КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 621.382.2, 629.7.064.56

А.Е. Чижиков, С.Б. Ильичев, А.А. Поворинский

ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТИ ПОЛУЧЕНИЯ НЕИСКАЖЕННОЙ ВОЛЬТ-АМПЕРНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ P-N ПЕРЕХОДА ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ СТРУКТУР

Приведены результаты исследований переходных процессов в диодных и триодных полупроводниковых структурах. Установлена возможность получения неискаженной ВАХ p-n перехода по результатам измерения напряжения на структуре после окончания импульса тока. Определенные в работе значения контактной разности потенциалов для кремниевых (Д242Б, Д226ВП) и германиевых диодов (Д304, Д7Ж), а также переходов кремниевого транзистора Д805Б соответствуют известным значениям. Результаты могут быть применены для расчета практически всех электрофизических характеристик как в процессе производства, так и готовых полупроводниковых структур.

Ключевые слова: *p-n переход, полупроводниковая структура, неискаженная ВАХ.*

Введение. Вольт-амперные характеристики *p-n* перехода могут служить источником информации практически обо всех параметрах образующих его базовой и эмиттерной полупроводниковых областей полупроводниковой структуры (контактного потенциала, концентрации, времени жизни, подвижности носителей и др.). Однако в реальных полупроводниковых структурах (готовых приборах) всегда имеются последовательные и параллельные переходу сопротивления, барьерные и диффузионные емкости, а также другие факторы. Поэтому снятая как на постоянном токе, так и в импульсном режиме ВАХ структуры не позволяет даже косвенно судить о свойствах самого *p-n* перехода.

В то же время более тонкий анализ формы импульсов тока и напряжения структуры может позволить получить неискаженную ВАХ самого *p-n* перехода.

Цель настоящей работы – исследование формы импульсов напряжения на диодных структурах при прямом включении для определения условий получения неискаженной ВАХ *p-n* перехода.

Основные теоретические соотношения. Основными причинами искажения ВАХ являются последовательные и параллельные сопротивления структуры, а также появление, помимо инжекционной составляющей тока, токов генерации и рекомбинации. Учет влияния последних приводит к следующей зависимости :

$$I = I_s \exp\left(\frac{eU}{\alpha kT} - 1\right) + I_{R0}\left(\exp\frac{eU}{2kT} - 1\right), \quad (1)$$

где I – полный ток структуры;

U – напряжение на p-n переходе;

k – постоянная Больцмана;

α=1,1…1,5 – коэффициент неидеальности ВАХ;

I_S, I_{R0} – тепловой ток и ток рекомбинации, соответственно равные:

$$I_s = e\left(\frac{D_n}{L_n} n_{p0} + \frac{D_p}{L_p} p_{n0}\right) =$$

$$= e\left(\frac{L_n}{\tau_n} n_{p0} + \frac{L_p}{\tau_p} p_{n0}\right) =$$

$$= e^2 n_i^2 \left[\rho_p \mu_p \left(\frac{L_n}{\tau_n}\right) + \rho_n \mu_n \left(\frac{L_p}{\tau_p}\right)\right] ,$$

$$I_{R0} = S\frac{\pi e n_i \varphi_T \delta}{2\tau_0(\varphi_k - U)};$$

D – коэффициенты диффузии носителей;

L – диффузионные длины носителей;

φ_k – контактная разность потенциалов;

ρ – удельное сопротивление соответствующих областей структуры;

μ – подвижности носителей;

δ, S – толщина и площадь перехода;

τ_0 – время жизни носителей в переходе;

n_i – собственная концентрация носителей.

Учет влияния последовательного сопротивления базы, сопротивлений контактов и других составляющих можно провести, вводя в уравнение для тока вместо U величину U-IR, где R – суммарное последовательное сопротивление.

Учет влияния шунтирующих сопротивлений можно провести, заменяя величину I в уравнении на $I+U/R_1$, где R_1 – суммарное шунтирующее сопротивление.

Уравнение для ВАХ в окончательном виде при этом принимает следующий вид:

$$I+\frac{U}{R_1}=I_s\left[\exp\frac{e(U-IR)}{\alpha kT}-1\right]+ \\ +I_{R0}\left[\exp\frac{e(U-IR)}{2kT}-1\right], \qquad (2)$$

Для решения уравнения (2) необходимо знать величины последовательного и шунтирующего сопротивлений, которые к тому же зависят от величины тока (модулируются). Это практически исключает возможность получения неискаженной ВАХ p-n перехода как при снятии характеристик на постоянном токе, так и при измерении импульсных токов и напряжений.

Для построения неискаженной ВАХ необходимо найти пути определения истинного напряжения на самом p-n переходе. С этой целью нами проводились исследования формы импульсов напряжения и тока готовых полупроводниковых диодов.

Устройство и методика проведения эксперимента. При экспериментальном исследовании для получения ВАХ необходимо обеспечить измерение величины и формы импульса напряжения на диоде при заданном токе через структуру. Возможны разные варианты схемной реализации таких измерений. Простейшим вариантом является приведенная на рисунке 1 схема на основе истокового повторителя, управляемого от задающего генератора.

В этой схеме управляющее напряжение подается на затвор, а исследуемый диод вместе с измерительным резистором подключены между выводом истока транзистора и общей точкой схемы. Тип полевого транзистора и напряжение источника питания стока выбирались с учетом максимальной величины импульсного тока исследуемых диодов. Форма импульса напряжения контролировалась в точке 1 схемы, а форма импульса тока, необходимая для расчета величины импульсного тока – в точке 2 схемы.

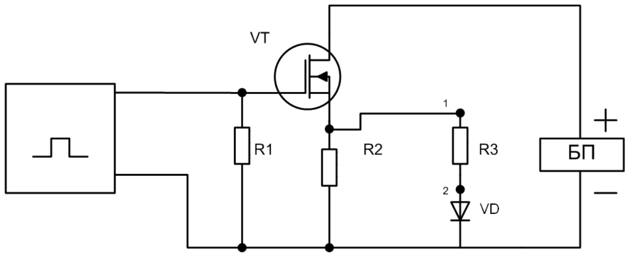


Рисунок 1 – Схема для измерения ВАХ полупроводниковых структур

В этой схеме управляющее напряжение подается на затвор, а исследуемый диод вместе с измерительным резистором подключены между выводом истока транзистора и общей точкой схемы. Полная величина и форма импульса напряжения на цепочке R_3-VD контролировалась в точке 1 схемы, а величина и форма импульса напряжения на диодной структуре – в точке 2 схемы. Для контроля формы и измерения амплитуды импульсов применялся осциллограф *TDS* 2024*B*, а в качестве задающего генератора использовался генератор Г5-63. Питание схемы осуществлялось от источника ЛИПС-35.

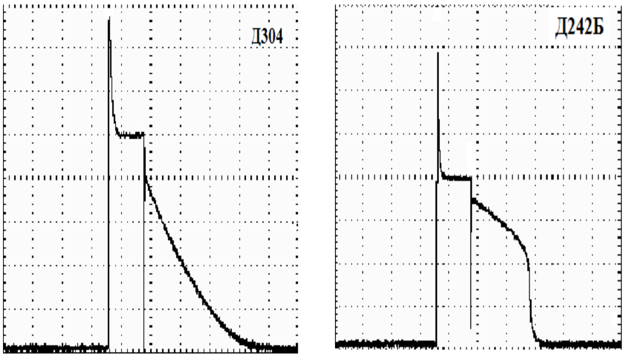
Результаты эксперимента и их обсуждение. В процессе эксперимента были сняты и проанализированы формы импульсов напряжения и тока для разных выпрямительных диодов на основе германия и кремния, сведения о которых приведены в таблице. Были проведены исследования переходов база-эмиттер и база-коллектор некоторых транзисторов.

Обозначение	Д226ВП	Д242Б	Д304	Д7Ж
Max. прямой ток, А	0,3	5	5	0,3
Технология изготовления	Si-Сплавной	Si-Диффузионный	Ge-Сплавной	Ge-Сплавной
Max. перегруз. ток, А	2,5	15	15	2,5

На рисунке 2 приведены осциллограммы импульсов напряжения на полупроводниковой структуре для диодов Д304 и Д242Б для различных режимов работы.

Анализ формы импульса напряжения на структуре показывает, что на нем можно выделить два участка: 1-й участок длительностью 30 мкс, соответствующий прохождению тока через диод, и 2-й – с плавным спадом до нуля, соответствующий изменению напряжения во времени после окончания импульса тока. В зависимости от величины напряжения источника форма импульсов на этих участках изменяется по-разному.

На первом участке с ростом тока возрастает как амплитуда основного импульса, так и амплитуда на фронте импульса. При этом рост выброса на переднем фронте становится все более интенсивным.



1 клетка 25 мкс, 50мВ 1 клетка 25 мкс, 200мВ

Рисунок 2 – Осциллограммы импульсов напряжения на структурах Д304 и Д242

На 2-м участке наибольшая величина напряжения достигает насыщения при некотором токе и не превышает 0,7 В для кремниевых и 0,4 В для германиевых исследованных диодов. Уточнение величины тока, при котором достигается насыщение, показало, что этот ток соответствует максимально допустимому току, указываемому в паспортных данных диода. Длительность спада начинает возрастать после прохождения максимального значения.

Для объяснения наблюдаемых закономерностей наиболее целесообразно применить результаты анализа переходных процессов в диодах, рассмотрение которых приведено в [1]. В соответствии с выводами этих и других авторов полная амплитуда напряжения складывается из падения напряжения на сопротивлении базы и напряжения на *p-n* переходе. Величина напряжения на переходе соответствует началу 2-го участка, т.е. точке пересечения на заднем фронте импульса. При этом сопротивление базы представляет собой результирующее сопротивление (последовательное сопротивление базы и эмиттера, сопротивление контактных областей, сопротивление проводников и т.д.), величина которого зависит от протекающего тока (модулируется).

Короткий пик на переднем фронте импульса соответствует времени модуляции и может быть использован для определения сопротивления базы. Последующий пологий участок импульса напряжения соответствует установившемуся для данного тока сопротивлению базы.

Максимальная величина напряжения на 2-м участке соответствует контактной разности потенциалов, а время спада напряжения определяется количеством и скоростью рассасывания носителей заряда, инжектированных к границам перехода за время прохождения импульса тока.

По результатам эксперимента были построены приведенные на рисунке 3 в полулогарифмическом масштабе прямые ветви ВАХ испытуемых структур, снятые в импульсном режиме. Там же приведены зависимости тока от напряжения на *p-n* переходе, измеренного в момент окончания импульса напряжения (тока).

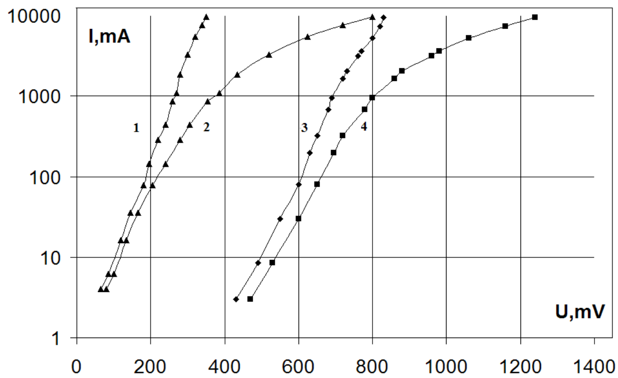


Рисунок 3 – ВАХ перехода и всей структуры для разных диодов(1, 3- ВАХ *p-n* перехода диодов Д304 и Д242 соответственно, 2, 4- ВАХ полупроводниковой структуры диодов Д304 и Д242 соответственно)

Сравнение характеристик показывает, что наименее искаженной является характеристика, полученная в момент окончания импульса напряжения источника. По этой импульсной ветви были определены значения теплового тока. Для кремниевых диодов они составили величину 10^{-12} А, а для германиевых – 10^{-7} А. Учитывая малую площадь переходов, можно считать, что полученные значения хорошо согласуются с литературными данными по минимальной плотности теплового тока (J_{Si}=10^{-15}А/см^2, J_{Ge}=10^{-10}А/см^2).

Определенные по форме импульсов напряжения на диодах величины контактной разности потенциалов для переходов на германии составляют 0,35-0,28 В, а для кремниевых – 0,7-0,68 В. Это очень хорошо согласуется с данными разных авторов. Данные исследования переходов база-эмиттер и база-коллектор кремниевого *n-p-n* транзистора КТ805Б показали, что величина φ_k =0,7 В, а сопротивление базы существенно меньше, чем в диодных структурах. Форма импульса напряжения на переходах качественно не отличается от полученной для диодных структур.

Заключение. Таким образом, анализ показывает, что амплитуда импульса напряжения на 2-м участке соответствует истинному напряжению на *p-n* переходе и может быть использована для получения неискаженной ВАХ диодных структур на основе *p-n* перехода. Такая неискаженная ВАХ может быть использована для определения параметров полупроводниковой структуры по уравнению (1) и изначально известной концентрации (удельному сопротивлению, времени жизни носителей) в исходной пластине полупроводника.

В частности, такой подход может быть использован для получения неискаженной ВАХ *p-n* перехода структуры солнечного элемента. Благодаря этому появляется возможность определения параметров структуры по ее «темновым» характеристикам, т.е. в «нерабочем» режиме, – в отличие от световых характеристик.

1. *Тугов Н.М., Глебов Б.А., Чарыков Н.А.* Полупроводниковые приборы. - М.: Энергоатомиздат, 1990. - 575 с.

УДК 621.391

С.Н. Бузыканов

АЛГОРИТМ СНИЖЕНИЯ ШУМОВ КВАНТОВАНИЯ СИГНАЛА В ВЕСОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ СОБОЛЕВА

Предложен алгоритм цифрового представления сигналов в весовом пространстве Соболева W_2^1, позволяющий существенно снизить шумы при использовании малой разрядности квантования. Показано, что для экспериментального сигнала снижение шумов квантования может составить более 3 раз при неизменной частоте дискретизации.

Ключевые слова: *шумы квантования сигналов, весовое пространство Соболева W_2^1, цифровая обработка сигналов.*

Введение. Цифровая обработка и передача радиотехнических сигналов широко применяются в современных телекоммуникационных системах. При этом важным вопросом является снижение требуемой пропускной способности канала передачи, что обеспечивает повышение информативности канала и снижение стоимости передачи. Требуемая пропускная способность канала определяется частотой дискретизации сигнала и разрядностью квантования каждого отсчета. Минимум частоты дискретизации определяется теоремой В.А. Котельникова [1] и является фундаментальной величиной, что препятствует ее использованию для снижения требований к каналу. Другим важным фактором является разрядность квантования, выбор которой осуществляется с учетом требований к точности представления сигналов.

В работах [2 - 6] было предложено несколько алгоритмов, позволяющих представить сигнал с использованием отсчетов его производной, например, при обработке в весовом пространстве Соболева W_2^1 [3 - 6], которое задается выражением

$$\left\| f(t) \right\|_W = (1-\alpha) \int_{-\infty}^{\infty} \left| f(t) \right|^2 dt + \alpha \int_{-\infty}^{\infty} \left| f'(t) \right|^2 dt ,$$

где $f(t)$ - обрабатываемый сигнал, $f'(t)$ - его производная, α - весовой коэффициент пространства Соболева. Рассмотрим возможность использования данного представления сигналов в целях снижения шумов квантования цифровых систем передачи информации.

Цель работы. Разработка алгоритма цифрового представления сигнала в весовом пространстве Соболева W_2^1, обеспечивающего снижение шумов квантования при неизменном общем числе отсчетов.

Теоретические исследования. Для построения системы передачи предлагается использовать схему, представленную на рисунке 1.

На рисунке 1 введены следующие обозначения: $n_{k1}(t_n)$, $n_{k2}(t_n)$ - отсчеты шумов квантования в каналах сигнала и производной соответственно; K_1 и K_2 - фильтры обработки информации на приемной стороне. Определим частотные характеристики данных фильтров, обеспечивающие минимум шумов квантования.

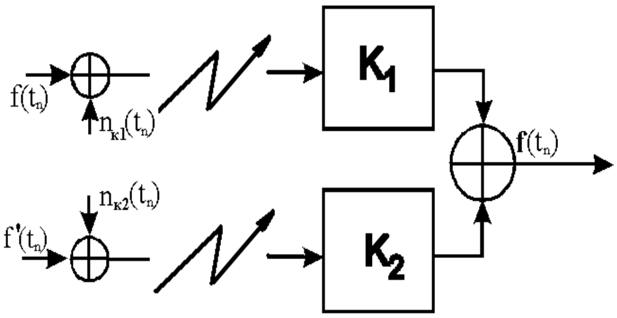


Рисунок 1 – Схема передачи цифрового сигнала в весовом пространстве Соболева W_2^1

Как показано в [3], выражение для определения спектра сигнала в весовом пространстве Соболева W_2^1 имеет вид:

$$S(\omega)=\frac{(1-\alpha)}{1-\alpha+\alpha\omega^2}\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\exp(-j\omega t)\,dt-$$
$$-\frac{j\alpha\omega}{1-\alpha+\alpha\omega^2}\int_{-\infty}^{\infty} f'(t)\exp(-j\omega t)\,dt. \qquad (1)$$

В аналоговом представлении спектр сигнала в пространстве W_2^1 идентичен спектру в пространстве L_2. Рассмотрим результат цифрового представления сигнала в выражении (1).

Процесс квантования сигнала можно рассматривать как добавление к исходному сигналу шума квантования:

$$f_k(t_n)=f(t_n)+n_{k1}(t_n),$$
$$f_k'(t_n)=f'(t_n)+n_{k2}(t_n). \qquad (2)$$

Подставляя (2) в (1) получаем:

$$S_k(\omega)=\frac{(1-\alpha)}{1-\alpha+\alpha\omega^2}\int_{-\infty}^{\infty} f_k(t)\exp(-j\omega t_n)\,dt-$$
$$-\frac{j\alpha\omega}{1-\alpha+\alpha\omega^2}\int_{-\infty}^{\infty} f_k'(t)\exp(-j\omega t)\,dt=$$
$$=\frac{(1-\alpha)}{1-\alpha+\alpha\omega^2}\sum_n f(t_n)\exp(-j\omega t_n)-$$
$$-\frac{j\alpha\omega}{1-\alpha+\alpha\omega^2}\sum_n f'(t_n)\exp(-j\omega t_n)+$$
$$+\frac{(1-\alpha)}{1-\alpha+\alpha\omega^2}\sum_n n_{k1}(t_n)\exp(-j\omega t_n)-$$
$$-\frac{j\alpha\omega}{1-\alpha+\alpha\omega^2}\sum_n n_{k2}(t_n)\exp(-j\omega t_n)=$$
$$=S(\omega)+\varepsilon(\omega), \qquad (3)$$

где

$$\varepsilon(\omega)=\frac{(1-\alpha)}{1-\alpha+\alpha\omega^2}\sum_n n_{k1}(t_n)\exp(-j\omega t_n)-$$
$$-\frac{j\alpha\omega}{1-\alpha+\alpha\omega^2}\sum_n n_{k2}(t_n)\exp(-j\omega t_n)=$$
$$=\frac{(1-\alpha)}{1-\alpha+\alpha\omega^2}N_1(\omega)-\frac{j\alpha\omega}{1-\alpha+\alpha\omega^2}N_2(\omega) \qquad (4)$$

- ошибка квантования при обработке в весовом пространстве Соболева W_2^1; $N_1(\omega)$, $N_2(\omega)$ - мгновенные спектры шумов квантования в канале сигнала и канале производной соответственно. Из выражения (4) видно, что шумы квантования при восстановлении сигнала пропускаются через фильтры с частотными характеристиками $K_1(\omega)=(1-\alpha)\big/(1-\alpha+\alpha\omega^2)$ и $K_2(\omega)=j\omega\alpha\big/(1-\alpha+\alpha\omega^2)$, что существенно снижает их мощность на выходе системы. Усредняя по реализациям, получаем выражение для среднеквадратического отклонения:

$$\overline{\varepsilon^2(\omega)}=\frac{(1-\alpha)^2P_{k1}(\omega)+\alpha^2\omega^2P_{k2}(\omega)}{(1-\alpha+\alpha\omega^2)^2}, \qquad (5)$$

где $P_{k1}(\omega)$, $P_{k2}(\omega)$ - спектральные плотности шума квантования в каналах сигнала и производной соответственно.

Для определения оптимального значения α_{opt}, минимизирующего ошибку на выходе системы, возьмем производную выражения (5) по α и приравняем ее к нулю. В результате получаем:

$$\alpha_{opt}=\frac{P_{k1}(\omega)}{P_{k1}(\omega)+P_{k2}(\omega)}, \qquad (6)$$

и выражение для ошибки квантования принимает вид:

$$\overline{\varepsilon^2(\omega)}=\frac{P_{k1}(\omega)P_{k2}(\omega)}{\omega^2P_{k1}(\omega)+P_{k2}(\omega)}. \qquad (7)$$

Существуют определенные допущения, вводимые относительно шума квантования [7]:

- шум является стационарным случайным процессом;
- шум не коррелирован с квантуемым сигналом;
- любые два отсчёта последовательности не коррелированны, то есть шум квантования является процессом типа «белый шум»;
- распределение вероятности ошибок квантования является равномерным по диапазону ошибок квантования.

Учитывая данные допущения, можно записать $MP_{k1}(\omega) = P_{k2}(\omega)$, где M - масштабирующий коэффициент, учитывающий разницу в энергии сигнала и его производной. Тогда выражения (6) и (7) соответственно принимают вид:

$$\alpha_{opt} = \frac{1}{1+M}, \tag{8}$$

$$\overline{\varepsilon^2(\omega)} = \frac{M}{\omega^2 + M} P_{k1}(\omega). \tag{9}$$

Для практических приложений можно воспользоваться следующей приближенной формулой:

$$M = \frac{P_{k2}(\omega)}{P_{k1}(\omega)} \approx \frac{E_c}{E_d}, \tag{10}$$

где E_c, E_d - энергии сигнала и производной соответственно.

Таким образом, получены выражения для фильтров K_1 и K_2 в весовом пространстве Соболева W_2^1, обеспечивающие минимизацию шумов квантования в системе, и определено выражение для вычисления оптимального весового коэффициента α.

Экспериментальные исследования. Рассмотрим применение предложенной системы цифрового представления сигналов. В качестве тестового сигнала целесообразно применить речевой сигнал, являющийся случайным процессом.

На рисунке 2 приведена зависимость среднеквадратической ошибки $\overline{\varepsilon^2}$ восстановления речевого сигнала от разрядности квантования 2^{N_k}. Кривая 1 соответствует необработанному квантованному сигналу в пространстве L_2, кривая 2 – квантованный сигнал, пропущенный через низкочастотный восстанавливающий фильтр в пространстве L_2, кривая 3 соответствует обработке квантованного сигнала по предложенной схеме в весовом пространстве Соболева W_2^1.

Из анализа рисунка 2 следует, что разработанный алгоритм позволяет более чем в три раза снизить ошибку квантования сигнала при одинаковой разрядности представления отсчетов. При этом необходимо учитывать, что обработка сигнала в весовом пространстве Соболева позволяет в два раза снизить частоту дискретизации сигнала в каждом канале и, таким образом, общее число отсчетов при передаче сигналов остается неизменным.

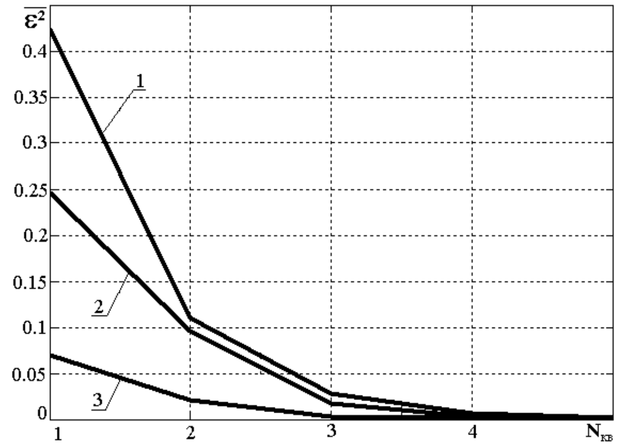


Рисунок 2 – Зависимость среднеквадратической ошибки $\overline{\varepsilon^2}$ восстановления тестового сигнала от разрядности квантования 2^{N_k}

Выводы. Предложен метод цифрового представления сигнала в весовом пространстве Соболева W_2^1, позволяющий существенно снизить шумы квантования. Практическое применение данного алгоритма к реальному сигналу позволило более чем в 3 раза снизить ошибку квантования при использовании малой разрядности представления. Одним из полезных свойств данного алгоритма является возможность распараллеливания операций, что позволяет в два раза повысить скорость цифровой обработки сигналов в радиотехнических системах.

Работа выполнена в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009 - 2013 годы (ГК 02.740.11.0470, ГК 16.740.11.0269, ГК .14.740.11.0326), а также при поддержке гранта Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых МК-4899.2011.9 (договор № 16.120.11.4899-МК).

Библиографический список

1. *Котельников В.А.* О пропускной способности "эфира" и проволоки в электросвязи // Материалы к 1 Всесоюзному съезду по вопросам реконструкции дела связи и развития слаботочной промышленности. М.: Управление связи РККА, 1933. (Репринт Успехи физических наук, 176:7 (2006), С. 762–770).

2. *Хургин Я.И., Яковлев В.П.* Финитные функции в физике и технике. М.: Наука, 1971. 408 с.

3. *Кириллов С.Н., Бузыканов С.Н.* Алгоритм дискретного спектрального анализа сигналов в модифицированном пространстве Соболева // Автометрия. 2003. № 1. С. 88 - 94.

4. *Бузыканов С.Н., Кириллов С.Н.* Вычисление спектра сигналов в модифицированном пространстве Соболева на основе быстрого преобразования Фурье // Автометрия. 2006. 42, № 4. С. 48- 56.

5. *Кириллов С.Н., Бузыканов С.Н.* Оценка спектральной плотности мощности сигналов в модифицированном пространстве Соболева // Радиоэлектроника. 2002. 45, № 12. С. 46 - 51. (Известия высших учебных заведений).

6. *Кириллов С.Н., Бузыканов С.Н.* Алгоритм восстановления аналогового сигнала в модифицированном пространстве Соболева // Автометрия. 2005. 41, № 2. С. 75 - 80.

7. *Гольденберг Л.М., Матюшкин Б.Д., Поляк М.Н.* Цифровая обработка сигналов: учеб. пособие для вузов. М.: Радио и связь, 1990. 256 с.

УДК 519.86/.87.001.57

Ю.В. Мякишев

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ВОЗДЕЙСТВИЯ ЭЛЕКТРОННОГО ЛУЧА НА МЕТАЛЛ

Предложены двумерные математические модели в виде систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Проведены аналитическое и компьютерное исследования колебательных режимов при взаимодействии электронного луча с металлом.

Ключевые слова: *математическая модель, электронный луч, металл, колебательный режим.*

Введение. Взаимодействие электронного луча с металлом при сварке и обработке порождает различные эффекты, связанные с тепловыми процессами. Исследованию подобных эффектов посвящена обширная литература как экспериментальной, так и теоретической направленности [1, 2]. В работах [3, 4] излагается первая попытка построения двумерной модели воздействия концентрированного потока энергии на металлы в предположении о протекании процессов вскипания при формировании канала проплавления. Отсюда был сделан вывод, что процесс образования канала должен иметь автоколебательный характер. Используя пакет программ ОДЕ, созданный на кафедре Высшей математики МЭИ (ТУ) в рамках курса «Синергетика», который читал автор на радиотехническом факультете, автоколебания в указанной модели не были обнаружены. Поэтому возникла задача модификации модели с тем, чтобы выяснить возможность возникновения автоколебаний, а также соответствующую область значений параметров модели.

Первая двумерная модель (ДМ1). Несколько упрощая предложенную в [3, 4] модель и переходя к безразмерной форме, получаем:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x_0 - x + d\exp(-fy), \\ \dfrac{dy}{dt} = g\left(e\dfrac{n(x)}{y} - 1\right) - h\dfrac{1-x}{x^2}n(x), \end{cases} \qquad (1)$$

где $x = \dfrac{T}{B}$, $y = \dfrac{\rho}{n(B)}$, $x_0 = \dfrac{T_0}{B}$, $\Delta x = \dfrac{\Delta T}{B}$, $n(x) = \dfrac{1}{x}\exp(-\dfrac{1}{x})$, $d = \dfrac{q_2 L}{\lambda B}$, $g = \dfrac{\eta L^2}{S^2 an(B)}$, $h = \dfrac{veL^2\Delta x}{Sa}$, $f = \alpha Sn(B)$, $n(B) = \dfrac{A}{Be}$. При этом T – температура металла, a – коэффициент температуропроводности металла, λ – коэффициент теплопроводности металла, ρ – плотность пара над мишенью, q_2 – удельная мощность луча, L – толщина мишени, v – скорость частиц пара, S – толщина парового слоя, η – вязкость пара, A, B – эмпирические константы, α – коэффициент поглощения.

Обозначив правые части в (1) через P и Q соответственно, рассмотрим систему $\begin{cases} P = 0 \\ Q = 0 \end{cases}$, которая определяет стационарные точки. Получим:

$$\begin{cases} y = \dfrac{1}{f}\ln\dfrac{d}{x - x_0}, \\ y = \dfrac{ex^2}{x^3 e^{\frac{1}{x}} + p(1-x)}, \end{cases} \qquad (2)$$

где $p = \dfrac{h}{g} = \dfrac{v\Delta xAS}{\eta B}$ – параметр, пропорциональный числу Рейнольдса при наибольшем значении плотности насыщенного пара. Исключая в системе (2) y и выражая параметр f через x, получаем функцию, задающую семейство кривых в пространстве (x, f):

$$f = \frac{(x^3 e^{\frac{1}{x}} + p(1-x)) \ln \dfrac{d}{x - x_0}}{e x^2}. \qquad (3)$$

Число стационарных точек равно числу точек пересечения прямой f=*Const* с кривой (3) при заданных значениях параметров x_0, d, p. Абсциссы точек пересечения являются абсциссами стационарных точек. Заметим, что координаты стационарных точек зависят от отношения параметров h и g, т.е. от $p = \frac{h}{g}$, а не от каждого значения параметров в отдельности. Рассматривая для примера воздействие электронного луча на *Al*, примем, что $x_0 = 0{,}15$, $d = 140.$ Графики кривых (3) при различных значениях p представлены на рисунке 1.

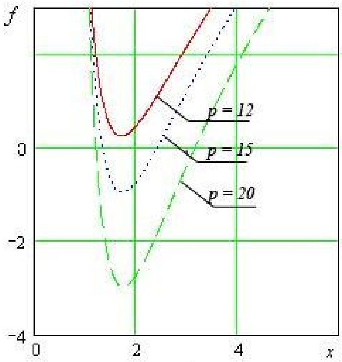


Рисунок 1 - Бифуркационные кривые

$$f(x, p, d, x_0) = \frac{(x^3 e^{\frac{1}{x}} + p(1-x)) \ln \dfrac{d}{x - x_0}}{e x^2}, \textit{при}$$

фиксированных $x_0 = 0{,}15;\ d = 140$.

Компьютерно-аналитическое исследование системы (1) и семейства кривых (3) показало следующее. Существует такое значение $p = p_0$, что при $p > p_0$ имеются два стационарных значения x_1 и x_2, причем $1 < x_1 < x_2 < 4$ практически при любых f и достаточно больших d. Если же $p < p_0$, то существует такое значение $f = f_0$, что при $f < f_0$ стационарных точек нет, а при $f > f_0$ таких точек две при достаточно больших d. Если же d мало, то существуют значения $f = f_{\min}$ и $f = f_{\max}$, что при $f > f_{\max}$ стационарная точка одна, при $f_{\min} < f < f_{\max}$ имеются три стационарные точки. А при $f < f_{\min}$ стационарная точка снова одна.

Для выяснения устойчивости узлов и фокусов выразим

$$\sigma = P'_x + Q'_y \qquad (4)$$

через координаты состояний равновесия. Тогда получим

$$\sigma = -1 - \frac{gen(x)}{y^2},$$

т.е. $\sigma < 0$ для всех $x > 0,\ y > 0.$ Отсюда следует, что равенство $\sigma = 0$ невозможно, а, кроме того, из критерия Бендиксона вытекает, что автоколебания в системе (1) невозможны. Состояние равновесия с абсциссой x_1 является устойчивым фокусом. Таким образом, в системе (1) возможны затухающие колебания.

Для определения характера стационарного состояния с абсциссой x_2 при фиксированных значениях параметров найдем бифуркационные кривые из условий $\Delta = 0,\ P = 0,\ Q = 0,$ где $\Delta = P'_x Q'_y - P'_y Q'_x.$

В результате получим:

$$f = \frac{(x^3 e^{\frac{1}{x}} + p(1-x))^2}{e(x - x_0)} \times \frac{1}{(x-1)x^3 e^{\frac{1}{x}} + px(x-2)}. \qquad (5)$$

При соответствующих значениях параметров f и p стационарные точки кратные.

Используя для примера данные для *Al*, на рисунке 2 покажем фазовые кривые системы (1).

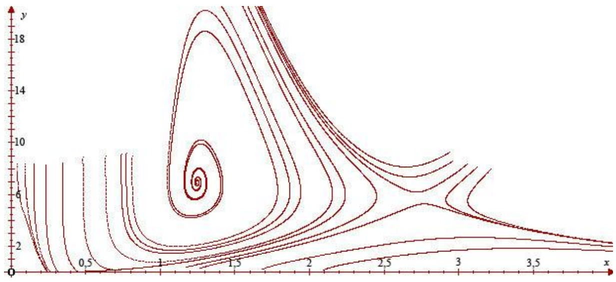


Рисунок 2 - Фазовый портрет траекторий ДМ1. *Значения параметров* $d = 140;\ x_0 = 0{,}15;$ $h = 2400;\ g = 160;\ f = 0{,}7;\ p = 15.$ *Стационарные точки:* $M_1(1{,}2;\ 7{,}0)$ *– устойчивый фокус;* $M_2(2{,}7;\ 5{,}6)$ *– седло*

Вторая двумерная модель (ДМ2). Полагая, что вязкость пара линейно зависит от температуры, модель ДМ1 приводится к виду:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x_0 - x + de^{-fy}, \\ \dfrac{dy}{dt} = g(e\dfrac{n(x)}{y}(kx + c) - 1) - h\dfrac{1-x}{x^2} n(x), \end{cases} \qquad (6)$$

где параметры k и c определяют вид зависимости вязкости пара от температуры. Аналогично предыдущему из системы (6) получаем функцию

f, в плоскости (x, f) задающую семейство кривых, зависящих от параметров p, k, c при фиксированных значениях параметров x_0 и d:

$$f(x,p,k,c)=\frac{(x^3e^{\frac{1}{x}}+p(1-x))\ln\dfrac{d}{x-x_0}}{ex^2(kx+c)}. \quad (7)$$

Количество стационарных точек, определяемых прямой f=$Const$, существенно зависит не только от p, но и от параметров k и c. Снова рассматривая для примера воздействие электронного луча на Al, далее получаем: если p фиксировано и равно 15, то при $k=0{,}2;\ c=-0{,}3$ имеются две стационарные точки при любых f, а при $k=0{,}2;\ \ c=-1{,}8$ ситуация меняется. Существует значение $f=0{,}7$, что при $f>0{,}7$ стационарных точек нет, а при $f<0{,}7$ этих точек две. Если положить $k=1;\ c=-0{,}3$, то существует значение $f=1{,}05$, что при $f<1{,}05$ имеются три стационарные точки, а при $f>1{,}05$ эта точка одна. Если же $k=1;\ c=-1{,}8$, то существует значение $f=1{,}45$, что при $f<1{,}45$ стационарных точек три, а при $f>1{,}45$ эта точка одна.

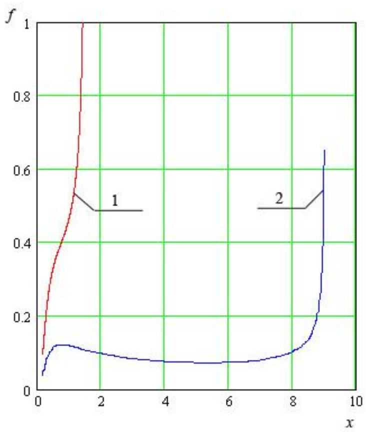


Рисунок 3 - Бифуркационные кривые

$$f(x,g,k,c)=\frac{\ln\dfrac{d}{x-x_0}}{\sqrt{-ge(kx+c)n(x)}}.\ при\ x_0=0{,}15,$$

$$d=140,\ \ g=160,\ \ k=0{,}2,\ \ c=-0{,}3\ \ и\ \ c=-1{,}8.$$

Рассматривая далее линию фокусов

$$\sigma=P_x^{'}+Q_y^{'}=0,$$

получаем функцию f, зависящую от параметров g, k и c, задающую семейство кривых $\sigma=0$ при фиксированных x_0 и d:

$$f(x,g,k,c)=\frac{\ln\dfrac{d}{x-x_0}}{\sqrt{-ge(kx+c)n(x)}}. \quad (8)$$

На рисунке 3 приведены графики этих функций при заданных значениях параметров x_0, d, g, k и c.

Заметим, что над кривой 1 ($c=-0{,}3$) значение $\sigma>0$, а под этой кривой $\sigma<0$. Аналогично над кривой 2 ($c=-1{,}8$) значение $\sigma>0$, а под кривой $\sigma<0$.

Линии сёдел задаются уравнением:

$$f(x,p,k,c)=\frac{(x^3e^{\frac{1}{x}}+p(1-x))^2}{e(x-x_0)(kx+c)m(x,p,k,c)}, \quad (9)$$

где

$$m(x,p,k,c)=p((x-2)x+(1-x)^2)-$$
$$-\frac{x^3e^{\frac{1}{x}}+p(1-x)}{kx+c}((1-x)(kx+c)+kx^2). \quad (10)$$

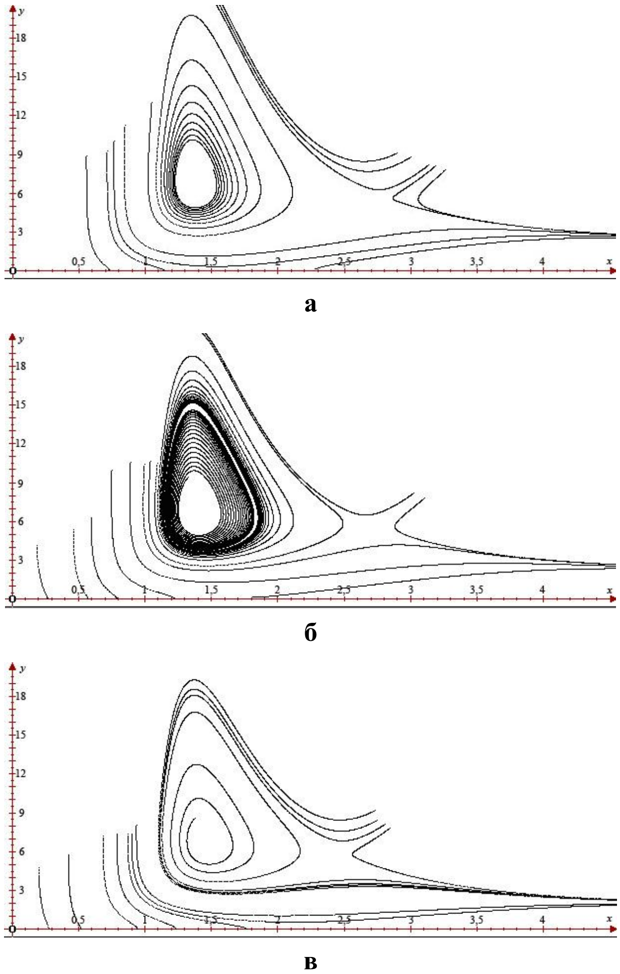


Рисунок 4 - Фазовые портреты траекторий ДМ2 при $c=-1{,}6$ (а); -1,8 (б); -2,2 (в)

Рисунок 4 иллюстрирует поведение фазовых траекторий системы (6) при значениях параметров: $k=1;\ c=-1{,}6;$ -1,8; -2,2. Наличие предельного цикла при $c=-1{,}8$ доказывает возможность возникновения автоколебаний в модели ДМ2.

Заключение. Построенные качественные математические модели воздействия электронного луча на металл показывают, что в соответствующей динамической системе, при учете зависимости вязкости пара от температуры, возможны затухающие колебания, автоколебания и резонансный режим. Тем самым, появляется возможность усовершенствования системы управления электронно-лучевой сваркой или обработкой.

Библиографический список

1. *Рыкалин Н.Н., Зуев И.В., Углов А.А.* Основы электронно-лучевой обработки материалов. – М.:Машиностроение, 1978. - 240 с.

2. *Зуев И.В.* Обработка материалов концентрированными потоками энергии. – М.: Издательство МЭИ, 1998. – 162 с.

3. *Зуев И.В., Селищев С.В., Скобелкин В.И.* Автоколебания при воздействии концентрированных потоков энергии на вещество. ДАН СССР. – 1980. – Т. 255 - № 6. – С. 2371-2374.

4. *Рыкалин Н.Н., Углов А.А., Зуев И.В., Скобелкин В.И, Селищев С.В.* Автоколебательные процессы при тепловом воздействии концентрированного потока энергии на металлы // Журнал Экспериментальной и теоретической физики. – 1983. - Т. 85 – вып. 6(12). – С. 1953-1961.

УДК 621.395

О.О. Басов, М.В. Илюшин, А.В. Зацепин

МОДЕЛИ КОММУНИКАТИВНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ В ИНФОКОММУНИКАЦИЯХ

Формализованы модели основных форм коммуникативного взаимодействия. Ввиду имеющихся несоответствий в различных данных по статистике пауз речевого сигнала (РС) проведены собственные экспериментальные исследования. На основе полученных результатов уточнена модель монологической формы общения, определены потенциально возможные коэффициенты сжатия РС за счет блокировки пауз речи для диалога $K^{(Д)} = 3{,}92$ *и полилога* $K^{(П)} = N/0{,}5104$ *при N участниках.*

Ключевые слова: *коммуникативное взаимодействие, монолог, диалог, полилог, речевой сигнал, статистическая избыточность.*

Введение. С развитием информационных технологий и расширением границ коммуникативного пространства непрерывно возрастает роль речевого общения. Исследователи речевого общения различают такие его формы, как диалог, полилог и монолог [1…3], а современные виды инфокоммуникационных услуг имеют тенденцию тяготеть к конкретным формам речевого общения, например, речевая почта или автоматические информаторы – к монологической, телефония – в основном к диалогической, а аудиотелеконференции главным образом – к полилогической форме общения.

Целью статьи является формализация моделей указанных выше форм коммуникативного взаимодействия в инфокоммуникациях.

Модель диалога $\nu_Д(t)$ представляет собой описание телефонного диалога случайным процессом (СП) с непрерывным временем на интервале $[0, T_0]$, имеющим два состояния: «1» – активная речь рассматриваемого абонента (передача информации), «0» – пауза речи, обусловленная приемом информации от корреспондента. Введем обозначения длительностей единичного нахождения $\nu_Д(t)$ в состояниях «1» и «0» t_a и t_n соответственно.

Очевидно, что t_a и t_n – независимые непрерывные случайные величины с одинаковыми законами распределения и равными математическими ожиданиями, что обусловлено равносильным участием абонентов в диалоге. Этой же причиной обусловлена и равновероятность нахождения СП $\nu_Д(t)$ в различных состояниях $P_1^{(Д)}[\nu_Д(t) = 1] = P_1^{(Д)}[\nu_Д(t) = 0] = 0{,}5$.

Описание процесса $\nu_Д(t)$ может быть представлено с помощью функции Хевисайда $\sigma(t)$:

$$\nu_Д(t) = \sum_{k=0}^{K} \{\sigma(t - t_k) - \sigma[(t - t_k) - t_{a(k+1)}]\}, \qquad (1)$$

где k – номер активного участка или паузы речи; t_k – k-й момент перехода $\nu_Д(t)$ из состояния «0» в состояние «1».

Модель полилога. Полилог структурно представляет собой совокупность монологических высказываний, последовательно разрабатываемую группой собеседников.

Процесс участия в полилоге i-го абонента ($i=\overline{1,N}$, N – количество участников полилога):

$$\nu_{Пi}(t)=\nu_{Д}(t), \forall k\left(\nu_{Пi}(t_k)-\nu_{Пi}(t_{a(k+1)})\right)>0.$$

При соблюдении правил общения [2] время участия в полилоге каждого абонента становится приблизительно одинаковым, поэтому $P_1^{(П)}[\nu_{Пi}(t)=1]=1/N$; $P_1^{(Д)}[\nu_{Пi}(t)=0]=N-1/N$, для всех $i=\overline{1,N}$.

Модель монолога является СП $\nu_M(t)$ с непрерывным временем и описывает интервал нахождения $\nu_Д(t)$ (или $\nu_{Пi}(t)$) в состоянии "1". Два возможных состояния процесса ("1" и "0") отображают соответственно активные элементы монолога длительностью $t`_a$ и разделяющие их паузы длительностью $t`_n$.

Известные аппроксимации распределения длительности пауз РС. Распределения длительности пауз речи существенно отличаются от нормального закона, поэтому нормированную функцию распределения речевых пауз в [4] предложено аппроксимировать экспоненциальной зависимостью:

$$F_0(t`_n)=0{,}95-0{,}15\exp\left[-\frac{0{,}55(t`_n-m)}{\sigma}\right], \qquad (2)$$

где m – средняя длительность паузы в монологе; $\sigma=257$ мс – среднее квадратическое отклонение длительности паузы.

Экспериментальные данные получены при обработке осциллограмм стандартных фраз и коротких газетных текстов, произносимых четырьмя дикторами ($m=65$ мс), а также осциллограмм передач центрального радиовещания длительностью 22 мин ($m=184$ мс).

Дальнейшие исследования дикторской речи позволили определить более точное представление закона распределения $F_1(t`_n)$ через вероятностную смесь трех независимых случайных величин (СВ) [5]:

$$F_1(t`_n)=\sum_1^3 P_i\cdot F(t`_{ni}), \qquad (3)$$

где i – номер типа пауз: 1 – между звуками и слогами; 2 – между словами; 3 – между фразами; P_i – вероятность появления пауз i-го типа: $P_1=0{,}24$; $P_2=0{,}6$; $P_3=0{,}16$. Частные функции $F(t`_{ni})$ для стандартных фраз соответствуют релеевскому закону распределения с параметрами: $\sigma_1=14$ мс, $\sigma_2=27{,}4$ мс, $\sigma_3=27{,}7$ мс, $\rho_1=t`_n$ мс, $\rho_2=t`_n-30$ мс, $\rho_3=t`_n-120$ мс.

В соответствии с методикой разделения РС на участки P, V, N распределение длительности пауз РС в [6] предложено представлять в виде распределения $F(m)=P(M\geq m)$ дискретной случайной величины M, где m – некоторое ее значение, характеризующее число кадров (по 128 отсчетов) в интервале и аппроксимировать гиперэкспоненциальной зависимостью:

$$F_2(m)=\sum_i^I A_i e^{-\alpha_i(m-1)}, m=1,2,..., \qquad (4)$$

где коэффициенты распределения $A_1=0{,}74$; $\alpha_1=0{,}33$; $A_2=0{,}26$; $\alpha_2=0{,}069$.

Указанное несоответствие имеющихся данных по распределению пауз теории и практики использования статистической избыточности речи в инфокоммуникациях обусловило необходимость проведения собственных исследований.

Экспериментальные данные распределения длительности пауз получены при обработке стандартных фраз и журнальных статей, начитанных двумя тренированными дикторами, а также звукозаписей передач центрального телевидения (звуковое сопровождение). Общая длительность обработанных записей составила 30 мин. Степень близости теоретических распределений (вероятностная смесь трех независимых СВ $F_1(t`_n)$ (3), гиперэкспоненциальная зависимость $F_2(m)$ (4), обратное распределение Гаусса $F_3(t`_n)$ (при $\mu=105{,}9875; \lambda=97{,}8572$) и логнормальное распределение $F_4(t`_n)$ (при $\mu=4{,}2996$; $\sigma=0{,}8507$)) к эмпирическому оценивалась по критерию А.Н. Колмогорова (Колмогорова–Смирнова) [7] для заданного критического уровня значимости $\alpha=0{,}01$. Подбор последних двух распределений осуществлен с помощью средства *Distribution Fitting Tool* (dfittool) пакета *Statistics* программы технических расчетов MATLAB. Полученные результаты свидетельствуют о том, что распределение длительности пауз в РС достаточно точно аппроксимируются обратным распределением Гаусса $F_3(t`_n)$ и логнормальным распределением $F_4(t`_n)$.

С увеличением числа экспериментальных точек лучшую степень близости обеспечивает логнормальное распределение, поэтому в дальнейшем примем, что длительность пауз в речевом сигнале (монологические высказывания) соответствует логнормальному распределению со средним $M(\overline{t`_n}) = 105{,}7888$.

Распределение длительности активных участков речи $t`_a$ в монологических высказываниях, как правило, аппроксимируют выражением для закона распределения длительности пауз [4…6]. Результаты эксперимента при тех же исходных данных позволили установить, что длительность пауз в РС (монологические высказывания) соответствует логнормальному распределению (при $\mu = 4{,}4661$; $\sigma = 0{,}6885$) со средним $M(\overline{t`_a}) = 110{,}2841$.

Потенциально возможные коэффициенты сжатия РС за счет блокировки пауз. Представленные данные о средних длительностях пауз и активных участков речи позволяют определить вероятности нахождения СП $\nu_M(t)$ в различных состояниях:

$$P_1^{(M)}[\nu_M(t) = 1] = \frac{\overline{t`_a}}{\overline{t`_a} + \overline{t`_n}} = 0{,}5104,$$

$$P_0^{(M)}[\nu_M(t) = 0] = \frac{\overline{t`_n}}{\overline{t`_a} + \overline{t`_n}} = 0{,}4896.$$

Тогда потенциально возможный коэффициент сжатия РС за счет блокирования пауз при монологической форме речевого общения можно определить как:

$$K^{(M)} = \frac{1}{P_1^{(M)}} \approx 1{,}96. \qquad (5)$$

Обобщенная модель телефонного диалога $\nu`_Д(t)$ с учетом участков активной речи и пауз на длительности T_0 может быть определена следующим образом:

$$\nu`_Д(t) = \begin{cases} 1, \text{при } [\nu_Д(t) = 1] \cap [\nu_M(t) = 1] \\ 0, \text{при } [\nu_Д(t) = 0] \cup \{[\nu_Д(t) = 1] \cap [\nu_M(t) = 0]\} \end{cases}$$

при вероятностях нахождения $\nu`_Д(t)$ в различных состояниях:

$$P`_1^{(Д)}[\nu`_Д(t) = 1] = P_1^{(Д)} \cdot P_1^{(M)} = 0{,}2552,$$

$$P`_0^{(Д)}[\nu`_Д(t) = 0] = P_0^{(Д)} + P_1^{(Д)} \cdot P_0^{(M)} = 0{,}7448.$$

Полученные значения вероятностей определяют потенциально возможный коэффициент сжатия РС за счет блокировки пауз в диалоге:

$$K^{(Д)} = \frac{1}{P`_1^{(Д)}} \approx 3{,}92. \qquad (6)$$

Аналогично обобщенная модель полилога $\nu`_{Пi}(t)$ с учетом участков активной речи и пауз на длительности T_0 может быть определена следующим образом:

$$\nu`_П(t) = \begin{cases} 1, \text{при } [\nu_{Пi}(t) = 1] \cap [\nu_M(t) = 1] \\ 0, \text{при } [\nu_{Пi}(t) = 0] \cup \{[\nu_{Пi}(t) = 1] \cap [\nu_M(t) = 0]\} \end{cases}$$

при вероятностях:

$$P`_1^{(П)}[\nu`_{Пi}(t) = 1] = P_1^{(П)} \cdot P_1^{(M)} = \frac{0{,}5104}{N},$$

$$P`_0^{(П)}[\nu`_{Пi}(t) = 0] = P_0^{(П)} + P_1^{(П)} \cdot P_0^{(M)} = 1 - \frac{0{,}5104}{N}.$$

Потенциально возможный коэффициент сжатия РС за счет блокировки пауз речи:

$$K^{(П)} = \frac{1}{P`_1^{(П)}} = \frac{N}{0{,}5104} \qquad (7)$$

при равновероятности участия в полилоге каждого абонента.

Заключение. Учет статистической избыточности РС позволяет повысить информационную (передача информации от других источников) или энергетическую эффективность (отключение передатчика) систем передачи цифровой информации. Достигаемый при этом выигрыш определяется выражениями (5…7) для различных форм речевого общения. Наряду с этим, наличие пауз определяет возможность идентификации канала связи при передаче по нему речевого сигнала [8].

Библиографический список

1. *Алякринский Б.С.* Общение и его проблемы / Б.С. Алякринский. – М., 1982. – 120 с.
2. *Семененко Л.П.* Аспекты лингвистической теории монолога / Л.П. Семененко. – М. : Московский государственный лингвистический университет, 1996. – 327 с.
3. *Потапова Р.К.* Речь : коммуникация, информация, кибернетика / Р.К. Потапова : учеб. пособие для вузов. – М. : Радио и связь. – 1997. – 528 с.
4. *Михайлов В.Г.* Измерение параметров речи / В.Г. Михайлов, Л.В. Златоустова; под ред. М.А. Сапожкова. – М. : Радио и связь, 1987. – 168 с. : ил.
5. *Калинцев Ю.К.* Разборчивость речи в цифровых вокодерах / Ю.К. Калинцев. – М. : Радио и связь, 1991. – 220 с. : ил.
6. *Шелухин О.И.* Цифровая обработка и передача речи / О.И. Шелухин, Н.Ф. Лукьянцев; под ред. О.И. Шелухина. – М.: Радио и связь, 2000. – 456 с.: ил.
7. *Кобзарь А.И.* Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников / А.И. Кобзарь. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 816 с.
8. *Басов О.О.* Алгоритм идентификации канала связи, описываемого моделью Гильберта / О.О. Басов, А.А. Рыболовлев. – Вестник РГРТУ, № 3 (выпуск 25). – Рязань, 2008. – С. 18-22.

УДК 621.387

Е.Я. Черняк, Н.Н. Бисярин

ИССЛЕДОВАНИЕ ИОННОГО ИСТОЧНИКА КОРОННОГО РАЗРЯДА С УПРАВЛЯЮЩЕЙ СЕТКОЙ

Разработан ионный источник с управляющей сеткой на основе коронного разряда для спектрометра ионной подвижности. Показано, что в воздухе при атмосферном давлении с ростом расстояния между сеткой и коллектором ионов (до 3 см) ионный ток уменьшается от 6 нА до 0,2 нА. Определена величина амплитуд напряжения запирания ионного тока для отрицательной и положительной корон.

Ключевые слова: *ионный источник, спектрометр ионной подвижности, реактант-ионы, молекулярный комплекс, коронный разряд.*

Введение. Спектрометрия ионной подвижности (СИП) является сравнительно новым аналитическим методом, позволяющим идентифицировать высокомолекулярные соединения по их скорости дрейфа в газе, в том числе и атмосфере воздуха, под действием однородного электрического поля. Метод применяется для обнаружения ряда отравляющих, наркотических и взрывчатых веществ [1, 2]. Приборы, разработанные на основе технологии СИП, обнаруживают микроскопические дозы запрещенных веществ, оставшихся на одежде, коже, волосах, в багаже или документах человека после контакта с ними [3]. Спектрометрия ионной подвижности применяется при разработке и производстве новых лекарственных средств, диагностике некоторых заболеваний [4], обнаружении и идентификации белков, пептидов и аминокислот, а также получила широкое распространение при экологическом мониторинге среды.

Для ионизации молекул могут использоваться радиоактивное, ультрафиолетовое и лазерное излучения, коронный разряд, а также и другие методы [5, 6]. В подавляющем большинстве выпускаемых приборов на основе метода спектрометрии ионной подвижности используются для ионизации молекул источники радиоактивного излучения, что накладывает ряд принципиальных ограничений при изготовлении, транспортировке и эксплуатации. Одним из принципиальных моментов является проблема утилизации приборов с радиоактивным источником, выработавших свой ресурс или пришедших в негодность. Захоронение радиоактивных материалов, содержащихся в детекторах, может вырасти в серьезную экологическую проблему. Большое значение имеет необходимость получения лицензии на использование радиоактивных материалов, а также проведение ежегодных проверок приборов на утечку радиации.

По указанным причинам растет интерес к замене радиоактивного излучения ультрафиолетовым или рентгеновским и к применению коронного разряда.

Целью работы является создание ионного источника для малогабаритного портативного спектрометра ионной подвижности с ионным источником на основе коронного разряда. Перспективность такого источника определяется тем, что его применение исключает необходимость использования радиоактивных материалов и существенно упрощает реализацию прибора в сравнении с вариантами ионизации УФ или рентгеновским излучением.

Экспериментальная установка и методика проведения эксперимента. Коронный разряд возбуждался в системе «острие – плоскость». В качестве острия использовалась игла из стали марки 30Х13, обеспечивающая устойчивую и длительную работу с активными компонентами коронного разряда. Выбранные радиус кривизны острия 35 мкм и расстояние между острием и сеточным некоронирующим электродом 1 мм обеспечивали при атмосферном давлении величину напряженности электрического поля в области разряда 10^7 В/м при сравнительно небольшом напряжении зажигания (2 – 3) кВ.

Некоронирующий плоский электрод *2* (рисунок 1) представлял собой стальную сетку с шагом 0.8 мм. С уменьшением прозрачности сеточного электрода необходим меньший потенциал для запирания ионного потока, но в то же время уменьшается коэффициент его проницаемости за счет поглощения ионов элементами сетки. Поэтому выбрана сетка с прозрачностью, обеспечивающей запирающий потенциал, приемлемый для использования в портативном приборе.

Схема экспериментальной установки с источником ионов на основе коронного разряда представлена на рисунке 1.

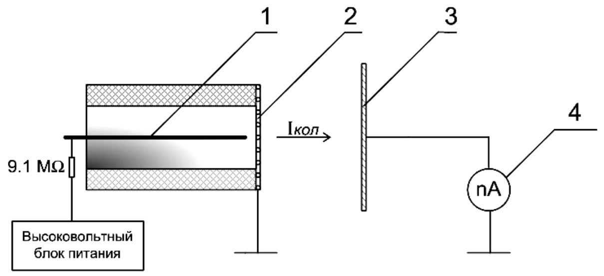


Рисунок 1 – Схема экспериментальной установки: *1* – острие, *2* – некоронирующий электрод, *3* – коллектор, *4* – наноамперметр

Положение острия относительно элементов сетки не оказывает влияния на параметры разряда вследствие того, что провисание потенциала вблизи сетки незначительно, что подтверждено моделированием в пакете SIMION 7.0, и на расстоянии 1 мм от сетки, где расположено острие, не искажает линии поля.

Напряжение на разрядном промежутке поддерживалось с помощью регулируемого высоковольтного источника. Ограничительный резистор номиналом 9.1 МОм был установлен непосредственно на острие для уменьшения влияния паразитных емкостей. Ионный ток попадал на коллектор *3*, расположенный на изменяемом расстоянии от сетки, и измерялся наноамперметром *4*.

Снятие спектра по подвижности требует формирования кратковременного импульса ионного тока. Для этого используется ионный затвор, представляющий собой две рядом расположенные сетки. Для моделирования этой ситуации была использована схема, изображенная на рисунке 2.

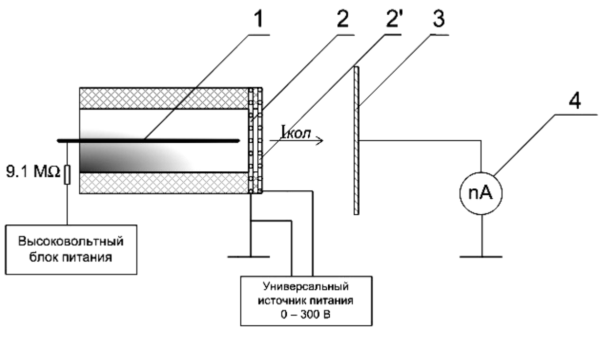


Рисунок 2 – Схема экспериментальной установки: *1* – острие, *2* – некоронирующий электрод, 2’ – вторая сетка, *3* – коллектор, *4* – наноамперметр

Результаты эксперимента. Коронный разряд отрицательной полярности зажигался при напряжении 2.2 кВ, положительной – при 2.5 кВ. Различия в напряжении зажигания связаны с различными механизмами развития разряда для отрицательной и положительной корон [7]. Зависимость тока от расстояния сетка *2’* – коллектор для отрицательной (коронирующий электрод является катодом) и положительной (коронирующий электрод является анодом) корон приведена на рисунке 3. Появление тока отрицательной полярности для положительной короны на больших расстояниях, возможно, объясняется процессами перезарядки. Ток определялся при фиксированном потенциале для различных расстояний сетка *2’*-коллектор. На вершине острия визуально наблюдалось пятно фиолетового свечения.

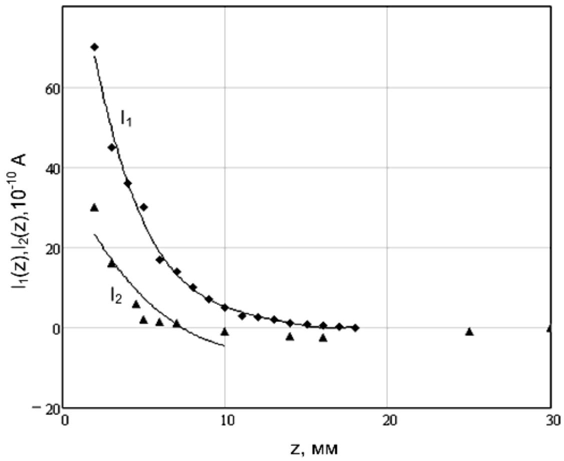


Рисунок 3 – Зависимость тока от расстояния сетка *2’* - коллектор для отрицательной (I_1) и положительной (I_2) корон при напряжении разряда 2.6 кВ, измеренная по схеме, изображенной на рисунке 1. Значения тока отрицательной короны взяты по модулю для удобства сравнения

Зависимость тока от расстояния сетка *2’* - коллектор в схеме с использованием двух сеток показана на рисунке 4.

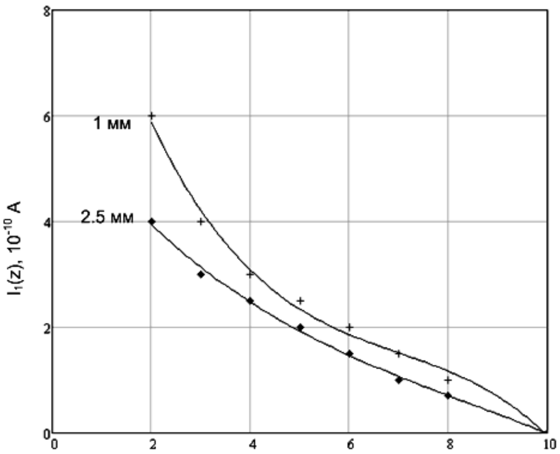


Рисунок 4 – Зависимость тока от расстояния сетка *2’* - коллектор при различных расстояниях сетка 2 - сетка *2’* для отрицательной короны. Напряжение разряда 2.6 кВ. Значения тока отрицательной короны взяты по модулю

Для определения влияния величины амплитуды вытягивающего напряжения на ток проведено исследование зависимости тока от тянущего напряжения, приложенного между сетками *2* и ***2'*** (рисунок 5).

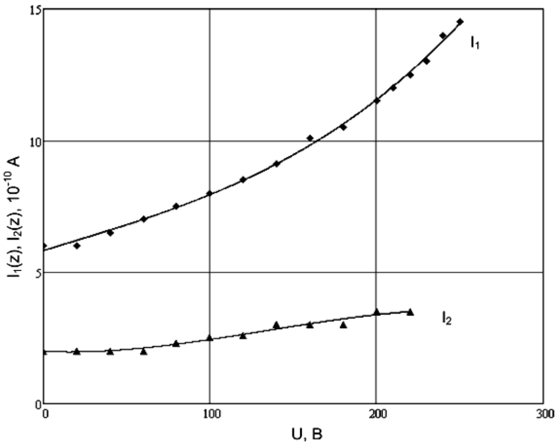


Рисунок 5 – Зависимость тока от тянущего напряжения, приложенного между сетками *2* и *2'*, при расстоянии сетка *2'* - коллектор 2 мм и расстоянии сетка *2* - сетка *2'* 1 мм, для отрицательной (I_1) и положительной (I_2) корон. Напряжение разряда 2,6 кВ. Значения тока отрицательной короны взяты по модулю для удобства сравнения

Результат исследования влияния величины запирающего напряжения на ток для отрицательной и положительной корон при фиксированных расстояниях сетка *2* - сетка *2'* и сетка *2'* - коллектор приведен на рисунке 6. При напряжениях запирания 95 В и 35 В для отрицательной и положительной корон соответственно ионный ток на коллекторе наноамперметром не зафиксирован.

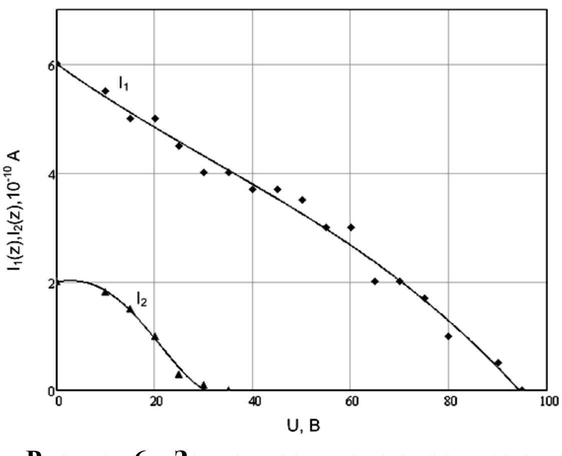


Рисунок 6 – Зависимость тока от запирающего напряжения на сетке *2'* при расстоянии сетка 2 - сетка *2'* 1 мм для отрицательной (I_1) и положительной (I_2) корон. Напряжение разряда 2,6 кВ. Значения тока отрицательной короны взяты по модулю для удобства сравнения

Различие в разности энергий ионов можно объяснить различным местом старта (начала движения, образования) ионов к коллектору. Положительные ионы стартуют вблизи сетки, соответственно они набирают меньшую энергию, чем отрицательные. Положительные ионы образуются за счет ионизации электронами, вышедшими с сетки, фотоионизации и процессов перезарядки.

В конструкции с двумя сетками наблюдается значительное уменьшение ионного тока, связанное с оседанием ионов на сеточных электродах. Уменьшение потерь достигается либо увеличением коэффициента проницаемости сеток, либо организацией инжекции ионного сгустка посредством одной сетки. Второе более приемлемо для портативного прибора, так как увеличение коэффициента проницаемости приведет к росту величины амплитуды напряжения запирания.

Заключение. Полученные результаты позволяют прогнозировать технические характеристики мобильного спектрометра ионной подвижности и выработать обоснованные технические требования к конструкции ионного источника. Исследована зависимость токопрохождения положительных и отрицательных ионов в дрейфовом промежутке сетка - коллектор от геометрических параметров источника. Выработаны рекомендации по выбору параметров сеточного узла для управления токопрохождением ионного пучка. Определены режимы управления отпиранием ионного тока для исследуемой конструкции.

Библиографический список

1. *Eiceman G.A., Karpas Z.* Ion mobility spectrometry // 2005 by Taylor & Francis Group, LLC.

2. CHIP NEWS, №4 (117), 2007, С. 40 – 41.

3. *Armenta S., de la Guardia M.* Analytical methods to determine cocaine contamination of banknotes from around the world // Trends in Analytical Chemistry, Vol. 27, No. 4, 2008.

4. *Westhoff M., Litterst P., Freitag L., Baumbach J.I.* Ion mobility spectrometry in the diagnosis of sarcoidosis: results of a feasibility study, Journal of physiology and pharmacology // 2007, 58, Suppl 5, P. 739 – 751.

5. *Лазаревич А.А., Филипенко А.А.* Источники ионизации в спектрометрии ионной подвижности // Микроэлектроника, Научная сессия МИФИ – 2004, Том 1.

6. *Котковский Г.Е., Мартынов И.Л., Новикова В.В., Чистяков А.А.* Лазерный спектрометр ионной подвижности // Приборы и техника эксперимента. 2009. № 2. С. 110-116.

7. *Райзер Ю.П.* Физика газового разряда. М.: Наука, 1987.

УДК 517.938

Е.С. Дюба

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАЗВИТИЯ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ «ГЕНЕРАЛЬНАЯ КОМПАНИЯ – СОВМЕСТНОЕ ПРЕДПРИЯТИЕ»

Предлагается математическая модель развития экономической системы: генеральная компания – совместное предприятие, которая описывается системой дифференциальных уравнений. Показано существование наиболее выгодных условий развития экономической системы. Установлено, что при изменении расходов на управление на 0,04 условных единицы прибыль уменьшится приблизительно на 13 %.

Ключевые слова: *доля рынка, инвестиции, ликвидные и кредитные средства, прибыль, управление, функционал.*

Введение. Подобная модель развития экономической системы носит название франчайзинга и является выгодной формой ведения бизнеса. Она применяется во многих странах с развитой рыночной экономикой, но в России появилась относительно недавно. Эта система ведения бизнеса позволяет генеральной фирме расти быстрее и с меньшими капитальными затратами. В то же время предприниматель, присоединяющийся к такой системе, снижает свой риск.

Подобную систему рассматривали в своей работе Рудашевский В.Д. и Фурщик М.А [1].

Цель работы – построить и исследовать математическую модель взаимодействия генеральной компании с предпринимателями, работающими под маркой генеральной компании, найти управление экономической системы, при котором генеральная компания получит наибольшую прибыль.

Предварительный анализ задачи. Предположим, что рынок может быть разделен между предприятиями генеральной компании и совместными в любой пропорции. Пусть $P_C(t) \geq 0$ и $P_Ф(t) \geq 0$ – доли рынка, охваченные соответственно предприятиями головной компании и совместными.

Поток инвестиций генеральной компании на развитие сети определяется равенством $I(t) = z\dot{P}_C(t) + e\dot{P}_Ф(t) + \alpha_1\Delta(t) + hP_C(t) + r_1L(t) + \eta_{11}(t)u_1 + \eta_{12}(t)u_2$, где z, e и h находятся вне модели, а в e учитывается оптимальный вступительный взнос, рассчитанный для одного совместного предприятия; α_1 – коэффициент ликвидности; $\Delta(t)$ – ликвидные средства головной компании; $L(t)$ – долг головной компании; r_1 – процент по кредиту; $u = (u_1, u_2)$ – вектор-управление; $\eta_{ij}(t)u_j$ – расходы на рекламу и исследования рынка на какой-то достаточно типичной территории.

Будем считать, что прибыль от генеральной компании и доход от совместных предприятий не зависят от времени и равны π_C и $\pi_Ф$ соответственно.

Прибыль, полученная от деятельности генеральной компании и совместных предприятий системы, и новые кредиты идут на изменение объема ликвидных средств, которое определяется формулой $\dot{\Delta}(t) = \pi_C P_C(t) + r\pi_Ф P_Ф(t) - I(t) + \alpha_2\Delta(t) + r_2L(t) + \eta_{21}(t)u_1 + \eta_{22}(t)u_2 + D(t)$, где α_2 определяет доход, приносимый ликвидными средствами; $r_2L(t)$ – доход, получаемый со средств $L(t)$; $D(t)$ учитывает разность между полученными кредитами и возвратом долга.

Задолженность изменяется по закону $\dot{L}(t) = r_1L(t) - \alpha_3\Delta(t) - aP_C(t) + D(t)$. Здесь α_3 и a определяются вне модели, а произведения $\alpha_3\Delta(t)$ и $aP_C(t)$ показывают объем соответствующих средств, потраченных на погашение долга.

Будем рассматривать развитие системы: генеральная компания – совместное предприятие в предположении, что $P_Ф(t) = vP_C(t)$, где $v > 0$ – коэффициент, определяющий зависимость доли рынка совместных предприятий от доли рынка, занимаемой генеральной компанией.

Следовательно, математической моделью развития экономической системы: генеральная компания – совместное предприятие является система дифференциальных уравнений вида

$$\begin{aligned}&\dot{P}_C(t) = a_1 P_C(t) + b_1\Delta(t) + c_1 L(t) + \eta_{11}(t)u_1 +\\&+\eta_{12}(t)u_2 + cI(t),\\&\dot{\Delta}(t) = a_2 P_C(t) + b_2\Delta(t) + c_2 L(t) + \eta_{21}(t)u_1 +\\&+\eta_{22}(t)u_2 + D(t) - I(t),\\&\dot{L}(t) = a_3 P_C(t) + b_3\Delta(t) + r_1 L(t) + D(t).\end{aligned} \tag{1}$$

Постановка задачи и определение оптимальных управляющих воздействий. Генеральная компания старается максимизировать свою прибыль, которая определяется функционалом $\pi(P_C, P_\Phi, L, \Delta, u_1, u_2) = \int_0^T Y(P_C, P_\Phi, L, \Delta, u_1, u_2, t)dt$. Учитывая, что $P_\Phi(t) = vP_C(t)$, получаем $\pi(P_C, L, \Delta, u_1, u_2) = \int_0^T Y(P_C, L, \Delta, u_1, u_2, t)dt$.

Для удобства рассуждений введем следующие обозначения: $u = colon(u_1, u_2)$, $x(t) = colon(P_C(t), \Delta(t), L(t))$, $A = (colon(a_1, a_2, a_3), colon\,(\beta_1, \beta_2, \beta_3), colon\,(b_1, b_2, r_1))$, $B(t) = (colon(\eta_{11}(t), \eta_{21}(t), 0), colon(\eta_{12}(t), \eta_{22}(t), 0))$, $f(t) = colon(cI(t), D(t) - I(t), D(t))$.

В новых обозначения система (1) запишется так:

$$\dot{x} = Ax + B(t)u + f(t). \tag{2}$$

Решение системы (2) определяется равенством:

$$x(t) = X(t)\alpha^0 + F_1(t)u + F_2(t), \tag{3}$$

в котором $X(t)$ – фундаментальная матрица системы $\dot{x} = Ax$, $F_1(t) = X(t)\int_0^t X^{-1}(\tau)B(\tau)d\tau$, $F_2(t) = X(t)\int_0^t X^{-1}(\tau)f(\tau)d\tau$, $x(0) = \alpha^0$.

Ставится задача: найти управление u, при котором решение $x(t)$ системы (2) в момент времени T принимает значение

$$x(T) = \beta, \tag{4}$$

а генеральная компания – максимальную прибыль, где $\beta = (\beta_1, \beta_2, \beta_3)$.

Пусть $rangF_1(T) = p$, $p \in \{1,2\}$. Предположим без потери общности, что минор порядка p, отличный от нуля, расположен в левом верхнем углу матрицы $F_1(T)$. Для определенности положим $p = 2$. Пусть $\beta = (\beta^1, \beta^2)$, β^1 – двумерный вектор, β^2 – одномерный вектор. Элементарными преобразованиями можно убедиться, что существуют матрицы P_i такие, что при $\beta^2 = P_1\beta^1 + P_2\alpha^0 + P_3F_2(T)$ система (3) разрешима, а матрица $F_1(T)$ преобразуется в матрицу $(\overline{F_{ij}}(T))_1^2$, в которой $\overline{F_{11}}(T) = F_{11}(T)$, $\overline{F_{12}}(T) = F_{12}(T)$, $F_{11}(T)$ – 2×2-матрица, $\det F_{11}(T) \neq 0$, $\overline{F}_{21}(T) = 0$, $\overline{F}_{22}(T) = 0$. Из равенства (3) имеем:

$$u^0 = F_{11}^{-1}(T)(\beta^1 - X_1(T)\alpha^0 - F_2^1(T)), \tag{5}$$

$X_1(T)$ – 2×3-матрица, расположенная на первых двух строках матрицы $X(T)$, а $F_2^1(T)$ состоит из первых двух элементов вектора $F_2(T)$.

Для решения поставленной задачи проведем замену переменных

$$y = x - X(t)\alpha^0 - F_1(t)u^0 - F_2(t),$$

$$v = u - u^0,$$

где u^0 определяется формулой (5). Система (1) сведется к системе

$$\dot{y} = Ay + B(t)v, \tag{6}$$

её решение находится в виде:

$$y = X(t)c + F_1(t)v. \tag{7}$$

Функционал $\pi(x,u)$ после замены переменных примет вид: $\pi(x,u) = \int_0^T Y(y + X(t)\alpha^0 + \varphi(\alpha^0, \beta^1) + F_2(t), v + u^0, t)dt$.

Предположим, что в окрестности точки $(y,v) = (0,0)$ справедливо представление $Y(t, y + X(t)\alpha^0 + \varphi(\alpha^0, \beta^1) + F_2(t), v + u^0) = Y(t, \alpha^0, \beta^1) + Y_y'(t, \alpha^0, \beta^1)y + Y_v'(t, \alpha^0, \beta^1)v + K(t) + \sum_{i=2}^{k} Q_i(t, X(t)\alpha^0 + \varphi(\alpha^0, \beta^1), u^0, z) + o(|z|^k)$, где $Q_i(t, X(t)\alpha^0 + \varphi(\alpha^0, \beta^1), u^0, z)$ – форма порядка i относительно координат вектора $z = (y, v)$, $K(t)$ – слагаемое, не зависящее от y и v, $\lim_{z\to 0} o(|z|^k)/|z|^k = 0$, равномерно относительно $t \in [0, T]$. Тогда, учитывая, что решение системы (6) определяется равенством (7), получаем, что функционал примет вид: $\pi(x,u) = \pi(\alpha^0, \beta^1) + \pi^1(\alpha^0, \beta^1)c + \pi^2(\alpha_0, \beta^1)v + \overline{K} + \sum_{i=2}^{m} \overline{Q}_i(\alpha^0, \beta^1, \gamma) + o(|\gamma|^m)$, в котором $\pi(\alpha^0, \beta^1)$, $\pi^1(\alpha^0, \beta^1)$ и $\pi^2(\alpha^0, \beta^1)$ – известные величины, при любом $i \in \{2, ..., m\}$ $\overline{Q}_i(\alpha^0, \beta^1, \gamma)$ – форма порядка i

относительно координат вектора $\gamma = (c, v)$.

Пусть существует число $\mu \in \{2,...,m\}$ такое, что $\overline{Q}_\mu(\alpha^0, \beta^1, \gamma)$ не тождественный нуль, а при любом $i < \mu$ $\overline{Q}_\mu(\alpha^0, \beta^1, \gamma) \equiv 0$.

Таким образом, функционал $\pi(x,u)$ можно записать так: $\pi(x,u) = \pi(\alpha^0, \beta^1) + \pi^1(\alpha^0, \beta^1)c + \pi^2(\alpha_0, \beta^1)v + \overline{K} + \overline{Q}_\mu(\alpha^0, \beta^1, \gamma) + o(|\gamma|^\mu)$.

Справедлива следующая теорема.

Теорема 1. Необходимым условием существования экстремума (максимума) функционала $\pi(x,u)$ является существование векторов α^0, β^1 таких, чтобы выполнялись равенства $\pi^1(\alpha^0, \beta^1) = 0$ и $\pi^2(\alpha^0, \beta^1) = 0$.

Доказательство проводится методом от противного.

Теорема 2. Пусть векторы α^0, β^1 таковы, что $\pi^1(\alpha^0, \beta^1) = 0$ и $\pi^2(\alpha^0, \beta^1) = 0$. Тогда, если форма $\overline{Q}_\mu(\alpha^0, \beta^1, \gamma)$ определенно–отрицательная, то функционал, определяющий прибыль генеральной компании, будет принимать максимальное значение на решении $x(t) = X(t)\alpha^0 + F_1(t)u^0 + F_2(t)$ системы (1).

Доказательство проводится непосредст–венным определением знака разности $\pi(x,u) - \pi(\alpha^0, \beta^1)$ в достаточно малой окрестности точки α^0, β^1.

Таким образом, из равенств $\pi^1(\alpha^0, \beta^1) = 0$, $\pi^2(\alpha^0, \beta^1) = 0$ и (5) находятся значения векторов $P_C^0 = \alpha_1^0$, $\Delta^0 = \alpha_2^0$, $L^0 = \alpha_3^0$ и u_0.

Случай, когда $p = 1$, рассматривается аналогично.

Пример. Пусть в системе (1) x_1 - доля рынка, занятая совместными предприятиями, x_2 – ликвидные средства генеральной компании. Предположим, что изменение доли рынка совместных предприятий зависит лишь от доли рынка, занимаемой ими в момент времени t с коэффициентом 0,33. Изменение ликвидных средств пропорционально их значению с коэффициентом 0,5. Совместные предприятия несут расходы на управляющие воздействия, равные $0{,}1\,(t-3)u$. Таким образом, в системе (2) $A = (colon(0{,}33;0), colon(0;0{,}5))$, $B(t) = colon(0{,}1 \times (t-3);0)$. Исследуем эту модель за время $t \in [0,1]$.

Фундаментальная матрица системы $\dot{x} = Ax$ имеет вид:

$$X(t) = (colon\,(e^{0,33t}, 0), colon\,(0, e^{0,5t})).$$

Прибыль генеральной компании определится функционалом $\pi(x,u) = \int_0^1 (0{,}25x_2u + 0{,}2u - 0{,}5x_1^2 - 0{,}04x_2^2 - 0{,}4u^2)dt$.

Непосредственным вычислением устанавливается, что матрица $F_1(t)$ определяется равенством $F_1(t) = (colon(-0{,}3t;0))$. Тогда $rang F_1(2) = 1$.

В данном случае $u^0 = (colon(-3{,}33;0)) \times (colon(\beta^1, \beta^2) - colon(e^{0,33}\alpha_1^0, e^{0,5}\alpha_2^0))$.

Проведя замену переменных $v = u - u^0$, $y = x - X(t)\alpha^0 - F_1(t)u^0$, получим следующее представление функционала: $\pi(x,u) = \pi(\alpha^0, \beta) + \pi^1(\alpha^0, \beta)c + \pi^2(\alpha^0, \beta)v + \overline{Q}_2(\alpha^0, \beta, \gamma)$, где $\overline{Q}_2 = \int_0^1 (0{,}25y_2v - y_1^2 - 0{,}08y_2^2 - 0{,}8v^2)dt$, при $\alpha^0 = (0{,}45;9{,}4)$, $u^0 = 3{,}3$, $\beta = (-0{,}4;15{,}45)$, $\pi^1(\alpha^0, \beta) = 0$, $\pi^2(\alpha^0, \beta) = 0$. Следовательно, выполнены условия теоремы 1.

При этом форма $\overline{Q}_2$ имеет вид: $\overline{Q}_2 = -1{,}41c_1^2 - 0{,}07c_2^2 - 0{,}83v^2 + 0{,}194c_1v + 0{,}194vc_1 + 0{,}16c_2v + 0{,}16vc_2$ и является определенно-отрицательной. Это значит, что в точке (α^0, u^0) функционал $\pi(x,u)$ имеет максимум, генеральная компания получит прибыль $\pi(\alpha^0, \beta) = 0{,}23$.

Если расход генеральной компании на управление составит $u^0 = 3{,}26$, то её прибыль уменьшится и будет равна $\pi(\alpha^0, \beta) = 0{,}2$.

Выводы. Построена и исследована математическая модель развития экономической системы: генеральная компания – совместное предприятие. Установлено, что прибыль генеральной компании существенно зависит от управления средствами. В частности, в примере определено: при расходах на управление (рекламу и исследование рынка), равных 3,3 условных единиц, прибыль составляет 0,23 условных единиц, при расходах на управление, равных 3,26 условных единиц, прибыль уменьшится приблизительно на 13 %.

1. *Рудашевский, В.Д., Фурщик М.А.* Оптимальная стратегия развития франчайзинговой системы // Экономика и математические методы.- 1998. -Т. 34. - Вып. 2. - С. 89 – 104.