

УДК 629.052.7

ПРИМЕНЕНИЕ АВТОКОВАРИАЦИОННОГО МЕТОДА НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ В ИНВАРИАНТНОЙ СХЕМЕ УГЛОВОЙ ОРИЕНТАЦИИ

В. А. Белокуров, к.т.н., доцент кафедры РТС РГРТУ; belokurov.v.a@rsreu.ru

Рассматривается задача повышения точности определения угловой ориентации объекта по показаниям триад микромеханических гироскопов, акселерометров и магнетометров, входящим в состав инерциального измерительного модуля.

Целью работы является адаптация фильтра Калмана, используемого в системе угловой ориентации, для совместной оценки шумов измерений и шума процесса на основе автоковариационного метода наименьших квадратов, позволяющая повысить точность определения угловой ориентации объекта по сравнению с известным методом. Оценка эффективности предлагаемого алгоритма проводилась экспериментальным путём. Для этого был создан экспериментальный образец системы угловой ориентации на основе интегрированного инерциального модуля ADIS16405BMLZ. Показания инерциального модуля записывались на персональный компьютер, после чего проводилась постобработка. Анализ экспериментальных данных показывает, что использование данного подхода позволяет уменьшить СКО оценки углов ориентации в 1,8...3,8 раза.

Ключевые слова: микромеханические чувствительные элементы, система угловой ориентации, крен, курс, тангаж, кинематические уравнения движения, параметры Родриго-Гамильтона, инвариантная схема комплексирования, оценка шумов, адаптивный фильтр Калмана.

DOI: 10.21667/1995-4565-2018-64-2-9-16

Введение

Математический аппарат калмановской фильтрации широко применяется в системах навигации при комплексировании информации от разнородных датчиков [1-5]. Это позволяет в процессе фильтрации компенсировать случайные ошибки сигналов входных датчиков. Примером могут служить микромеханические датчики с существенным дрейфом, который приводит к возрастанию ошибок при определении угловой ориентации, что связано с интегрированием показаний угловых скоростей [6]. Основным методом коррекции данного эффекта является использование дополнительных измерений [7], по которым также вычисляются углы ориентации, но по показаниям других датчиков, основанным на других принципах, с существенно меньшим дрейфом. Примером может служить триада микромеханических гироскопов и триада микромеханических акселерометров [8].

В системах навигации широкое распространение получила инвариантная схема обработки навигационной информации [9]. Суть данного подхода заключается во введении в оцениваемый вектор состояний параметров, которые характе-

ризуют ошибки чувствительных элементов [9]. После этого оцененное значение ошибок вычитается из показаний одного из датчиков.

В данной работе рассмотрена система угловой ориентации с адаптивной оценкой шума измерений и шума процесса. Рассмотрено применение автоковариационного метода наименьших квадратов в инвариантной схеме построения системы комплексирования навигационной информации. Эффективность предлагаемого алгоритма проверена на основе проведенных натуральных испытаний системы угловой ориентации, на основе инерциального микромеханического модуля ADIS16405BMLZ.

Теоретическая часть

Основная задача, которую решает система угловой ориентации, определение угловой ориентации объекта в географической системе координат [10]. Переход от связанной с объектом системы координат (ССК) к географической системе координат (ГСК) осуществляется на основе использования тех или иных кинематических параметров ориентации твёрдого тела [11]. Наиболее широко используемыми кинематическими параметрами являются [10]:

а) углы Эйлера-Крылова (самолётные углы);
 б) элементы матрицы направляющих косинусов (\mathbf{R} – квадратная матрица размером 3 на 3).
 в) параметры Родриго-Гамильтона (\mathbf{q} – вектор размером 4 на 1 с элементами q_0, q_1, q_2, q_3). Элементы кватерниона q_1, q_2, q_3 называются векторной частью [11], q_0 называется скалярной частью.

Каждому виду кинематических параметров ориентации твёрдого тела соответствуют кинематические уравнения движения твёрдого тела [11], которые связывают данные параметры и проекции угловой скорости вращения объекта на оси ССК. При использовании матрицы направляющих косинусов или параметров Родриго-Гамильтона отсутствует особый угол (тангаж равен 90°) [11]. Кроме того, кинематические уравнения линейны.

В качестве чувствительных элементов, которые измеряют проекции угловой скорости вращения, наиболее широко применяют гироскопы [12], использующие разные физические принципы. Выходным сигналам данных датчиков присущи различного рода погрешности [13], которые в количественном отношении приводят к отклонению показываемой угловой скорости от истинной. Основными погрешностями микромеханических гироскопов являются [13]: нестабильность масштабного коэффициента и дрейф нуля (ARW – angle random walk). Для интегрального микромеханического модуля (IMU) ADIS16405 [14] величина $ARW = 2^\circ / \sqrt{\text{час}}$. Дан-

ный параметр также можно определить на основе анализа вариаций Аллана [15], которые показывают усредненную дисперсию в зависимости от интервала усреднения. Дрейф нуля гироскопов при численном решении кинематических уравнений приводит к возрастанию с течением времени ошибки определения угловой ориентации [11].

Другим основным чувствительным элементом системы угловой ориентации является акселерометр [8]. Данный элемент применяется в задаче начальной выставки и коррекции дрейфа нуля гироскопов. Использование триады акселерометров, оси которой ориентированы по осям ССК, позволяет вычислять угол крена φ и угол тангажа θ [11]:

$$\theta = -\arctg\left(\frac{a_x}{\sqrt{a_y^2 + a_z^2}}\right), \quad \varphi = \arctg\left(\frac{a_y}{a_z}\right), \quad (1)$$

где a_x, a_y, a_z – проекции линейного ускорения движения объекта на оси ССК. Выходные сигналы акселерометров также содержат различного рода погрешности, основными из которых также являются нестабильность масштабного коэффициента и дрейф нуля. Для количественного опи-

сания последней погрешности используют термин случайное блуждание угловой скорости (VRW – velocity random walk). Для модуля IMU ADIS16405 величина $VRW = 0.2mg / \sqrt{\text{час}}$ [14].

Особенность использования акселерометров и магнетометров для определения угловой ориентации заключается в том, что при использовании данных датчиков не происходит накопление ошибки в течение времени, т.к. крен, тангаж и магнитный курс вычисляются без интегрирования по времени [1-3, 11].

Для измерения курса ψ в системах угловой ориентации широкое распространение получил магнетометр или триада магнетометров [5,7]. При помощи данных датчиков измеряются проекции напряженности магнитного поля Земли на оси ССК [16]:

$$\psi = \arctg\left(\frac{-h_y c\varphi + h_z s\varphi}{h_x c\theta + h_y s\varphi s\theta + h_z c\varphi s\theta}\right), \quad (2)$$

где h_x, h_y, h_z – проекции напряженности магнитного поля Земли на оси ССК; $c\varphi$ – сокращённое обозначение $\cos(\varphi)$; $s\varphi$ – $\sin(\varphi)$; $s\theta$ – $\sin(\theta)$.

Между кинематическими параметрами существует взаимосвязь, в частности, элементы матрицы направляющих косинусов \mathbf{R} и параметры Родриго-Гамильтона $\mathbf{q} = [q_0 \ q_1 \ q_2 \ q_3]$ связаны следующим образом [11]:

$$\begin{aligned} q_0 &= 0.5\sqrt{1 + R_{0,0} + R_{1,1} + R_{2,2}}, \\ q_1 &= \frac{R_{2,1} - R_{1,2}}{4 q_0}, \quad q_2 = \frac{R_{0,2} - R_{2,0}}{4 q_0}, \\ q_3 &= \frac{R_{1,0} - R_{0,1}}{4 q_0}, \end{aligned} \quad (3)$$

где R_{ij} – элементы матрицы направляющих косинусов; индексы i и j меняются в диапазоне $0...2$.

Широко применяемой на практике схемой построения комплексирования навигационной информации является инвариантная схема обработки [9]. Вычисленные по показаниям акселерометров и магнетометров в k -й момент времени работы системы угловой ориентации значения крена φ , курса ψ и тангажа θ используются для нахождения элементов кватерниона $\mathbf{q}_k^{AS} = [q_0^{AS} \ q_1^{AS} \ q_2^{AS} \ q_3^{AS}]$, векторная и скалярная часть которого вычисляются в соответствии с выражением (3). Элементы матрицы направляющих косинусов \mathbf{R} находятся из выражения:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\varphi & s\varphi \\ 0 & -s\varphi & c\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\theta & 0 & -s\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ s\theta & 0 & c\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\psi & s\psi & 0 \\ -s\psi & c\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

где $c\theta$ – сокращённое обозначение $\cos(\theta)$; $s\psi$ – $\sin(\psi)$; $c\psi$ – $\cos(\psi)$. Нижний индекс кватерниона \mathbf{q}_k^{AS} означает k -й момент времени работы системы угловой ориентации, верхний индекс показывает, что данный кватернион вычисляется на основе показаний акселерометров и магнетометров в соответствии с (1) – (3).

Векторная часть кватерниона \mathbf{q}_k^{AS} используется для коррекции дрейфа нуля гироскопов. Для этого кватернион \mathbf{q}_k^{AS} вычитается (вычитание кватернионов) из кватерниона \mathbf{q}_k , вычисленного в соответствии с кинематическими уравнениями движения [11] в k -й момент времени работы системы угловой ориентации:

$$\mathbf{q}_k = \mathbf{I}_{4 \times 4} + \begin{bmatrix} 0 & -\omega_k^x & -\omega_k^y & -\omega_k^z \\ \omega_k^x & 0 & \omega_k^z & -\omega_k^y \\ \omega_k^y & -\omega_k^z & 0 & \omega_k^x \\ \omega_k^z & \omega_k^y & -\omega_k^x & 0 \end{bmatrix} \frac{T}{2}, \quad (4)$$

где $\mathbf{I}_{4 \times 4}$ – единичная матрица размером 4 на 4; T – период поступления данных от чувствительных элементов; $\omega_k^x, \omega_k^y, \omega_k^z$ – проекции угловой скорости вращения объекта на оси ССК.

Для применения автоковариационного метода наименьших квадратов в системе угловой ориентации с совместной оценкой шумов измерений \mathbf{R}_k^{noise} и шумов процесса $\mathbf{Q}_k^{process}$ необходимо определить следующие матрицы и векторы фильтра Калмана [9] для k -го момента времени:

- а) вектор измерений $\delta \mathbf{y}_k$;
- б) вектор состояния $\delta \mathbf{x}_k$;
- в) матрицу динамики \mathbf{F}_k ;
- г) матрицу измерений \mathbf{H}_k ;
- ж) матрицу порождающих шумов \mathbf{G}_k ;
- з) дисперсии шумов измерений \mathbf{R}_k^{noise} и шума процесса $\mathbf{Q}_k^{process}$.

Входные измерения для рассматриваемого фильтра Калмана имеют вид:

$$\delta \mathbf{q}_k = \mathbf{q}_k^{AS} \otimes \hat{\mathbf{q}}_{k|k-1} = \begin{bmatrix} 1 & q_{1k}^e & q_{2k}^e & q_{3k}^e \end{bmatrix},$$

где $\hat{\mathbf{q}}_{k|k-1}$ – кватернион, вычисленный на предыдущем шаге; \otimes – символ кватернионного умножения. Единица в скалярной части кватерниона означает, что данный кватернион нормализованный [11].

Матрица \mathbf{F}_k определяется на основе кинематических уравнений движения в параметра Родриго-Гамильтона [11]. Дрейф нуля гироскопов по каждой из осей моделируют с помощью односвязного марковского процесса [9]. Парамет-

ры этой модели закладываются в формирующий фильтр, используемый в фильтре Калмана.

В инвариантной схеме в вектор состояний $\delta \mathbf{x}_k$ введём векторную часть кватерниона ошибки $\delta \mathbf{q}_k$, а также дрейф нуля гироскопов по каждой из осей ССК:

$$\delta \mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} \hat{q}_k^e & \hat{q}_k^e & \hat{q}_k^e & \hat{g}_k^x & \hat{g}_k^y & \hat{g}_k^z \end{bmatrix},$$

где $\hat{g}_k^x, \hat{g}_k^y, \hat{g}_k^z$ – оценки дрейфа нуля гироскопов по осям ССК.

Дрейф нуля гироскопов по каждой из осей IMU описывается экспоненциально-коррелированным гауссовским процессом [3, 5, 9]:

$$\dot{b}(t) = -\frac{1}{\tau} b(t) + w_b,$$

где τ – интервал корреляции; w_b – шум процесса с дисперсией σ_b^2 .

С учётом сказанного выше, матрица измерений и матрица динамики имеют вид:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{F}_k = \mathbf{I}_{6 \times 6} +$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & -\omega_k^z & \omega_k^y & 0.5 & 0 & 0 \\ \omega_k^z & 0 & -\omega_k^x & 0 & 0.5 & 0 \\ -\omega_k^y & \omega_k^x & 0 & 0 & 0 & 0.5 \\ 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau} \end{bmatrix} \frac{T}{2},$$

где $\mathbf{I}_{6 \times 6}$ – единичная матрица размером 6 на 6.

С учётом того, что кватернион ошибки $\delta \mathbf{q}_k$ представляется в нормализованном виде (скалярная часть равна единице), вектор измерений в рассматриваемой системе угловой ориентации имеет вид:

$$\delta \mathbf{y}_k = \begin{bmatrix} q_{1k}^e & q_{2k}^e & q_{3k}^e \end{bmatrix}.$$

Матрица порождающих шумов \mathbf{G}_k размером 6 на 6 имеет диагональный вид с элементами на главной диагонали:

$$\mathbf{G}_k = \text{diag}(-0.5\alpha \quad -0.5\alpha \quad -0.5\alpha \quad \beta \quad \beta \quad \beta),$$

где коэффициенты α, β определяются для каждого гироскопа; $\text{diag}()$ – диагональная матрица.

Матрица шумов измерений \mathbf{R}_k^{noise} и матрица шума процесса $\mathbf{Q}_k^{process}$ имеют вид:

$$\mathbf{R}_k^{noise} = \text{diag}(\sigma_1^2 \quad \sigma_2^2 \quad \sigma_3^2),$$

$$\mathbf{Q}_k^{process} = \text{diag}(\sigma_{e_1}^2 \quad \sigma_{e_2}^2 \quad \sigma_{e_3}^2 \quad \frac{2\sigma_{vx}^2}{\tau} \quad \frac{2\sigma_{vy}^2}{\tau} \quad \frac{2\sigma_{vz}^2}{\tau}),$$

где $\sigma_1^2, \sigma_2^2, \sigma_3^2$ – дисперсии ошибок векторной части кватерниона ошибки; $\sigma_{e_1}^2, \sigma_{e_2}^2, \sigma_{e_3}^2$ – дисперсии шума процесса векторной части кватерниона; $\sigma_{vx}^2, \sigma_{vy}^2, \sigma_{vz}^2$ – дисперсии шума процесса дрейфа гироскопов. Параметры матриц \mathbf{R}_k^{noise} и $\mathbf{Q}_k^{process}$ на практике неизвестны, кроме того, в процессе эксплуатации параметры данных матриц меняются [5].

Одним из основных вопросов при построении фильтра Калмана является вопрос выбора дисперсий шумов измерений и шумов процесса, т.е. элементов матриц \mathbf{R}_k^{noise} и $\mathbf{Q}_k^{process}$ [5, 9]. В случае изменения этих параметров на практике применяют различные адаптивные алгоритмы, которые позволяют оценить один из этих параметров при априорном знании другого [9].

В данной работе для совместной оценки дисперсий шумов измерений и дисперсий шумов процесса используется автоковариационный метод наименьших квадратов [17]. В работе [17] входными данными для автоковариационного метода наименьших квадратов является матрица направляющих косинусов. В данной работе в качестве входных данных используются элементы векторной части кватерниона \mathbf{q}_k^{AS} , что позволяет использовать автоковариационный метод наименьших квадратов в инвариантной схеме построения комплексирования навигационной системы для адаптации фильтра Калмана к шумам измерений и шумам процесса.

Связь входных измерений и вектора состояний имеет вид:

$$\mathbf{q}_k^{AS} \otimes \hat{\mathbf{q}}_{k|k-1} = \mathbf{H} \delta \mathbf{x}_k + \mathbf{R}_k^{noise}, \quad (5)$$

$$\delta \mathbf{x}_k = \mathbf{F}_k \delta \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{G}_k \mathbf{Q}_k^{process}.$$

С учётом выражения (4) уравнения фильтра Калмана имеют вид:

$$\begin{aligned} \delta \mathbf{x}_{k+1|k} &= \mathbf{F}_k \delta \hat{\mathbf{x}}_k \\ \delta \hat{\mathbf{x}}_k &= \delta \mathbf{x}_{k|k-1} + \mathbf{L}_k (\mathbf{q}_k^{AS} \otimes \hat{\mathbf{q}}_{k|k-1} - \mathbf{H} \delta \mathbf{x}_{k|k-1}), \\ \mathbf{L}_k &= \mathbf{D}_{k|k-1} \mathbf{H}^T (\mathbf{H} \mathbf{D}_{k|k-1} \mathbf{H}^T + \mathbf{R}_k^{noise})^{-1}, \\ \mathbf{D}_k &= (\mathbf{I} - \mathbf{L}_k \mathbf{H}) \mathbf{D}_{k|k-1}, \\ \mathbf{D}_{k+1|k} &= \mathbf{F}_k \mathbf{D}_k \mathbf{F}_k^T + \mathbf{G}_k \mathbf{Q}_k^{process} \mathbf{G}_k^T, \end{aligned} \quad (6)$$

где \mathbf{D}_k – матрица дисперсий ошибок фильтрации; $\mathbf{D}_{k+1|k}$ – матрица дисперсий ошибок экстраполяции; \mathbf{L}_k – коэффициент усиления фильтра Калмана; \mathbf{I} – единичная матрица.

Рассмотрим ошибку $\mathbf{e}_k = \delta \mathbf{x}_k - \delta \hat{\mathbf{x}}_k$. Для этого подставим в выражение для \mathbf{e}_k выражения из (5) и (6):

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_{k+1} &= \delta \mathbf{x}_{k+1} - \delta \hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \\ &= \mathbf{F}_k \delta \mathbf{x}_k + \mathbf{G}_k \mathbf{Q}_k - \mathbf{F}_k (\delta \mathbf{x}_{k|k-1} + \\ &+ \mathbf{L}_k (\mathbf{q}_k^{AS} \otimes \hat{\mathbf{q}}_{k|k-1} - \mathbf{H} \delta \mathbf{x}_{k|k-1})) = \\ &= \mathbf{F}_k \delta \mathbf{x}_k + \mathbf{G}_k \mathbf{Q}_k^{process} - \mathbf{F}_k (\delta \mathbf{x}_{k|k-1} + \\ &+ \mathbf{L}_k (\mathbf{H} \delta \mathbf{x}_k + \mathbf{R}_k^{noise} - \mathbf{H} \delta \mathbf{x}_{k|k-1})) = \\ &= (\mathbf{F}_k - \mathbf{F}_k \mathbf{L}_k \mathbf{H}) \mathbf{e}_k + [\mathbf{G}_k \quad -\mathbf{F}_k \mathbf{L}_k] \times \\ &\quad \times [\mathbf{Q}_k^{process} \quad \mathbf{R}_k^{noise}]^T. \end{aligned}$$

Невязка между $\mathbf{q}_k^{AS} \otimes \hat{\mathbf{q}}_{k|k-1}$ и вычисленной ошибкой \mathbf{e}_k имеет вид:

$$\Delta_k = \mathbf{q}_k^{AS} \otimes \hat{\mathbf{q}}_{k|k-1} - \mathbf{H} \delta \mathbf{x}_{k|k-1} = \mathbf{H} \mathbf{e}_k + \mathbf{R}_k^{noise}. \quad (7)$$

Оценка элементов автоковариационной матрицы $\hat{\mathbf{K}}_k$ невязок Δ_k в k -й момент времени имеет вид:

$$\hat{k}_{k,k+j} = \frac{1}{M-j} \sum_{i=1}^{M-j} \Delta_i \Delta_{i+j}^T,$$

где M – длина окна, в пределах которого происходит оценка автоковариационной матрицы; j – индекс в пределах окна M .

С другой стороны, элементы автоковариационной матрицы \mathbf{K}_k невязок Δ_k можно представить в соответствии с определением:

$$k_{k,k+j} = E \{ \Delta_k \Delta_{k+j}^T \},$$

где $E \{ \}$ – операция вычисления математического ожидания.

Подставим в последнее выражение для матрицы \mathbf{K}_k вычисленные в (7) невязки и проведем преобразования, аналогичные [17]:

$$\begin{aligned} \text{vec}(\mathbf{K}_k) &= (\mathbf{D}(\mathbf{G}_{k+M-1} \bar{\otimes} \mathbf{G}_{k+M-1}) + (\Psi \bar{\otimes} \Psi)) \\ \text{vec}(\mathbf{Q}_k^{process}) &+ (\mathbf{D}(\mathbf{F}_{k+M-1} \mathbf{L}_{k+M-1} \bar{\otimes} \mathbf{F}_{k+M-1} \mathbf{L}_{k+M-1}) + \\ &\{ (\Psi \bar{\otimes} \Psi) + (\Psi \oplus \Psi) + \mathbf{I}_{mM^2} \} \mathbf{I}_{m,M}) \text{vec}(\mathbf{R}_k^{noise}), \end{aligned}$$

где входящие в выражение матрицы имеют вид:

$$\begin{aligned} \Xi &= [\mathbf{H} \quad \mathbf{H} \bar{\mathbf{F}}_k \quad \mathbf{H} \bar{\mathbf{F}}_{k+1} \bar{\mathbf{F}}_k \quad \dots]^T, \\ \mathbf{D} &= (\Xi \bar{\otimes} \Xi) (\mathbf{I}_{m^2} - (\bar{\mathbf{F}}_{k+M-1} \bar{\otimes} \bar{\mathbf{F}}_{k+M-1}))^{-1}, \\ \bar{\mathbf{F}}_k &= (\mathbf{F}_k - \mathbf{F}_k \mathbf{L}_k \mathbf{H}), \\ \Theta &= \Gamma \text{diag}(\mathbf{G}_k \quad \mathbf{G}_{k+M-1}), \end{aligned}$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{H} & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{H} \bar{\mathbf{F}}_k & \mathbf{H} & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix},$$

$$\Psi = -\Gamma \text{diag}(\mathbf{F}_k \mathbf{L}_k \quad \mathbf{F}_{k+M-1} \mathbf{L}_{k+M-1}),$$

где $\text{vec}()$ – операция, преобразующая входную матрицу в вектор-столбец, составленный из столбцов входной матрицы; \mathbf{I}_{m^2} – единичная матрица размера m^2 на m^2 ; m – размерность вектора состояния; \oplus – символ суммы Кронекера; \otimes – произведение Кронекера; \mathbf{I}_{mM} – единичная матрица размера mM на mM ; $\mathbf{I}_{m,M}$ – матрица размером $(mM)^2$ на M^2 , состоящая из нулей и единиц и преобразующая матрицу, содержащую сумму Кронекера, в вектор [18].

Для нахождения элементов матриц \mathbf{R}_k^{noise} и $\mathbf{Q}_k^{process}$ составим уравнение:

$$\text{vec}(\hat{\mathbf{K}}_k) = \text{vec}(\mathbf{K}_k).$$

Метод наименьших квадратов для оценки элементов матриц \mathbf{R}_k^{noise} и $\mathbf{Q}_k^{process}$ формулируется в виде [15]:

$$\begin{Bmatrix} \text{vec}(\hat{\mathbf{Q}}_k^{process}) \\ \text{vec}(\hat{\mathbf{R}}_k^{noise}) \end{Bmatrix} = \arg \min_{\mathbf{Q}, \mathbf{R}} \left\| \mathbf{A} \begin{Bmatrix} \text{vec}(\mathbf{Q}) \\ \text{vec}(\mathbf{R}) \end{Bmatrix} - \text{vec}(\hat{\mathbf{K}}_k) \right\|_2^2,$$

где матрица \mathbf{A} имеет вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_Q & \mathbf{A}_R \end{bmatrix}, \\ \mathbf{A}_Q &= (\mathbf{D}(\mathbf{G}_{k+M-1} \otimes \mathbf{G}_{k+M-1}) + (\Psi \otimes \Psi)), \\ \mathbf{A}_R &= \mathbf{D}(\mathbf{F}_{k+M-1} \mathbf{L}_{k+M-1} \otimes \mathbf{F}_{k+M-1} \mathbf{L}_{k+M-1}) + \\ &\quad \{(\Psi \otimes \Psi) + (\Psi \oplus \Psi) + \mathbf{I}_{mM^2}\} \mathbf{I}_{m,M}. \end{aligned}$$

Оценка элементов матриц \mathbf{R}_k^{noise} и $\mathbf{Q}_k^{process}$ имеет вид

$$\begin{Bmatrix} \text{vec}(\hat{\mathbf{Q}}_k^{process}) \\ \text{vec}(\hat{\mathbf{R}}_k^{noise}) \end{Bmatrix} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \text{vec}(\hat{\mathbf{K}}_k). \quad (8)$$

Структурная схема системы угловой ориентации на основе применения автоковариационного метода наименьших квадратов для совместной оценки матриц шумов измерений и процесса в адаптивном фильтре Калмана показана на рисунке 1.

На рисунке 1 обозначено БО – блок оценки матрицы шумов измерений и шума процесса; ФК – фильтр Калмана; КУ – блок вычисления кинематических уравнений (4); $\mathbf{W}_k = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]$ – вектор, элементы которого являются проекциями угловой скорости вращения объекта на оси ССК; $\hat{\mathbf{W}}_k = [\omega_x - \hat{g}_k^x \ \omega_y - \hat{g}_k^y \ \omega_z - \hat{g}_k^z]$ – вектор, элементы которого являются проекциями угловой скорости вращения объекта с компенсированными значениями оценки дрейфа нуля гироскопов по каждой их осей ССК; Γ_{xyz} – триада гироскопов, оси которой совпадают с осями ССК; \mathbf{A}_{xyz} – триада акселерометров, оси которой сов-

падают с осями ССК; \mathbf{M}_{xyz} – триада магнетометров, оси которой совпадают с осями ССК.

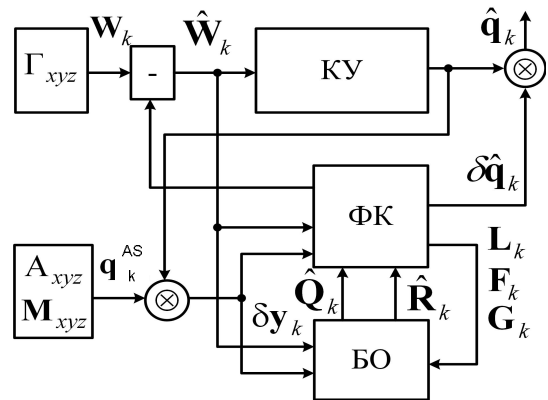


Рисунок 1 – Структурная схема системы угловой ориентации с адаптивным фильтром Калмана

В БО происходит накопление входных данных $\{\delta y_{k+i}\}_{i=1}^{M-1}$ в течение M тактов. После этого происходит вычисление оценки автоковариационной матрицы $\hat{\mathbf{K}}_k$. Оценка элементов матриц \mathbf{R}_k^{noise} и $\mathbf{Q}_k^{process}$ осуществляется путём вычисления выражения (8). После этого полученные оценки поступают в ФК и процесс вычислений повторяется.

Экспериментальные исследования

Для анализа эффективности предлагаемого метода совместной оценки элементов матриц \mathbf{R}_k^{noise} и $\mathbf{Q}_k^{process}$ проведены натурные эксперименты с IMU ADIS16405BMLZ. Лабораторный макет включает в себя: плату сопряжения IMU ADIS16405BMLZ (интерфейс SPI) с виртуальным COM портом (разъём USB) персонального компьютера. На первом этапе происходит преобразование SPI в UART на отладочной плате STM32F4discovery. После этого происходит преобразование интерфейса UART в интерфейс USB на основе микросхемы FT232R. Поступающие в персональный компьютер данные IMU ADIS16405BMLZ, включающие значения угловых скоростей, кажущихся ускорений и напряженностей магнитного поля Земли по трём осям ССК, записывались в текстовый файл. Период T поступления данных равен 32 мс.

На основе записанных данных вычислялись углы ориентации крен – φ и тангаж θ . В данном эксперименте оси ССК совпадают с осями чувствительности IMU ADIS16405BMLZ.

Эффективность предлагаемого алгоритма сравнивается с известным [19]. Особенностью алгоритма [19] является возможность оценки

либо элементов матрицы \mathbf{R}_k^{noise} , либо элементов матрицы $\mathbf{Q}_k^{process}$.

В алгоритме [18] оценка элементов матрицы шумов процесса $\hat{\mathbf{Q}}_k^{process}$ осуществляется в соответствии с выражением:

$$\hat{\mathbf{Q}}_k^{process} = t \hat{\mathbf{Q}}_{k-1}^{process} + (1-t)(\mathbf{L}_k \Delta_k \Delta_k^T \mathbf{L}_k^T),$$

где t – коэффициент, равный 0,3 [19].

На рисунке 2 показаны результаты оценки тангажа θ системой угловой ориентации, построенной на основе IMU ADIS16405BMLZ.

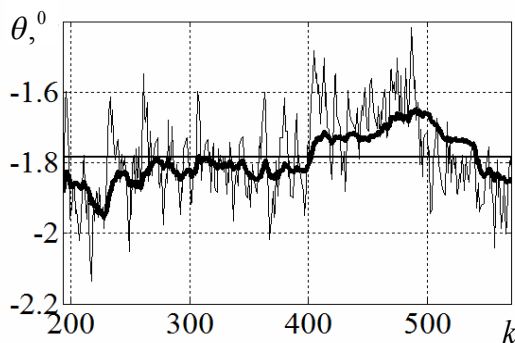


Рисунок 2 – Значения тангажа, вычисленные системой угловой ориентации с использованием известного и предлагаемого методов оценки шумов

На рисунке 3 показаны результаты оценки крена φ системой угловой ориентации, построенной на основе IMU ADIS16405BMLZ.

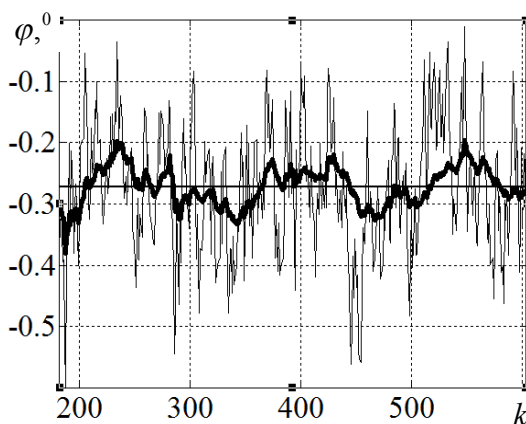


Рисунок 3 – Значения крена, вычисленные системой угловой ориентации с использованием известного и предлагаемого методов оценки шумов

На рисунках 2 и 3 сплошная линия средней толщины показывает истинное значение тангажа и крена. Тонкая сплошная линия на рисунках 2 и 3 показывает значение тангажа и крена при использовании оценки шумов процесса $\hat{\mathbf{Q}}_k^{process}$ в системе угловой ориентации при использовании алгоритма [19]. Толстой сплошной линией на ри-

сунках 2 и 3 показаны значения тангажа и крена при использовании предлагаемого метода. По оси абсцисс отложены номера тактов k работы системы угловой ориентации. По оси ординат углы ориентации, которые измеряются в градусах ($^\circ$).

В обоих случаях величина окна M равна 40 тактам работы системы угловой ориентации. Оценим среднеквадратическое отклонение (СКО) получаемых оценок углов ориентации:

$$\sigma_\varphi = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=0}^{N-1} (\varphi_i - \bar{\varphi})^2} \quad \sigma_\theta = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=0}^{N-1} (\theta_i - \bar{\theta})^2},$$

где N – число отсчётов крена и тангажа на выходе системы угловой ориентации, которые используются для вычисления СКО; $\bar{\theta}$, $\bar{\varphi}$ – математические ожидания тангажа и крена. Результаты вычисления СКО сведены в таблицу.

СКО оценки углов ориентации

	Алгоритм [19]	Предлагаемый алгоритм
СКО тангажа, $^\circ$	0,11	0,061
СКО крена, $^\circ$	0,13	0,034

Заключение

Таким образом, в статье рассмотрено применение автоковариационного метода наименьших квадратов в системе угловой ориентации на примере использования адаптивного фильтра Калмана с совместной оценкой шумов измерений и процесса для повышения точности определения угловой ориентации объекта бесплатформенной системой угловой ориентации. Анализ экспериментальных данных показывает, что использование данного подхода позволяет уменьшить СКО оценки углов ориентации в 1,8...3,8 раза.

Работа выполнена в рамках Государственного задания №8.8445.2017/БЧ Минобрнауки на 2017-2019 гг. высшими учебными заведениями и научными организациями в сфере научной деятельности.

Библиографический список

1. Salychev O. S. Inertial system in navigation and geophysics. M.: Bauman MSTU Press. 1999. PP 352.
2. Mohinder S. G. Global navigation satellite system, inertial navigation and integration. N.Y.: John Wiley & Sons. 2013. PP. 607.
3. Christopher J. Inertial navigation system with geodetic application. NY: 2001. PP 352.
4. Кузовков Н. Т., Сальчев О. С. Инерциальная навигация и оптимальная фильтрация. М.: Машиностроение, 1982. С. 216.
5. Анучин О. Н., Емельянец Г. И. Интегрированные системы ориентации и навигации для морских подвижных объектов / Под ред. чл.-кор. РАН В.Г.Пешехонова. СПб.: 1999. 357 с.

6. **Lawrence A.** Modern inertial technology: navigation, guidance and control. NY: Springer.1998. PP.278.

7. **Savage P.** Strapdown inertial navigation integration algorithm design. Journal of guidance, control and dynamic. 1998. P.208-221.

8. **Красильщиков М. Н.** Управление и наведение беспилотных маневренных летательных аппаратов на основе современных информационных технологий. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. 280 с.

9. **Степанов О. А.** Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Часть 1. Введение в теорию оценивания. С-Пб.: АО «ЦНИИ-«Электроприбор», 2012. 457 с.

10. **ГОСТ 20058-80** Динамика летательных аппаратов в атмосфере. Термины, определения и обозначения. Дата введения 01.07.1981.

11. **Челноков Ю. Н.** Кватернионные и бикватернионные модели и методы механики твердого тела и их приложения. Геометрия и кинематика движения. М.: ФИЗМАТЛИТ. 2006, 512 с.

12. **Бранец В. Н.** Введение в теорию бесплатформенных инерциальных навигационных систем.

М.: ФИЗМАТЛИТ, 1992. 280 с.

13. **Распопов В. Я.** Микромеханические приборы: учеб. пособие. М.: Машиностроение, 2007. 400 с.

14. **Datasheet ADIS16405BMLZ.** http://www.analog.com/media/en/technical_documentation/data-sheets/adis16400_16405.pdf

15. **IEEE Standard** specification format guide and test procedure for single-axis interferometric fiber optic gyros. IEEE Std. 1998.

16. **Белокуров В. А.** Система угловой ориентации на основе гауссовского парциального фильтра // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2016. № 56. С. 11-17.

17. **Park Y., Park C.** Autocovariance least-squares based measurement error covariance estimation for attitude determination of lunar lander // Proc IMechE Part G: J Aerospace Engineering. June 5. 2016. P. 1-13.

18. **Magnus J., Neudecker H.** Matrix differential calculus with applications in statistics and econometrics. NY: John Wiley & sons. 2007. PP. 450.

19. **Mohamed A. H.** Adaptive Kalman filtering for INS/GPS. Journal Geodesy. 1999. P. 193-203.

UDC 629.052.7

APPLICATION OF AUTOCOVARANCE LEAST-SQUARES METHOD IN INVARIANT ANGULAR ORIENTATION SCHEME

V. A. Belokurov, PhD (technical sciences), department of radieengineering systems, RSREU, Ryazan; belokurov.v.a@rsreu.ru

The problem of synthesizing adaptive noise measurements and noise process of Kalman filter process used in angular orientation system constructed on the basis of invariant integration scheme is considered.

The aim of the paper is to investigate the possibility of applying the least-squares autocovariance method for estimating linearly varying process noise parameters and measurement noise. This method is modified to be used in an invariant integration scheme. Evaluation of the effectiveness of the proposed method was carried out experimentally. For this purpose, an experimental sample of angular orientation system was created on the basis of integrated inertial module ADIS16405. The readings of gyroscope, accelerometer and magnetometer triads were recorded. The initial exhibition was held on the testimony of accelerometers and magnetometers. After that, post-processing was carried out. It is shown that as lag length increases, the accuracy of estimating noise matrix elements increases with the evaluation of autocovariance matrix.

Key words: micromechanical sensing elements, angular orientation system, roll, course, pitch, kinematic equations, Rodrigo-Hamilton parameters, invariant blocking scheme, adaptation, noise estimation.

DOI: 10.21667/1995-4565-2018-64-2-9-16

References

1. **Salychev O. S.** Inertial system in navigation and geophysics. М.: Bauman MSTU Press. 1999. pp 352.

2. **Mohinder S. G.** Global navigation satellite system, inertial navigation and integration. N.Y.: John Wiley & Sons. 2013. pp. 607.

3. **Christopher J.** Inertial navigation system with geodetic application. NY: 2001. pp 352.

4. **Kuzovkov N. T., Salychev O. S.** Inertsialnaya

navigatsiya i optimalnaya filtratsiya. М.: Mashinostroenie, 1982. P. 216. (in Russian).

5. **Anuchin O. N., Emelyantsev G. I.** Integrirovannye sistemy orientatsii i navigatsii dlya morskikh podviznykh ob"ektov. Pod red. chl.-kor. RAN V. G. Peshekhonova. SPb. 1999. P. 357. (in Russian).

6. **Lawrence A.** Modern inertial technology: navigation, guidance and control. NY: Springer.1998. P.278.

7. **Savage P.** Strapdown inertial navigation integration algorithm design. Journal of guidance, control and

dynamic. Journal of guidance, control and dynamic. 1998. pp.208-221.

8. **Krasilshchikov M. N.** Upravlenie i navedenie bespilotnyh manevrennyh letatel'nyh apparatov na osnove sovremennyh informacionnyh tekhnologij. M.: FIZMATLIT. 2003. P. 280. (in Russian).

9. **Stepanov O. A.** Osnovy teorii ocenivaniya s prilozheniyami k zadacham obrabotki navigacionnoj informacii. Chast' 1. Vvedenie v teoriyu ocenivaniya. S-Pb. AO «CNII-«Elektroprigor». 2012. P. 457. (in Russian).

10. **GOST 20058-80** Dinamika letatel'nyh apparatov v atmosfere. Terminy, opredeleniya i oboznacheniya. Data vvedeniya 01.07.1981. (in Russian).

11. **Chelnokov Yu. N.** Kvaternionnye i bikvaternionnye modeli i metody mekhaniki tverdogo tela i ih prilozheniya. Geometriya i kinematika dvizheniya. M. FIZMATLIT. 2006. P. 512. (in Russian).

12. **Branets V. N.** Vvedenie v teoriyu besplatformennyh inercial'nyh navigacionnyh sistem. M.: FIZMATLIT, 1992. P. 280. (in Russian).

13. **Raspopov V. Ya.** Mikromekhanicheskie pribor-

ry: ucheb. posobie. M.: Mashinostroenie, 2007. P. 400. (in Russian).

14. **Datasheet ADIS16405BMLZ.** http://www.analog.com/media/en/technical-documentation/data-sheets/adis16400_16405.pdf

15. **IEEE Standard** specification format guide and test procedure for single-axis interferometric fiber optic gyros. IEEE Std. 1998.

16. **Belokurov V. A.** Sistema uglovoj orientacii na osnove gaussovskogo parcial'nogo fil'tra. Vestnik Ryazanskogo gosudarstvennogo radiotekhnicheskogo universiteta. 2016. no. 56. pp. 11-17. (in Russian).

17. **Park Y., Park C.** Autocovariance least-squares based measurement error covariance estimation for the attitude of lunar lander // Proc IMechE Part G: J Aerospace Engineering. June 5. 2016. pp. 1-13

18. **Magnus J., Neudecker H.** Matrix differential calculus with applications in statistics and econometrics. NY: John Wiley & sons. 2007. P. 450.

19. **Mohamed A. H.** Adaptive Kalman filtering for INS / GPS. Journal Geodesy. 1999. pp. 193-203.