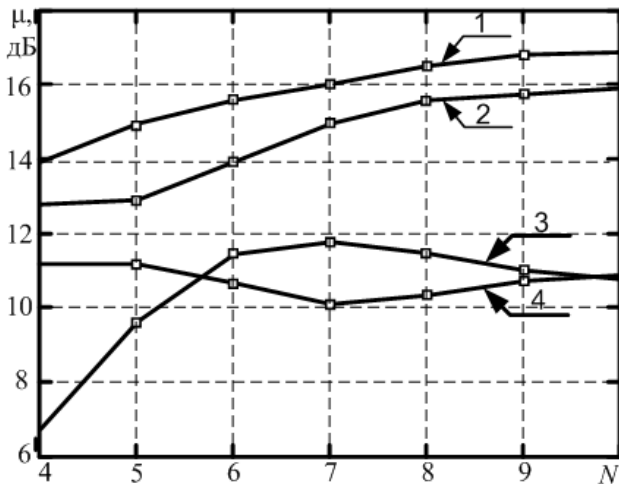


Рисунок 3

Заключение. На основании результатов анализа можно сделать вывод, что использование двухэтапного алгоритма с оценкой КМ помех в условиях априорной неопределенности позволяет повысить коэффициент улучшения ОСПШ на 2 дБ по сравнению с использованием оптимального алгоритма. Меньшая чувствительность двухэтапного алгоритма к ошибкам вычисления КМ помехи требует, однако, увеличения числа элементов ФАР с 4 до 6.

Библиографический список

1. Перунов Ю.М., Фомичев К.И., Юдин Л.М.

Радиоэлектронное подавление информационных каналов систем управления оружием / под ред. Ю.М. Перунова. – М.: Радиотехника, 2008. – 416 с.

2. Защита радиолокационных систем от помех. Состояние и тенденции развития / под ред. А.И. Канашенкова, В.И. Меркулова. – М.: Радиотехника, 2003. – 416 с.

3. Ширман Я.Д., Манжос В.Н. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. – М.: Радио и связь, 1981. – 416 с.

4. Обработка сигналов в радиотехнических системах / под ред. А.П. Лукошкина. – Л.: изд-во Ленингр. ун-та, 1987. – 400 с.

5. Денисов В.П., Дубинин Д.В. Фазовые радиопеленгаторы: Монография. – Томск: Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, 2002. – 251 с.

6. Монзинго Р.А., Миллер Т.У. Адаптивные антенные решетки. Введение в теорию / пер. с англ. под ред. В.А. Лексаченко. – М.: Радио и связь, 1986. – 446 с.

7. Попов Д.И., Кошелев В.И. Синтез систем когерентно-весовой обработки сигналов на фоне коррелированных помех // Радиотехника и электроника. – 1984. – № 4. – С. 789–792.

8. Ланкастер П. Теория матриц / пер. с англ. – М.: Наука, 1982. – 272 с.

9. Фукунага К. Введение в статистическую теорию распознавания образов: пер. с англ. – М.: Наука, 1979. – 368 с.

10. Бартенев В.Г. Применение распределения Уишарта для анализа эффективности адаптивных систем селекции движущихся целей // Радиотехника и электроника. – 1982. – № 2. – С. 356–360.

11. Штрунова Е.С. Эффективность алгоритмов угловой селекции целей в радиолокационной станции в условиях действия нескольких источников активных шумовых помех // Современные проблемы радиотехники и телекоммуникаций «РТ–2011»: Материалы 7-й междунар. молодежной научно-техн. конференции. – Севастополь: СевНТУ, 2011. – С. 258.

УДК 621.396.96:621.391.828

С.И. Гусев, Ю.Н. Паршин

ПОВЫШЕНИЕ СКОРОСТИ СХОДИМОСТИ АДАПТАЦИИ В СИСТЕМЕ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ С ОПТИМИЗАЦИЕЙ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ СТРУКТУРЫ

Решается задача повышения скорости сходимости процесса адаптивной подстройки вектора весовых коэффициентов антенной системы с изменяемой пространственной структурой на фоне пространственно сосредоточенных помех. Показано, что предпроцессорная обработка с подстройкой элементов адаптивной антенной решетки (АР) дает возможность значительно уменьшить разброс собственных значений пространственной корреляционной матрицы, что увеличивает скорость сходимости алгоритма адаптации градиентного типа.

Ключевые слова: адаптивная обработка сигналов, предпроцессорная обработка, оптимизация пространственной структуры.

Введение. Эффективность пространственного подавления помех в значительной степени зависит от свойств корреляционной матрицы помех, в частности от ее собственных значений. При большом различии собственных значений корреляционной матрицы помех уменьшается скорость сходимости алгоритмов адаптации градиентного типа, возрастает чувствительность результата обращения матрицы к ошибкам ее оценивания. Особенно это заметно при одновременном приеме сигналов источников слабых и мощных помех, а также источников мощных помех, расположенных на близком угловом расстоянии друг от друга [1].

Известные методы устранения указанных недостатков используют различные виды предпроцессорной обработки: методы ускоренного градиента [1], сопряженных градиентов с масштабированием [2], каскадные предпроцессоры с разложением входного процесса на главные компоненты. В работе предлагается реализовать предпроцессорную обработку путем изменения пространственной структуры приемной АР. Ранее оптимизация пространственной структуры АР использовалась для повышения отношения сигнал-помеха [3], повышения скорости перестройки пространственной структуры [4], повышения эффективности нелинейной обработки сигнала на фоне негауссовских помех [5-7].

Целью работы является повышение скорости адаптивной пространственной компенсации помех путем предпроцессорной обработки на основе оптимизации пространственной структуры АР.

Модель системы и алгоритм обработки сигнала. Рассмотрим плоскую АР, N элементов которой имеют координаты $x_n, y_n, n = 1, \dots, N$. Решетка разбита на две подрешетки из N_1 и N_2 элементов соответственно, $N_1 + N_2 = N$. Первая подрешетка из N_1 элементов предназначена для пеленгации источников излучения и формирует основную пеленгационную характеристику. Вторая подрешетка из N_2 элементов предназначена для пространственной компенсации помех и содержит элементы, которые осуществляют адаптивную регулировку амплитуды и фазы помех. При этом координаты N_2 элементов могут изменяться для получения наилучшей помехоустойчивости и увеличения скорости сходимости адаптивного алгоритма компенсации помех, рисунок 1.

Помеховая обстановка задается M точечными источниками помех мощностью P_m , распо-

ложенных в направлениях, задаваемых азимутом α_m и углом места $\gamma_m, m = 1, \dots, M$. Вектор комплексного наблюдаемого сигнала представляет собой совокупность комплексных огибающих сигнала и помехи на выходах N элементов АР:

$$\underline{\mathbf{Y}} = \underline{\mathbf{S}} + \underline{\mathbf{N}}. \quad (1)$$

Матрица пространственной корреляции помеховых колебаний на выходах элементов АР равна:

$$\underline{\mathbf{R}}_N = \overline{\underline{\mathbf{N}}\underline{\mathbf{N}}^H} = \left\{ \sum_{m=1}^M P_m V_{mi} V_{mj}^*, i, j = 1, \dots, N \right\}, \quad (2)$$

$$\text{где } \underline{\mathbf{V}}_m = \{ V_{mn} = \exp[-j \frac{2\pi}{\lambda} \sin \gamma_m \times \\ \times (x_n \cos \alpha_m + y_n \sin \alpha_m)], n = 1, \dots, N \}$$

направляющий вектор помех, зависящий от координат элементов АР, знак H обозначает эрмитово сопряжение, λ - длина волны.

Сигналы на выходах элементов первой и второй подрешеток можно представить в виде:

$$\underline{\mathbf{Y}} = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{Y}}_1 \\ \underline{\mathbf{Y}}_2 \end{bmatrix}, \quad \underline{\mathbf{Y}}_1 = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{Y}}_1 \\ \dots \\ \underline{\mathbf{Y}}_{N_1} \end{bmatrix}, \quad \underline{\mathbf{Y}}_2 = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{Y}}_{N_1+1} \\ \dots \\ \underline{\mathbf{Y}}_N \end{bmatrix}. \quad (3)$$

В этом случае корреляционная матрица имеет блочную структуру:

$$\underline{\mathbf{R}}_Y = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{Y}}_1 & \underline{\mathbf{Y}}_2 \\ \underline{\mathbf{Y}}_2 & \underline{\mathbf{Y}}_1 \end{bmatrix}^* = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{R}}_{11} & \underline{\mathbf{R}}_{12} \\ \underline{\mathbf{R}}_{21} & \underline{\mathbf{R}}_{22} \end{bmatrix},$$

а оптимальный вектор коэффициентов весовой обработки $\underline{\mathbf{W}}_2 = -\underline{\mathbf{R}}_{22}^{-1} \underline{\mathbf{R}}_{21} \underline{\mathbf{W}}_1$ минимизирует мощность некомпенсированных остатков помех при $\underline{\mathbf{W}}_1 = \text{const}$ [1].

Оптимизация пространственной структуры второй подрешетки осуществляется по критерию (4) максимума отношения минимального λ_{\min} и максимального λ_{\max} собственных чисел матрицы $\underline{\mathbf{R}}_{22}$, определяющих скорость и устойчивость процесса адаптации:

$$\left\{ x_{(N_1+1)opt} \dots x_{Nopt}, y_{(N_1+1)opt} \dots y_{Nopt} \right\} = \\ = \arg \max_{x_{(N_1+1)} \dots x_N, y_{(N_1+1)} \dots y_N} \frac{\lambda_{\min}(x_n, y_n)}{\lambda_{\max}(x_n, y_n)}. \quad (4)$$

В дальнейшем при анализе эффективности экстремальная задача (4) решается перебором значений координат $x_n, y_n, n = N_1 + 1, \dots, N$ элементов компенсационной подрешетки с достаточно малым шагом. При технической реализации для этих целей можно использовать, на-

пример, градиентные алгоритмы с кластеризацией [1, 8].

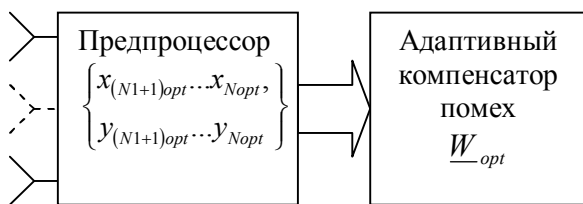


Рисунок 1 - Структурная схема пространственной обработки с оптимизацией пространственной структуры

Критерий максимума отношения собственных значений позволяет повысить эффективность подавления помех за счет решения следующих задач: увеличения скорости сходимости адаптивной подстройки весовых коэффициентов при использовании градиентных алгоритмов, уменьшения ошибки обращения корреляционной матрицы, увеличения коэффициента подавления помех путем более точного формирования нулей диаграммы направленности.

Анализ алгоритма. Проведем статистическое моделирование предпроцессорной обработки с оптимизацией пространственной структуры и процессов в системе с адаптивной пространственной обработкой сигнала с различными параметрами АР.

Для расчета оптимального значения вектора весовых коэффициентов используем метод наискорейшего спуска [1]. Рекуррентный алгоритм адаптации компенсатора помехи имеет вид [1]:

$$\underline{W}(k+1) = \underline{W}(k) + 2\chi_a e \underline{Y},$$

где χ_a - коэффициент сходимости адаптации.

На рисунке 2, а изображен пример результата сходимости процесса подстройки весового коэффициента в случае наличия и отсутствия предпроцессорной обработки с оптимизацией пространственной структуры (4) при отношении помеха-шум $q=20$, $\chi_a=0,001$, углах прихода $M=2$ помех $\gamma_1=25^\circ$, $\gamma_2=50^\circ$.

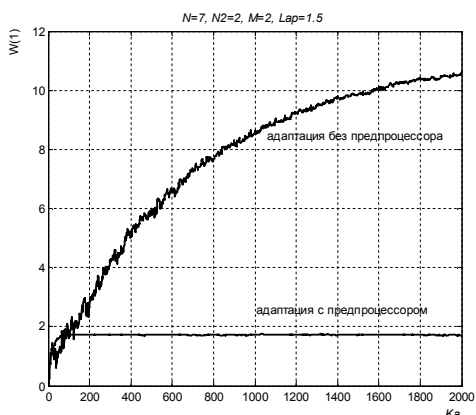


Рисунок 2, а - Подстройка весового коэффициента при адаптации с предпроцессорной обработкой

Рисунок 2, б иллюстрирует ту же ситуацию с точки зрения формирования нулей диаграммы направленности (ДН) АР $D(\gamma)$ при адаптации с предпроцессором и без такового. В данном случае число шагов адаптации $K_a=100$ соответствует времени предпроцессорной обработки, увеличивающей скорость сходимости. При этом адаптивная ДН с предпроцессором практически совпадает с оптимальной.

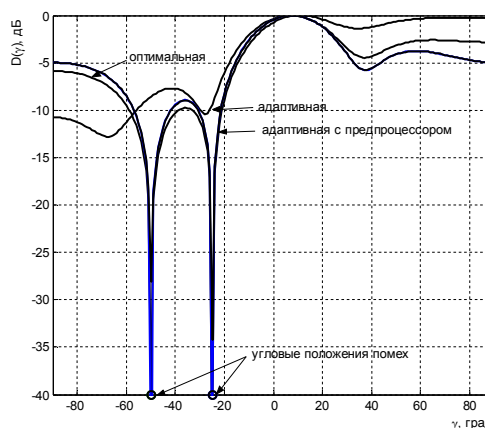


Рисунок 2, б - Формирование нулей ДН АР при адаптации с предпроцессорной обработкой

Выигрыш в скорости адаптации характеризуют зависимости отношения минимальных собственных чисел оптимальной и исходной корреляционных матриц $g = \lambda_{\min opt} / \lambda_{\min 0}$ от нормированного к длине волны размера апертуры L_{ap} исходной эквидистантной антенной решетки, рисунок 3. Расчеты выполнены при постоянном значении коэффициента сходимости χ_a в алгоритме (5), что дает $\lambda_{\max} = \text{const}$. Следует отметить, что наибольший выигрыш достигается на малых размерах апертур АР.

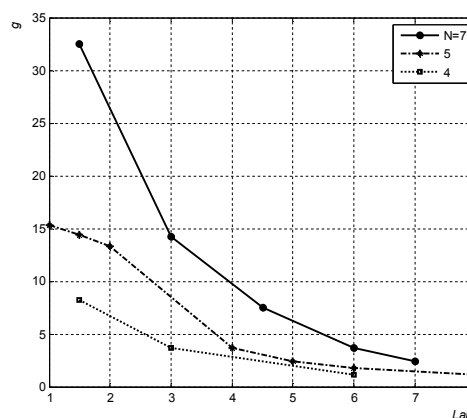


Рисунок 3 - Зависимость отношения минимальных собственных чисел от размера апертуры

Заключение. Таким образом, в работе исследуется оптимизация пространственной струк-

туры AP как один из видов предпроцессорной обработки сигналов. Анализ эффективности оптимальной пространственной структуры показал значительное увеличение скорости сходимости процесса адаптивной подстройки вектора весовых коэффициентов AP, а также повышение эффективности подавления пространственно сосредоточенных помех путем более точного и быстрого формирования нулей диаграммы направленности. Установлено, что наибольший выигрыш в скорости адаптации достигается при малых размерах апертуры AP.

Библиографический список

1. Монзинго Р.А., Миллер Т.У. Адаптивные антенные решетки. - М.: Радио и связь, 1986. - 448 с.
2. L. Hasdorff. Gradient Optimization and Nonlinear Control. Wiley, New York, 1976, Ch.3.
3. Паршин Ю.Н., Гусев С.И. Влияние сигнально-помеховой ситуации на оптимальную пространственную структуру антенной системы // Вестник Рязанской государственной радиотехнической академии, вып. 4, Рязань: РГРТА, 1998. С. 117-120.
4. Yu.N. Parshin, S.I. Gusev. Dynamic Mode of

Radiosystem with Spatial Structure Optimization in Presence of Interferences// 4-th MicroWave and Radar Week, MRW-2010, 18th International Conference on Microwave Radar and Wireless Communications, MIKON-2010, Vilnius, Lithuania, June 14-16, 2010, V. 1, GEOZONDAS Ltd, 2010, p.p. 133-136.

5. Паршин Ю.Н., Гусев С.И. Оптимальный прием дискретных сообщений системой обработки с оптимальной пространственной структурой // Радиотехника и электроника. - 2000. - Т. 45. № 3. - С. 305-312.

6. Паршин Ю.Н., Гусев С.И. Оптимизация пространственной структуры радиосистемы с нелинейной компенсацией помех // Радиотехника, телевидение и связь: Межвуз. сб. науч. тр., посвященный 110-летию В.К. Зворыкина. Муром: Муромский институт (филиал) ВлГУ, 1999. - С. 112-116.

7. Parshin Yu. Signal detection in the presence of space interferences with using space structure optimization and sequential samples // International radar symposium 2007 – IRS 2007, Cologne, Germany. Proceedings. – German institute of navigation, 2007. – pp. 451-454.

8. Стронгин Р.Г. Численные методы в многоэкстремальных задачах. - М.: Наука, 1978. - 240 с.

УДК 621.3.018.51.

А.А. Овинников

ИССЛЕДОВАНИЕ АЛГОРИТМА ОЦЕНКИ СМЕЩЕНИЯ СПЕКТРА СИГНАЛА С OFDM МОДУЛЯЦИЕЙ В КАНАЛАХ С АДДИТИВНЫМ БЕЛЫМ ГАУССОВСКИМ ШУМОМ

Рассмотрен алгоритм определения смещения спектра сигнала с OFDM модуляцией в канале с аддитивным белым гауссовским шумом, основанный на использовании циклического префикса и метода максимального правдоподобия. Проведено исследование влияния аддитивного белого гауссовского шума на точность оценки ухода частоты для различных длин защитного интервала и времени анализа.

Ключевые слова: *циклический префикс, защитный интервал, OFDM, метод максимального правдоподобия.*

Введение. *Цель работы* – исследовать влияние шумов на точность работы алгоритма оценивания частотного смещения в системе синхронизации с использованием модуляции OFDM.

Системы с ортогональным частотным разделением (Orthogonal frequency division multiplexing - OFDM) [1] становятся всё более востребованными в области цифровых систем радиосвязи и телевидения. Благодаря устойчивости к замираниям, которые вызваны многолучевым распространением сигнала, а также высокой спектральной эффективности OFDM,

модуляция получила широкое распространение в стандартах для беспроводных локальных вычислительных сетей (IEEE 802.11), систем широкополосного доступа, (IEEE 802.16) и цифрового телевизионного вещания (DVB – digital video broadcasting).

У ортогонального частотного разделения, помимо несомненных достоинств, существует значительный недостаток, связанный с возможным нарушением ортогональности поднесущих, которое приводит к значительному увеличению вероятности битовой ошибки [2]. Такое явление может быть обусловлено эффектом Доплера, а

также нестабильностью частоты опорных генераторов.

В настоящее время существует целый ряд алгоритмов, позволяющих оценивать частотное смещение в системах с OFDM модуляцией. Их можно условно классифицировать по нескольким направлениям. К первой группе следует отнести алгоритмы, использующие для оценки искомого параметра циклический префикс [3-5], пилотные и нулевые поднесущие [6-8] либо вспомогательные символы OFDM [9]. Более эффективными с точки зрения использования спектра являются «слепые» алгоритмы оценки [10-12], которые определяют величину частотного смещения непосредственно по OFDM символу, используя сложные статистические оценки и моментные функции высоких порядков. Однако они требуют значительных вычислительных затрат.

Обычно в системах с OFDM модуляцией рассматриваются два возможных варианта сдвига частоты несущего колебания. Первый – когда частота сдвига кратна расстоянию между поднесущими OFDM символа. В этом случае поднесущие частоты остаются взаимно ортогональными, однако при этом находятся не на своих позициях. Это приводит к вероятности символьной ошибки 0,5 после демодуляции сигнала. Второй вариант – когда частота сдвига несущего колебания не кратна расстоянию между поднесущими. В этом случае ортогональность поднесущих нарушается и в демодулированном сигнале наблюдается явление межсимвольной интерференции, приводящее к существенному ухудшению качества приёма.

В статье рассмотрен алгоритм оценки частотного смещения, основанный на работе [3]. Его ключевыми особенностями являются использование избыточности, заложенной в циклическом префиксе символа OFDM, и вычисление искомым оценок по методу максимального правдоподобия. Исследована работа алгоритма в канале с аддитивным белым гауссовским шумом (АБГШ) при различной величине защитного интервала.

Модель системы. Упрощённая структурная схема системы с OFDM модуляцией и системой синхронизации представлена на рисунке 1.

Комплексно модулированная последовательность данных \bar{X} поступает на вход модулятора OFDM, где выполняются операции последовательно-параллельного преобразования (ПлПрП) и обратного быстрого преобразования Фурье (ОБПФ). Сигнал на выходе модулятора с ортогональным частотным разделением без учёта циклического префикса может быть записан в виде:

$$\bar{s}(t) = \sum_{n=1}^N \bar{x}(n) e^{j2\pi n \Delta f t}, \quad (1)$$

где $\bar{x}(n)$ – комплексные символы квадратурного модулятора (QPSK); n, N – номер и общее количество поднесущих в OFDM символе; Δf – расстояние между поднесущими. Использование защитного интервала является исключительно важной мерой борьбы с эффектом многолучёвости канала связи. Защитный интервал, называемый циклическим префиксом, представлен последними K отсчётами каждого OFDM символа, которые копируются в начало символа. В результате такой процедуры длительность сигнала увеличивается на величину префикса. Последним этапом цифровой обработки сигнала в передатчике является параллельно-последовательное преобразование (ПрПлП), на выходе которого получается последовательный поток OFDM символов. С помощью цифро-аналогового преобразователя (ЦАП) синфазные и квадратурные компоненты цифрового сигнала преобразуются в аналоговую форму. Пройдя через канал связи (КС) с аддитивным белым гауссовским шумом и величиной частотной нестабильности ∂f , сигнал обрабатывается приёмным устройством.

Сигнал на выходе канала связи представляет собой:

$$r(k) = s(k) e^{j2\pi \varepsilon k / N} + n(k), \quad (2)$$

где $s(k)$ – модулированный OFDM сигнал; $n(k)$ – АБГШ; ε – величина частотного смещения ∂f , нормированная к расстоянию между поднесущими Δf :

$$\varepsilon = \frac{\partial f}{\Delta f}. \quad (3)$$

На приёмной стороне после аналого-цифрового преобразования (АЦП) с помощью системы синхронизации осуществляются тактовая синхронизация и подстройка частоты. После этого выполняется процедура OFDM демодуляции, которая состоит из удаления циклического префикса, ПлПрП, быстрого преобразования Фурье для вычисления комплексных отсчётов квадратурно-модулированных символов и ПрПлП.

Описание алгоритма оценивания частотного смещения в системах с OFDM модуляцией. Рассмотрим алгоритм с учётом наличия тактовой синхронизации.

Как показано на рисунке 1, первые K отсчётов принятого из канала OFDM символа должны соответствовать отсчётам с $r(N-K-1)$ по $r(N-1)$. Для нахождения нормированной оценки $\hat{\varepsilon}$ величины частотного смещения необходимо воспользоваться логарифмом максимального

правдоподобия:

$$\Lambda(\hat{\varepsilon}) = \log(f(r|\hat{\varepsilon})), \quad (4)$$

где $f(r|\hat{\varepsilon})$ - условная вероятность приёма символов r при наличии частотного смещения ε . После выполнения ряда математических преобразований [3] получим:

$$\Lambda(\hat{\varepsilon}) = |\gamma| \cos(2\pi\hat{\varepsilon} + \angle\gamma) - \rho\Phi, \quad (5)$$

где оператор \angle обозначает аргумент комплексного числа,

$$\gamma = \sum_{k=0}^{K-1} r(k)r^*(k+N), \quad (6)$$

$$\Phi = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{K-1} |r(k)|^2 + |r(k+N)|^2, \quad (7)$$

$$\rho = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma_n^2}. \quad (8)$$

Параметр ρ показывает амплитуду коэффициента корреляции между отсчётами циклического префикса и непосредственно самого сигнала с дисперсией σ_s^2 . Параметр σ_n^2 является дисперсией шума. Функция γ определяет взаимную корреляцию между двумя сигналами, а Φ является энергетической компонентой функции правдоподобия.

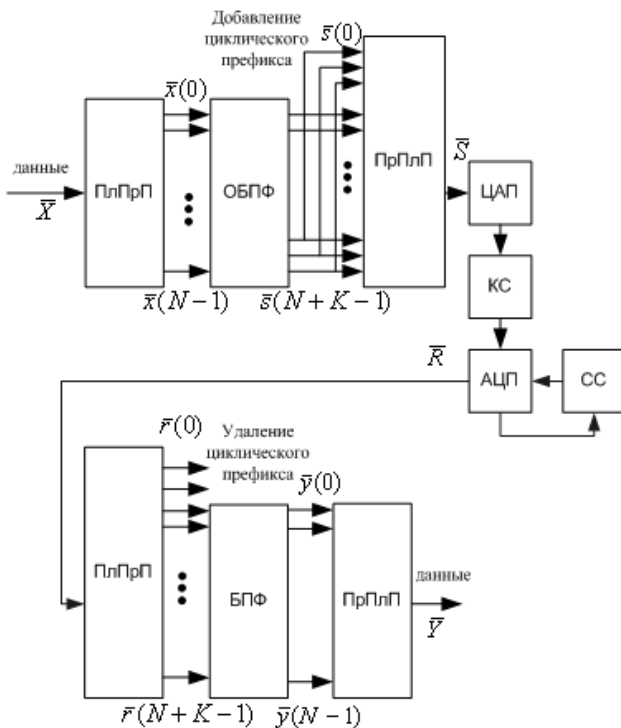


Рисунок 1 – Структурная схема приёмопередатчика с OFDM модуляцией и системой синхронизации

Для определения максимума функции $\Lambda(\varepsilon)$ необходимо выполнения условия

$$\cos(2\pi\hat{\varepsilon} + \angle\gamma_{\max}) = 1. \quad (9)$$

В свою очередь, это означает, что нормированная оценка величины частотного смещения будет иметь вид:

$$\hat{\varepsilon} = -\frac{1}{2\pi} \angle\gamma_{\max}. \quad (10)$$

Согласно (10) нормированную оценку частотного смещения сигнала OFDM в диапазоне $|\hat{\varepsilon}| < 1/2$ можно определить, зная лишь значения функции взаимной корреляции. Исходя из выражения (6), можно утверждать, что точность полученной оценки напрямую зависит от длительности защитного интервала.

Для оценки искомого значения частотного сдвига \hat{f}_{ML} можно воспользоваться следующим выражением:

$$\hat{f}_{ML} = k\hat{\varepsilon}\Delta f = \frac{(N+K)}{N} \hat{\varepsilon}\Delta f, \quad (11)$$

где $k = \frac{(N+K)}{N}$ - коэффициент пропорциональности, полученный эмпирическим путём.

Обобщим полученный результат на случай использования нескольких OFDM символов. Для этого интервал оценивания с помощью функции $\Lambda(\varepsilon)$ необходимо увеличить до $L \cdot K$ отсчётов. При этом выражение для расчета взаимной корреляционной функции примет вид:

$$\gamma = \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{K-1} r_l(k)r_l^*(k+N), \quad (12)$$

где L - число OFDM символов, используемых для определения величины ε_{ML} .

Вид оценки частотного смещения ε_{ML} в результате преобразования (12) не изменится.

Рассмотренную методику оценки частотного смещения можно обобщить в виде следующего алгоритма.

1. Вычисление комплексных отсчётов функции взаимной корреляции ВКФ по формуле (12).
2. Определение максимума функции (12).
3. Вычисление значения аргумента ВКФ по формуле (10).
4. Определение оценочной величины частотного смещения \hat{f}_{ML} согласно выражению (11).

Результаты экспериментального исследования. Математическое моделирование в работе выполнялось по методу Монте-Карло с объемом выборки $N_{\text{экс}} = 100000$ OFDM символов. На каждой из 256 поднесущих исследуемого сигнала передавались символы квадратурного модулятора (QPSK). Оценка точности вычисления частот-

ного смещения в канале с АБГШ выполнялась по формуле:

$$e = \frac{1}{\Delta f} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N_{ЭКС}} (\partial f_i - \hat{\partial f}_{MLi})^2}{N_{ЭКС}}}, \quad (13)$$

где ∂f_i и $\hat{\partial f}_{MLi}$ - истинное и оценочное значения сдвига частоты; e - величина нормированной среднеквадратичной ошибки оценки смещения частоты; Δf - расстояние между поднесущими OFDM символа.

Результаты работы алгоритма оценки смещения частоты в канале с АБГШ при различной величине защитного интервала представлены на рисунке 2. Количество избыточных отсчётов, отведённых на циклический префикс, варьируется от 8 (ЦП₈) до 64 (ЦП₆₄).

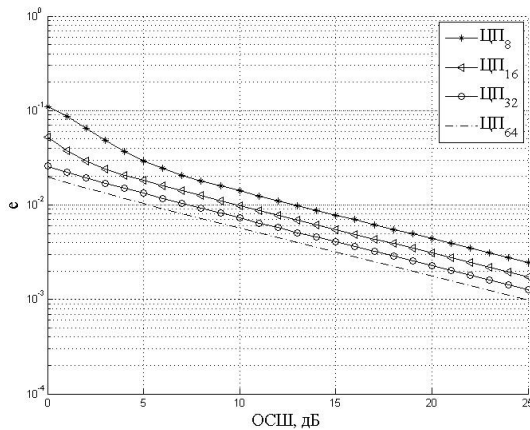


Рисунок 2 – Зависимость точности оценки частотного смещения от ОСШ в канале связи при различных значениях длины циклического префикса

Из анализа представленных на рисунке зависимостей следует, что при увеличении длины циклического префикса уменьшается величина e . Характер зависимости нормированной среднеквадратичной оценки смещения частоты от отношения сигнал-шум на интервале (0...5) дБ становится линейным с увеличением защитного интервала.

На следующем этапе исследований задавались фиксированные значения ОСШ: 5 дБ, 10 дБ, 15 дБ и для разных величин длины циклического префикса (таблица 1) рассчитывалась ошибка e . Анализ значений e показывает, что при уменьшении длины защитного интервала до 8 отсчетов и менее наблюдается резкое увеличение значения ошибки. Кроме того, с увеличением длины циклического префикса ($K > 32$) улучшение точности оценивания становится незначительным. При увеличении размера защитного интервала с 32 до 64 отсчётов величина e

уменьшается лишь на 10^{-3} при отношении сигнал-шум 15 дБ.

Таблица 1

Длина циклического префикса, [отсч.]	Отношение сигнал-шум, дБ		
	5	10	15
2	0,103	0,0501	0,0234
4	0,066	0,024	0,0120
8	0,0295	0,014	0,0078
16	0,018	0,0098	0,0055
32	0,013	0,0073	0,0040
64	0,0103	0,0056	0,0031

Результат использования нескольких OFDM символов для оценки смещения частоты представлен на рисунке 3. В процессе моделирования длина циклического префикса полагалась равной восьми, а количество OFDM символов L , по которым выполнялась оценка, принималось от 5 до 20 символов. Исходя из полученных зависимостей, можно сделать вывод о том, что увеличение окна анализа L оказывает тот же эффект, что и увеличение длины циклического префикса (рисунок 2). Нетрудно убедиться в том, что для уменьшения ошибки оценки смещения частоты в 2 раза потребуется увеличить параметр L приблизительно в 4 раза.

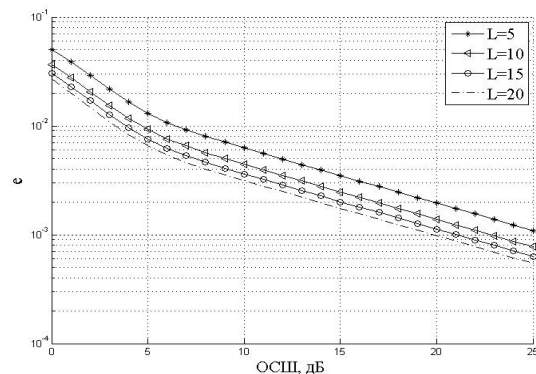


Рисунок 3 – Зависимость точности оценки частотного смещения от ОСШ в канале связи при различных значениях длины усреднения

Заключение. В статье рассмотрен алгоритм оценки частотного смещения в системах с OFDM модуляцией при воздействии АБГШ. Было показано, что при увеличении длины циклического префикса в 2 раза происходит уменьшение СКО приблизительно на 10^{-3} . В случае оценки смещения частоты одновременно по нескольким символам (12) эффективность рассмотренного алгоритма увеличивается, однако при этом неизбежно возникает задержка, связанная с накоплением символов, что может быть критично в некоторых приложениях.

Библиографический список

1. R.W. Chang, "Synthesis of band-limited orthogonal signals for multichannel data transmission," Bell Systems Technical Journal, vol. 46, 1775–1796 p., December 1966.
2. Pollet T., Bladen M.V., Moeneclaey M. BER sensitivity of OFDM systems to carrier frequency offset and Wiener phase noise // IEEE Trans. Commun. – vol. 43, Feb., Mar., Apr. 1995. – 191-199 p.
3. J.J. van de Beek, M. Sandell, and P.O. Bojesson, "ML estimation of time and frequency offset in OFDM systems", IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 45, no. 7, 1800-1805 p., 1997.
4. F. Daffara and A. Chouly, 'Maximum likelihood frequency detectors for orthogonal multicarrier systems', in Proceedings of the IEEE International Conference on Communications (ICC'93), May 1993, 766-771 p.
5. F. Daffara and O. Adami, 'A new frequency detector for orthogonal multicarrier transmission techniques', in Proceedings of the Vehicular Technology Conference (VTC'95), Chicago, Illinois, USA, July 1995, 804-809 p.
6. U. Tureli, D. Kivanc, and H. Liu, "Experimental and analytical studies on a high-resolution OFDM carrier frequency offset estimator," IEEE Transactions on Vehicular Technology, vol. 50, no. 2, 629-643 p., 2001.
7. H. Liu and U. Tureli. A high-efficiency carrier estimator for OFDM communications. IEEE Commun. Lett., 2(4):104-106 p., Apr. 1998.
8. X. Ma, C. Tepedelenliogly, G.B. Giannakis, and S. Barbarossa. Non-data aided frequency-offset estimators for OFDM with null subcarriers: identifiability, algorithms and performance. IEEE J. Selected Areas Commun., 19(12):2504-2515 p., Dec. 2001.
9. P.H. Moose, 'A technique for orthogonal frequency division multiplexing frequency offset correction', IEEE Transactions on Communications, vol. 42, no. 10, 2908-2914 p., October 1994.
10. M. Luise, M. Marselli, and R. Reggiannini, "Low-complexity blind carrier frequency recovery for OFDM signals over frequency-selective radio channels," IEEE Transactions on Communications, vol. 50, no. 7, 1182-1188 p., 2002.
11. F. Yang, K.H. Li, and K.C. Teh, "A carrier frequency offset estimator with minimum output variance for OFDM systems," IEEE Communication Letters, vol. 8, no. 11, 677-679 p., 2004.
12. Yingwei Yao, Georgios B. Giannakis; Blind carrier frequency offset estimation in SISO, MIMO, and multiuser OFDM systems, IEEE Trans. Communications, vol. COM-53, 173 – 183 p., January 2005.

УДК 621.396.933:527.8

С.И. Елесина, В.В. Зотов, М.Б. Никифоров**ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ МЕТОДОВ ГЛОБАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ НА ОСНОВЕ КЛАСТЕРИЗАЦИИ ОБЛАСТИ ПОИСКА**

Для уменьшения трудоемкости поиска глобального экстремума предлагаются различные стратегии заполнения кластеров разбиения области поиска. Исследуется их эффективность. Показано, что для корреляционно-экстремальных навигационных систем, работающих на базе радиолокационных изображений, выигрыш в производительности может составлять 5 – 8 раз.

Ключевые слова: глобальный экстремум, целевая функция, область поиска, кластеризация, модифицированный метод деформируемого многогранника.

Введение. В поисковых корреляционно-экстремальных навигационных системах (КЭНС) с использованием систем технического зрения (СТЗ) ключевым этапом обработки текущего (ТИ) и эталонного изображений (ЭИ) является поиск глобального экстремума (ГЭ) функции их корреляционного совмещения. В этом случае на двухмерном пространстве $P \subset R^2$ алгоритмически задана многоэкстремальная функция $f(x, y)$, удовлетворяющая в области поиска условию Липшица с неизвестной константой L . При этом требуется найти $f_* = \max_{(x, y) \in P} f(x, y)$, где

$$P = \{(x, y) \in R^2 : x_{\min} \leq x \leq x_{\max}, y_{\min} \leq y \leq y_{\max}\}.$$

Специфика изображений, получаемых от СТЗ, определяет мультимодальную целевую функцию (ЦФ). Количество локальных экстремумов может достигать нескольких сотен. В этих условиях методы глобальной оптимизации существенно отличаются от техники стандартных методов поиска локальных оптимальных значений функции.

Наиболее надёжный метод поиска ГЭ основан на полном переборе (сканировании) точек возможного взаимного расположения двух

изображений. В связи с большой трудоёмкостью вычисления ЦФ по сравнению с другими операциями КЭНС данный подход приводит к большим вычислительным затратам, что не позволяет реализовывать его в реальном времени в бортовых системах навигации.

Цель работы: повышение эффективности алгоритмов поиска ГЭ за счет уменьшения числа вычислений ЦФ при тех же требованиях к точности.

Многие быстро сходящиеся методы поиска ГЭ, такие как методы, основанные на применении генетических алгоритмов, методы, использующие мультистарт [1], и методы, в основе которых лежит деформируемый многогранник [2,3], формируют такую последовательность подлежащих проверке точек, в которой возможно повторное использование ранее вычисленных значений. Вновь формируемые пробные точки вычисления ЦФ могут либо полностью совпадать с уже использованными, либо быть от них на небольшом расстоянии.

Предварительные статистические исследования корреляционной функции, полученной в результате совмещений двух изображений, позволяют получить оценки среднего расстояния между локальными экстремумами d_{cp} :

$$d_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^K \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^K d_{ij}}{(K-1)^2}, \quad (1)$$

где K – количество локальных экстремумов; d_{ij} – расстояние между i -м и j -м локальными экстремумами.

Это позволяет не только использовать массив уже вычисленных значений функции вместо повторных вычислений, но и использовать кластеризацию области поиска экстремума. При этом в каждом кластере значение функции вычисляется только один раз.

Пусть для кластеров, имеющих форму квадрата с длиной стороны, равной a , его размер определяется параметром $r = (a-1)/2$.

В этом случае кластер, состоящий из одной точки, имеет размер $r = 0$, то есть кластеризация отсутствует. Тогда, исходя из того, что для надёжного выделения ГЭ должно быть не менее двух отсчетов значений ЦФ на интервале d_{cp} , с учётом ортогональности сторон кластера, $a \leq d_{cp} \sqrt{2}/4$. Таким образом, допустимый размер кластера определяется как:

$$r \leq (d_{cp} - 2) \sqrt{2}/8. \quad (2)$$

В данной работе исследуется эффективность кластеризации области поиска ГЭ ЦФ при использовании различных стратегий заполнения значений функции внутри кластера:

- использование только точных попаданий в координаты предыдущих вычислений ЦФ, то есть непосредственное использование массива предыдущих вычислений, при этом $r = 0$;

- интерполяция нулевого порядка (тиражирование) значений функции внутри кластера размером $r > 0$;

- интерполяция первого порядка значений функции внутри кластера размером $r > 0$.

При использовании интерполяции происходит огрубление истинной корреляционной картины, всё более значительное при увеличении размера кластера. В связи с этим после нахождения ГЭ на этой «грубой» картине необходимо также осуществить дополнительный, второй этап. На нём значения корреляционной функции в некоторой окрестности найденного «грубого» экстремума должны быть вычислены без использования массива – с тем, чтобы найти истинный ГЭ, который в общем случае может и отличаться от найденного на первом этапе.

Для всех стратегий с $r > 0$ общее количество вычислений ЦФ складывается из вызовов ЦФ на каждом этапе. Причём, если на первом этапе оно уменьшается с ростом размера кластера r опосредованно, с учётом свойства сходимости метода поиска ГЭ, то на втором зависимость абсолютно прозрачна – число вызовов ЦФ с учётом некоторой погрешности нахождения экстремума ε равно $(2(r+\varepsilon)+1)^2$ при использовании на втором этапе метода полного перебора (сканирования).

Общее количество вычислений ЦФ с учётом обоих этапов имеет минимальное значение при определённом оптимальном значении r . Если на втором этапе применить менее затратный поисковый метод, то оптимальное значение r увеличивается из-за уменьшения трудоёмкости второго этапа.

Интерполяция нулевого порядка предполагает тиражирование каждого заносимого в массив истинного значения ЦФ по всем неинициализированным элементам кластера вокруг него. Элементы кластера, которые уже были означены на предыдущих итерациях, переозначиванию не подвергаются.

Интерполяция первого порядка осуществляется для точек, которые являются общими для нескольких кластеров, с учетом весового влияния их центров. Иллюстрация стратегии на первых двух итерациях приведена на ри-

сунке 1,а. Область 1 – кластер на одной из прошлых итераций. В ходе его обработки непосредственно вычисленное значение ЦФ (точка A) было растиражировано в том числе и в неопределенную ранее точку B . Область 2 – кластер, обрабатываемый на текущей итерации. Ранее записанное в точке B значение уточняется.

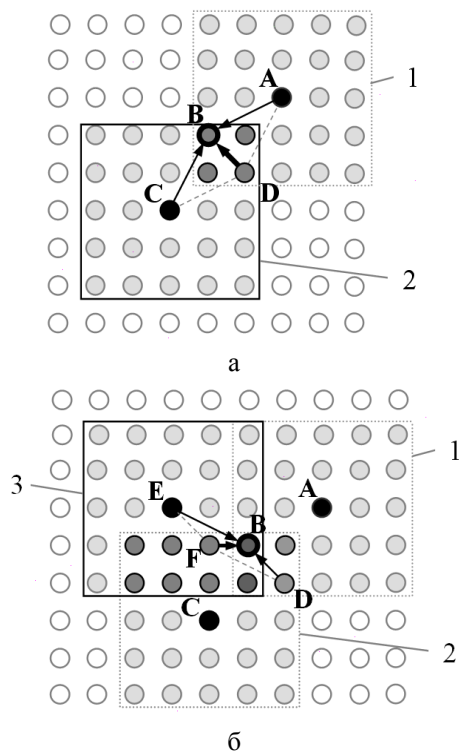


Рисунок 1 – Интерполяция первого порядка

Если в очередном элементе кластера (точка B на рисунке 1,а) уже имеется значение, то оно корректируется в зависимости от соотношения длин двух векторов уточнения. Началом одного из них является центр текущего кластера, другого – точка, координаты которой были сохранены в рассматриваемом элементе кластера, а общим концом векторов является точка, соответствующая рассматриваемому элементу кластера (на рисунке 1,а это векторы \overline{CB} и \overline{AB} соответственно). Значение в точке B определяется как:

$$f(B) = \frac{f(A) \cdot l_{CB} + f(C) \cdot l_{AB}}{l_{CB} + l_{AB}},$$

где $f(A)$, $f(B)$, $f(C)$ – значения ЦФ в соответствующих точках; l_{CB} , l_{AB} – длины соответствующих векторов.

По принципу параллелограмма находится сумма этих векторов, и координаты начала этого суммарного вектора сохраняются как атрибуты текущего элемента массива для использования на последующих итерациях. Интерполированное значение ЦФ также сохраняется в качестве

ключевого атрибута этого элемента. Использование точки D на следующей итерации показано на рисунке 1,б.

Экспериментальное исследование стратегий кластеризации. Для сравнения эффективности предложенных стратегий был проведен ряд экспериментов для определения зависимости надежности и точности нахождения ГЭ ЦФ от количества вычислений ЦФ для различных значений размера кластера r .

Эксперименты были разбиты на серии в зависимости от размера ЭИ (25 %, 33 %, 50 % и 80 % от линейных размеров ТИ). В качестве текущего изображения использовались bmp-файлы радиолокационных изображений (РЛИ) подстилающей поверхности размером 260x260 пикселей, прошедших предварительную обработку: фильтрацию и сегментацию. Для данных изображений получены оценки $d_{cp} = 35-50$. При этом допустимое значение размера кластера (2) $r = 5-8$.

Эксперименты проводились для модифицированного метода деформированного многогранника с количеством вершин больше трех [3]. На втором этапе для уточнения экстремума использовались сканирование и метод деформируемого многогранника (МДМ) в окне размером, равным размеру кластера с единичным допуском ($r+1$). Результаты приведены для ЭИ размером 50 % от ТИ. Проводились серии из 300 экспериментов.

Использование самой идеи устранения повторных вычислений ЦФ при попадании поискового метода в одни и те же точки позволяет в 2 раза уменьшить число вычислений ЦФ. Все стратегии дают приблизительно одинаковый результат при $r \leq 2$. При больших размерах кластера небольшой выигрыш (приблизительно 1 %) имеет интерполяция первого порядка.

На рисунке 2 приведена зависимость вероятности попадания в ГЭ от размера кластера для интерполяции первого порядка, когда на втором этапе используется в первом случае сканирование (Скан), а во втором – МДМ. При размере кластера $r \leq 8$ использование на втором этапе МДМ позволяет даже повысить вероятность попадания в ГЭ, потому что данный метод стартует в означенном окне и в процессе поиска может выйти за пределы окна и найти ГЭ где-то рядом с зоной поиска.

На рисунке 3 приведена зависимость количества вызовов ЦФ от размера кластера для интерполяции первого порядка, когда на втором этапе используется в первом случае сканирование, а во втором – МДМ. При использовании сканирования на втором этапе достигается минимальное значение трудоёмкости поиска ГЭ

при оптимальном значении размера кластера $r = 4$.

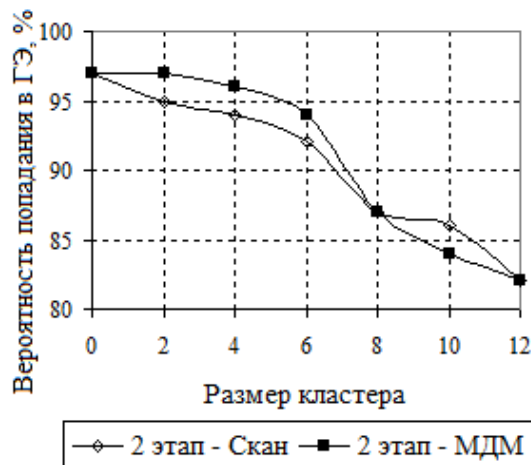


Рисунок 2 – Зависимость вероятности попадания в ГЭ от размера кластера интерполяции первого порядка

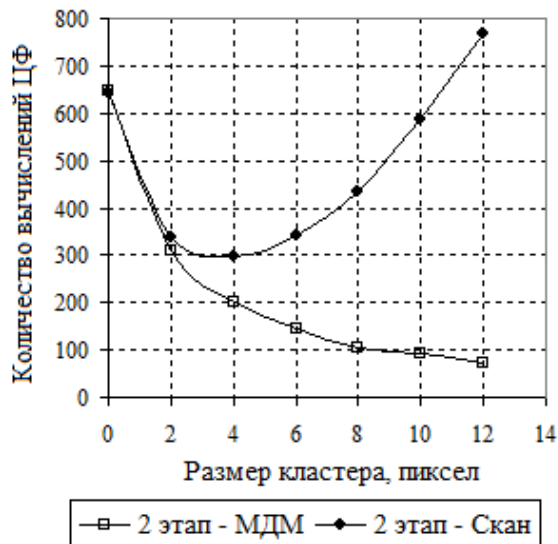


Рисунок 3 – Зависимость количества вычислений ЦФ от размера кластера при интерполяции первого порядка

На рисунке 4 приведена зависимость вероятности попадания в ГЭ от количества вызовов ЦФ для интерполяции первого порядка при различных размерах кластера. При сканировании на втором этапе (рисунок 4,а) при увеличении размера кластера увеличивается и количество вызовов ЦФ. Оптимальный размер кластера – $r = 4$, когда при количестве вызовов ЦФ, равном 350, вероятность попадания в ГЭ достигает 98 %. При использовании МДМ на втором этапе (рисунок 4,б) увеличение размера кластера приводит к уменьшению количества вызовов ЦФ. Но эта тенденция сохраняется при размерах кластера $r \leq 8$, а при $r = 10$ количество вызовов ЦФ начинает расти. Однако оптимальный размер кластера $r = 4$, когда при количестве

вызовов ЦФ, равном 250, вероятность попадания в ГЭ также достигает 98 %.

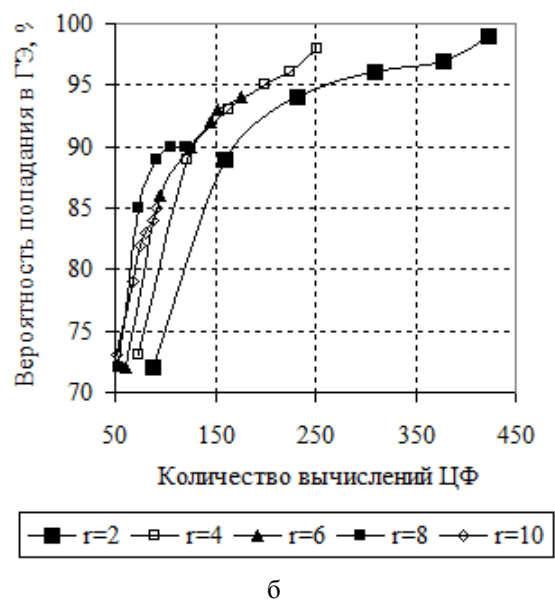
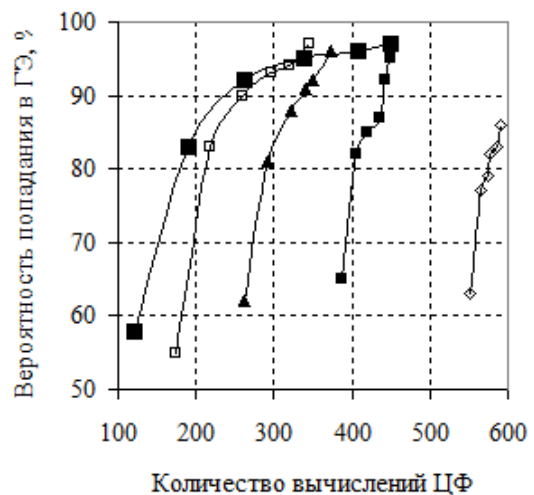


Рисунок 4 – Зависимость вероятности попадания в ГЭ от количества вызовов ЦФ для интерполяции первого порядка при различных размерах кластера

Заключение. Только использование массива для хранения ранее вычисленных значений ЦФ позволяет сократить количество вычислений ЦФ в 2 раза. При использовании сканирования на втором этапе интерполяции первого порядка сокращается количество вычислений ЦФ более чем в 6 раз. Применение МДМ на втором этапе даёт ускорение в 8 раз. При этом сохраняется вероятность попадания в ГЭ на уровне не менее 97 – 98 %. Оптимальный размер кластера для данного вида РЛИ равен 4. Если размер кластера увеличить до 8, то количество вызовов ЦФ уменьшится еще в два раза для случая, когда на втором этапе используется МДМ, но в то же время на 7 – 8 % уменьшится вероятность попадания в ГЭ.

По формуле (2) размер кластера должен быть меньше или равен 6, но в результате проведения экспериментальных исследований было получено более жесткое ограничение размера кластера $r \leq (d_{cp} - 2)/8$. Это связано с неравномерностью использования поисковыми методами поиска ГЭ области поиска, а также с тем, что d_{cp} является случайной величиной с определенным среднеквадратическим отклонением координат локальных экстремумов для различных положений ЭИ.

Так как выигрыш от использования интерполяции первого порядка незначителен, но он требует дополнительных вычислений, то оптимальной стратегией можно считать интерполяцию нулевого порядка.

Использование на втором этапе МДМ с возможностью выхода за границы кластера позволяет увеличить надежность нахождения ГЭ.

Библиографический список

1. Жиглявский А.А., Жилинских А.Г. Методы поиска глобального экстремума. М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1991. 248 с.
2. Елесина С.И., Логинов А.А. Модифицированный метод деформируемого многогранника // Вестник РГРТУ. 2009. № 4 (выпуск 30). С. 100-103.
3. Бабаев С.И., Елесина С.И., Костров Б.В. Сравнение модифицированного поискового и генетического алгоритмов нахождения глобального экстремума в системах навигации // Вопросы радиоэлектроники. Сер.ОТ, 2010, июль, вып.1. С. 145-152.