

УДК 621.3.018.51

ПРИМЕНЕНИЕ СИМВОЛОВ С ЧАСТОТНОЙ МОДУЛЯЦИЕЙ ДЛЯ СОВМЕСТНОЙ ОЦЕНКИ ВРЕМЕННОГО И ЧАСТОТНОГО РАССОГЛАСОВАНИЯ ПРИ ПРИЕМЕ OFDM СИГНАЛОВ

А. В. Бакке, к.т.н., доцент кафедры ТОР РГРТУ; bakke.a.v@tor.rsreu.ru;

И. В. Лукашин, аспирант кафедры РУС РГРТУ; lukashin.iv@yandex.ru

Целью работы является разработка алгоритма синхронизации OFDM сигналов с использованием синхросимволов с частотной модуляцией. Предлагаемый алгоритм обеспечивает получение устойчивых оценок временного и частотного рассогласования в канале связи с многолучевым распространением и при его отсутствии благодаря применению синхросимволов с симметричным законом изменения частоты. Использование таких сигналов предоставляет возможность формирования функции правдоподобия, основанной на двух различных критериях оценки частотного и временного рассогласований OFDM сигналов. Эффект от совместного применения в функции правдоподобия различных критериев наиболее выражен для каналов связи с многолучевым распространением и проявляется в существенном уменьшении значений среднеквадратической ошибки оценки временного рассогласования по сравнению с использованием каждого из критериев в отдельности. Проведено исследование способов повышения устойчивости предложенного алгоритма синхронизации к многолучевому распространению, показано, что целевой выбор частоты девиации и внесение нелинейности в закон изменения частоты синхросимвола обеспечивает улучшение точности оценки временного рассогласования на 8 дБ и более при отношениях сигнал-шум до 2 дБ.

Ключевые слова: синхросимвол, OFDM, оценка временного рассогласования, оценка частотного рассогласования, ЛЧМ, многолучевое распространение, частота девиации, COST 259.

DOI: 10.21667/1995-4565-2016-56-2-17-23

Введение

В настоящее время мобильные системы передачи данных (СПД) с использованием технологии ортогонального частотного разделения (Orthogonal frequency division multiplexing, OFDM) становятся все более востребованными в области цифровых систем радиосвязи и телевидения благодаря высокой спектральной эффективности, устойчивости к многолучевому распространению и межсимвольной интерференции [1]. В условиях высокоскоростного движения и нестационарности параметров многолучевых каналов связи особое внимание необходимо уделять качественной работе подсистемы синхронизации. При приеме OFDM сигналов она должна обеспечивать обнаружение передаваемых символов, состоящее в оценке временного рассогласования, а также выполнять измерение и компенсацию доплеровского частотного смещения.

Направления исследований, связанные с решением задачи синхронизации при приеме OFDM сигналов, широко известны и достаточно глубоко изучены. К основной и наиболее эффективной группе методов синхронизации относятся алгоритмы, основанные на периодической

передаче специальных синхронизирующих последовательностей – синхросимволов [2-5]. Структура синхросимволов и способ их обработки составляют основное содержание алгоритмов этой группы, но практически неизменным является применение в них полифазных последовательностей, обладающих минимальным уровнем боковых лепестков периодической автокорреляционной функции и низким значением пик-фактора [6]. Обеспечивая высокое качество работы в условиях сложной помеховой обстановки и низкого отношения сигнал-шум, тем не менее, полифазные последовательности проявляют чувствительность к частотным рассогласованиям, а также существенно снижают свою эффективность в условиях многолучевого распространения.

Одним из направлений развития методов синхронизации, призванным отчасти решить указанные проблемы, является применение в синхросимволах сигналов с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ). Сигналы с ЛЧМ обладают высокой разрешающей способностью и способны работать в условиях низких отношений сигнал-шум, а также низкой чувствительностью к

доплеровскому сдвигу частоты при согласованной обработке. Эти свойства обуславливают возросший интерес к применению ЛЧМ сигналов в алгоритмах синхронизации. Примером этому служат работы [7-9], где рассматриваются вопросы повышения качества функционирования алгоритмов синхронизации за счет применения ЛЧМ сигналов. В [9] также отмечается свойство лучшей устойчивости оценок временного и частотного рассогласований на основе ЛЧМ синхросимволов к многолучевому распространению по сравнению с аналогичными алгоритмами синхронизации, использующими полифазные последовательности [3-5].

В настоящей работе предлагается новый алгоритм синхронизации, позволяющий использовать синхросимволы с частотной модуляцией (ЧМ) для оценки временного и частотного рассогласований. Особенность алгоритма состоит в совместном применении двух различных способов обработки синхросимволов, что позволяет существенно улучшить точность оценок и повысить их устойчивость к многолучевому распространению.

Цель работы – разработка алгоритма совместной оценки временного и частотного рассогласований на основе сигналов с частотной модуляцией.

Модель сигнала

В общем случае OFDM сигнал с N поднесущими может быть записан в виде:

$$x(n) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=1}^N X(k) e^{j2\pi kn/N}, \quad -N_g \leq n \leq N-1, \quad (1)$$

где $X(k)$ – последовательность комплексных данных, передаваемых на k -й поднесущей, определяемая заданным видом квадратурной модуляции; N_g – количество отсчетов, приходящихся на циклический префикс (ЦП). После прохождения через канал связи (КС) с многолучевым распространением (МР) сигнал на входе приемного устройства может быть представлен в виде:

$$r(n) = e^{j2\pi \varepsilon n/N} \sum_{m=0}^{M-1} h(m) x(n - \alpha_m) + \omega(n), \quad (2)$$

где $h(m)$ – значения импульсной характеристики многолучевого канала связи с M лучами; α_m – задержка сигнала m -го луча; $\omega(n)$ – аддитивный белый гауссовский шум (АБГШ); $\varepsilon = \varepsilon_i + \varepsilon_f$ – нормированное к расстоянию между поднесущими значение частотного сдвига; $\varepsilon_i, \varepsilon_f$ – целая и дробная части частотного сдвига.

Алгоритмы временной и частотной синхронизации OFDM сигналов

В СПД с использованием технологии OFDM наиболее широкое распространение получил подход, предложенный в [2] (далее SC), обеспечивающий высокую производительность алгоритма синхронизации и приемлемые по точности оценки временного и частотного рассогласования. Алгоритм SC основан на периодической передаче синхросимвола вида $S=[A \ A]$, состоящего из двух идентичных последовательностей $A = \{a(k)\}_{k=0}^{N/2-1}$, где $a(k)$ – псевдослучайная полифазная последовательность и ЦП длиной N_g (рисунок 1).

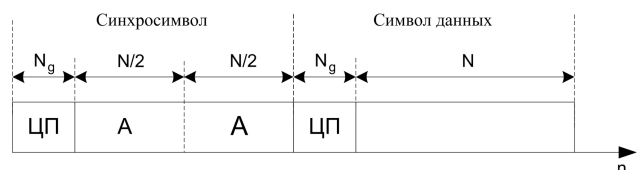


Рисунок 1 – Структура синхросимвола алгоритма SC

Идея подхода SC основана на выявлении в принимаемом сигнале корреляции между смежными блоками W_1 и W_2 длиной $N/2$ отсчетов (рисунок 1). Соответствующий критерий оценки временного рассогласования синхросимвола $\hat{\delta}$ может быть определен максимумом функции правдоподобия (ФП) $M_1(\delta)$ вида [2]:

$$\hat{\delta} = \arg \max_{\delta} (M_1(\delta)) = \arg \max_{\delta} \left(\frac{|P(\delta)|}{R(\delta)} \right)^2, \quad (3)$$

$$P(\delta) = \sum_{i=\delta}^{N/2-1+\delta} P(i) \cdot r^*(N/2+i), \quad (4)$$

$$R(\delta) = \frac{1}{2} \sum_{i=\delta}^{N/2-1+\delta} |r(N/2+i)|^2, \quad (5)$$

где $r^*(n)$ – комплексно-сопряженная функция $r(n)$.

Применяемая в алгоритме SC структура синхросимвола позволяет выполнить оценку дробной составляющей частотного рассогласования. В соответствии с [2], оценка $\hat{\varepsilon}_f$ может быть получена вычислением аргумента значения $P(\hat{\delta})$:

$$\hat{\varepsilon}_f = -\frac{1}{2\pi} \arctan \left\{ \frac{\text{Im}(P(\hat{\delta}))}{\text{Re}(P(\hat{\delta}))} \right\}. \quad (6)$$

Выражение (6) обеспечивает однозначное определение $\hat{\varepsilon}_f$ с точностью до половины расстояния между поднесущими $|\hat{\varepsilon}_f| < 0,5$.

Поскольку в составе синхросимвола имеется ЦП, то в соответствии с (3) в функции $M_1(\delta)$ наблюдается плоский участок длиной N_g , означающий неоднозначность определения $\hat{\delta}$ в пределах указанного интервала. Это приводит к существенному увеличению дисперсии оценок $\hat{\delta}$.

В работе [5] (далее Choi) предложено решение, устраняющее указанную выше проблему при использовании синхросимвола вида $\mathbf{S}=[\mathbf{A} \mathbf{D}^*]$, в котором в качестве $\mathbf{A}$ используется полифазная CAZAC последовательность [7], а блок $\mathbf{D}$ определяется комплексным сопряжением последовательности $\mathbf{A}$, представленной в обратном порядке: $\mathbf{D}=\{a(k)\}_{k=N/2-1}^0$. Согласно [5], критерий оценки временного рассогласования $\hat{\delta}$ может быть определен максимумом $M_2(\delta)$ вида

$$\hat{\delta} = \arg \max_{\delta} (M_2(\delta)) = \arg \max_{\delta} \left(\frac{|P(\delta)|}{R(\delta)} \right)^2, \quad (7)$$

$$P(\delta) = \sum_{i=\delta}^{N/2-1+\delta} r(N/2+i) \cdot r(N/2-i), \quad (8)$$

$$R(\delta) = \frac{1}{2} \sum_{i=\delta}^{N/2-1+\delta} |r(N/2+i)|^2. \quad (9)$$

Указанный способ формирования синхросимвола обеспечивает существенно меньшее значение дисперсии оценки $\hat{\delta}$ в канале связи с АБГШ по сравнению с методом SC, однако демонстрирует высокую чувствительность к условиям МР и не позволяет формировать согласно (6) оценки частотного рассогласования $\hat{\varepsilon}_f$, что приводит к ухудшению качества оценивания временного рассогласования $\hat{\delta}$ с ростом частотного рассогласования ε .

Использование синхросимволов с ЧМ для оценки временного и частотного рассогласования

В данной работе предлагается алгоритм синхронизации, который, как будет показано далее, обеспечивает получение устойчивых оценок временного и частотного рассогласований в канале связи с АБГШ и МР. Предлагаемый способ синхронизации является развитием идеи работ [2, 5, 8, 9] и состоит в применении преамбулы вида $\mathbf{S}=[\mathbf{A} \mathbf{D}^*]$, в которой в качестве $\mathbf{A}$ и $\mathbf{D}$ выступают дискретные представления сигнала с симметричным законом изменения частоты.

Согласно [10], симметричный закон изменения частоты может быть представлен в виде

$$\theta'(t) = \frac{2^m D}{T^{m+1}} |t|^m, \quad |t| \leq T/2, \quad (10)$$

где $D = 2\pi\Delta F T$, T – длительность сигнала, ΔF – девиация частоты в ЧМ сигнале, m – коэффициент нелинейности закона изменения частоты, значение $m=1$ соответствует ЛЧМ сигналу с симметричным законом изменения частоты. В соответствии с (10) сигнал с симметричным законом изменения частоты определяется как

$$a(t) = \exp(\theta(t)) = \begin{cases} \exp\left(-j \frac{2^m D}{T^{m+1}} \frac{t^{m+1}}{m+1}\right), & -T/2 \leq t \leq 0, \\ \exp\left(j \frac{2^m D}{T^{m+1}} \frac{t^{m+1}}{m+1}\right), & 0 \leq t \leq T/2. \end{cases} \quad (11)$$

Приведя (11) к дискретной форме, получается выражение для последовательности $\mathbf{A} = a(k)$, для которой $a(k)$ определяется следующим образом:

$$a(k) = \begin{cases} \exp\left(-j \frac{2^m D}{T^{m+1}} \frac{(kT_s)^{m+1}}{m+1}\right), & -N/4 \leq k < 0, \\ \exp\left(j \frac{2^m D}{T^{m+1}} \frac{(kT_s)^{m+1}}{m+1}\right), & 0 \leq k \leq N/4-1, \end{cases} \quad (12)$$

где T_s – период дискретизации.

Поскольку для сигналов с симметричным законом изменения частоты $\mathbf{A}=\mathbf{D}^*$, то для обработки синхросимвола вида $\mathbf{S}=[\mathbf{A} \mathbf{D}^*]$ появляется возможность совместного использования ФП $M_1(\delta)$ и $M_2(\delta)$ для оценки временного рассогласования, а также использование $M_1(\delta)$ для определения частотного рассогласования.

Предлагаемый алгоритм частотной и временной синхронизации для приема OFDM сигналов состоит в выполнении двух этапов.

Первый этап заключается в обнаружении синхросимвола и предварительной оценки временного рассогласования $\hat{\delta}$. Предлагаемое решение этой задачи основывается на совместном применении $M_1(\delta)$ и $M_2(\delta)$:

$$\hat{\delta} = \arg \max_{\delta} (M(\delta)) = \arg \max_{\delta} (M_1(\delta) \times M_2(\delta)). \quad (13)$$

На рисунке 2 приведен пример функции $M(\delta)$ для условий канала связи с АБГШ (отношение сигнал-шум $q=10$ дБ, $N=256$, $N_g=32$, $m=1$). На этом же рисунке для сравнения представлены функции $M_1(\delta)$ и $M_2(\delta)$.

Нетрудно заметить, что совместное использование $M_1(\delta)$ и $M_2(\delta)$ приводит к существенному уменьшению побочных выбросов ФП $M_2(\delta)$, являющихся причиной неверной оценки временного рассогласования в условиях многолучевого распространения.

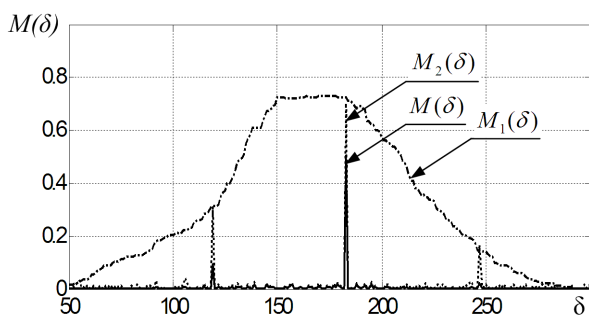


Рисунок 2 – Участок функций правдоподобия для КС с АБГШ ($q=10$ дБ, $N=256$, $N_g=32$)

Второй этап состоит в определении и компенсации дробной составляющей частотного рассогласования ε_f . Оценка ε_f получается на основании (6) с применением выражения (4). После получения оценки частотного рассогласования $\hat{\varepsilon}_f$ осуществляется ее компенсация в принятом сигнале.

Последующее уточнение временного рассогласования и оценка целочисленного частотного смещения ε_i , как правило, не зависят от вида синхросимволов и могут выполняться по известным алгоритмам [11, 12].

Экспериментальная часть

Для оценки эффективности предложенного алгоритма синхронизации в условиях многолучевого распространения осуществлено имитационное моделирование для OFDM сигналов с количеством поднесущих $N=256$, величиной циклического префикса $N_g=32$ отсчета и периодом дискретизации $T_s=0,1$ мкс. В качестве модели многолучевого распространения радиоволн выбрана модель COST 259 [13] для условий городской застройки (Typical Urban). В качестве критериев оценки частотного и временного рассогласования исследуются ФП (3), (7) и (13).

На рисунке 3 представлены результаты имитационного моделирования первого этапа алгоритма синхронизации: зависимость среднеквадратической ошибки (СКО) получаемых оценок временного рассогласования σ_{δ} от отношения сигнал-шум q для критериев (3) – SC, (7) – Choi и предлагаемого алгоритма (PR) с использованием ФП (14). Максимальное значение частоты девиации используемого ЧМ сигнала, используемого в предлагаемом алгоритме, составляет $\Delta F_{\max}=5$ МГц, коэффициент закона изменения частоты $m=1$.

Полученные зависимости показывают, что метод оценки временного рассогласования Choi обеспечивает лучшие результаты по сравнению с

PR в КС с АБГШ при $q>0,5$ дБ. В КС с МР предложенный метод обеспечивает сравнимые значения σ_{δ} с SC при $q<2$ дБ, при больших значениях q обеспечивает лучшие характеристики по сравнению с SC и Choi.

Как следует из полученных результатов, применение предложенного алгоритма синхронизации с использованием относительно короткого ($N=256$) синхросимвола и функции правдоподобия (14) позволяет весьма успешно решать задачу оценки временного и частотного рассогласования как для каналов связи только с АБГШ, так и с многолучевым распространением. Эффект от совместного использования ФП $M_1(\delta)$ и $M_2(\delta)$ проявляется в существенно меньших значениях СКО оценок временного рассогласования по сравнению с алгоритмами Choi и SC для канала связи с МР.

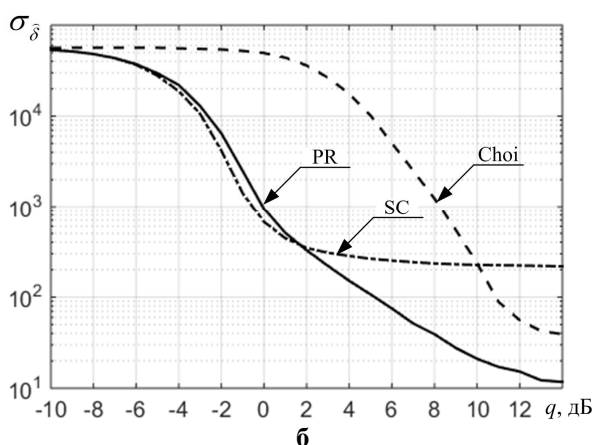
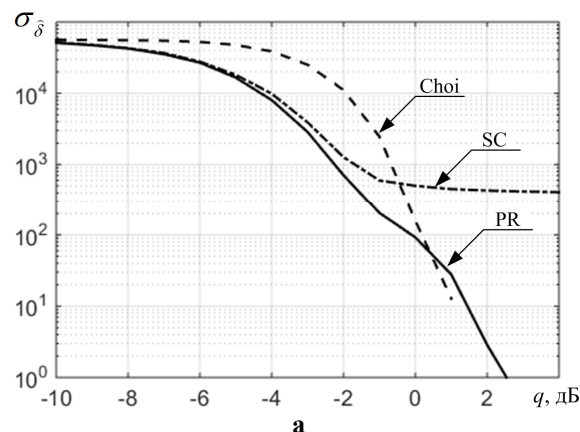


Рисунок 3 – Зависимость σ_{δ} от q для рассматриваемых методов оценки временного рассогласования в КС с АБГШ (а), в КС с МР (б)

Из [2, 3] известно, что повышение устойчивости алгоритмов синхронизации к МР достигается путем увеличения ширины главного лепестка ФП. При неизменной структуре синхросимвола, используемого в предложенном алгоритме, увеличение ширины главного лепестка ФП воз-

можно лишь при изменении параметров используемого частотно-модулированного сигнала. С учетом неизменной длительности синхросимвола такими параметрами является частота девиации ΔF и коэффициент нелинейности закона изменения частоты m . На рисунке 4 показано влияние коэффициента нелинейности закона изменения частоты m на вид автокорреляционной функции $R_s(i) = \sum_{k=0}^{N/2-1} a(k) \cdot a^*(k-i)$ ЧМ сигнала

(12) при $N=256$, $T_s=0,1$ мкс. Из полученных зависимостей видно, что внесение в ЧМ сигнал нелинейного изменения частоты путем увеличения коэффициента m позволяет обеспечить расширение главного лепестка ФП с одновременным ростом уровня боковых лепестков автокорреляционной функции.

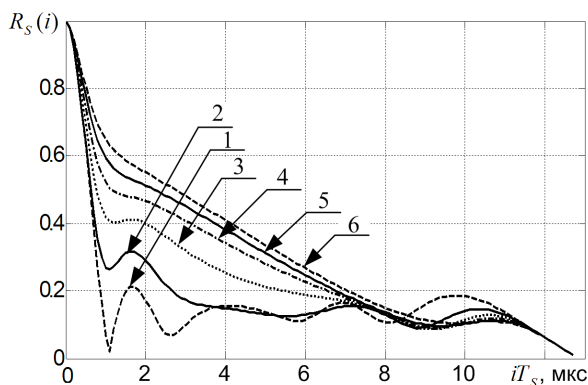
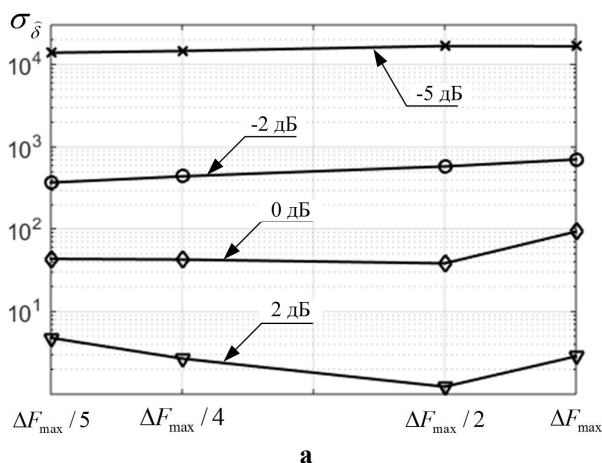


Рисунок 4 – Автокорреляционная функция ЧМ сигнала при различных значениях коэффициента m ($N=256$, $T_s=0,1$ мкс)

На рисунке 5 приведены зависимости, отражающие влияние частоты девиации ΔF на величину оценки временного рассогласования предлагаемого алгоритма синхронизации для различных значений q . Значения частоты девиации выбраны в диапазоне $[\Delta F_{\max}/5, \Delta F_{\max}]$.



а

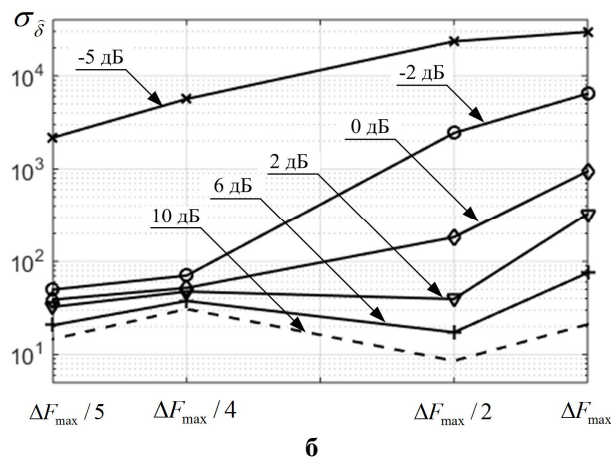
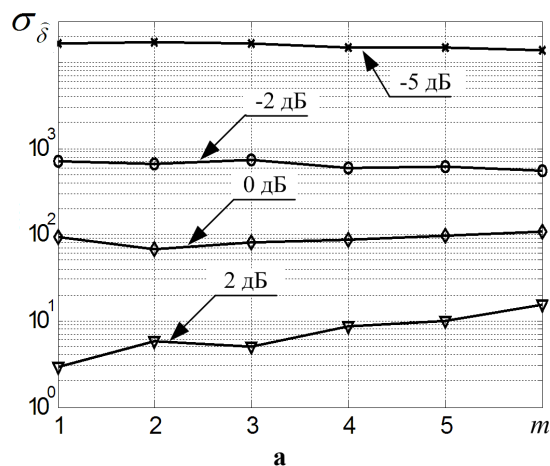
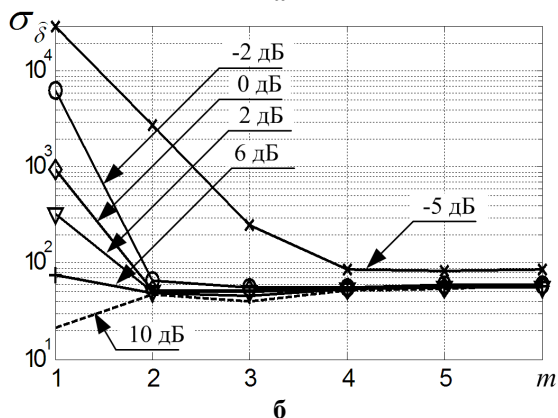


Рисунок 5 – Влияние частоты девиации ΔF на σ_{δ} для КС с АБГШ (а), КС с МР (б) при различном отношении сигнал-шум

На рисунке 6 представлены аналогичные зависимости для оценки влияния коэффициента нелинейности закона изменения частоты m .



а



б

Рисунок 6 – Влияние коэффициента m на σ_{δ} для КС с АБГШ (а), КС с МР (б) при различном отношении сигнал-шум

Из полученных зависимостей для канала связи с АБГШ видно, что уменьшение частоты девиации ΔF и увеличение коэффициента m не приводит к значительному ухудшению качества оценки временного рассогласования. При

увеличении коэффициента m для $q > 0$ дБ наблюдается незначительное увеличение σ_{δ} . В условиях многолучевого распространения (рисунки 5, б) уменьшение частоты девиации позволяет повысить точность оценки временного рассогласования при $q < 6$ дБ. К примеру, при $q = 2$ дБ изменение частоты девиации с $\Delta F_{\max}$ до $\Delta F_{\max}/2$ приводит к уменьшению σ_{δ} на 10 дБ. Весьма эффективным для условий многолучевого распространения оказалось использование синхросимволов с нелинейной ЧМ. Показано, что с увеличением коэффициента нелинейности до $m = 2$ (рисунки 6, б) достигается уменьшение σ_{δ} более чем на 8 дБ в области низких значений ОСШ ($q < 2$ дБ), что указывает на целесообразность применения синхросимволов с нелинейной частотной модуляцией в условиях многолучевого распространения.

Заключение

В данной работе предложен алгоритм синхронизации, основанный на использовании в структуре синхросимвола сигналов с симметричным законом изменения частоты. Из полученных результатов следует, что предложенный алгоритм синхронизации, основанный на совместном использовании функций правдоподобия алгоритмов SC и Choi, позволяет весьма успешно решать задачу оценки частотного и временного рассогласований. Эффект от совместного использования критериев оценки (3) и (7) наиболее выражен для каналов связи с многолучевым распространением и проявляется в существенном уменьшении среднеквадратической ошибки оценок временного рассогласования по сравнению с каждым критерием в отдельности. Также рассмотрены способы повышения устойчивости предложенного алгоритма к многолучевому распространению, основанные на анализе параметров синхросимволов с частотной модуляцией, таких как частота девиации и коэффициент нелинейности закона изменения частоты. Показано, что изменение этих параметров позволяет значительно улучшить точность оценок временного рассогласования в определенных интерва-

лах значений отношения сигнал-шум.

Работа выполнена в рамках гранта Российского научного фонда, проект № 14-19-01263.

Библиографический список

1. Pollet T., Van Bladel M., Moeneclaey M. Ber sensitivity of OFDM systems to carrier frequency offset and Wiener phase noise // IEEE Trans. Commun. 1995, vol. 43, pp. 191–193.
2. Schmidl T. M., Cox D. C. Robust Frequency and Timing Synchronization for OFDM // IEEE Trans. Communications. 1997, vol. 45, no. 12, pp. 1613–1621.
3. Minn H., Bhargava V.K., Ben Letaief K. A Robust Timing and Frequency Synchronization for OFDM Systems // IEEE Transactions on Wireless communications. 2003, vol. 2, no. 4, pp. 822–838.
4. Park B., Cheon H., Kang C.G., Hong D.S. A Novel Timing Estimation Method for OFDM systems // IEEE Commun. Lett. 2003, vol. 7, pp. 239 – 241.
5. Choi S. D., Choi J. M., Lee J. H. An initial timing offset estimation method for OFDM systems in Rayleigh fading channel // IEEE 64th Vehicular Technology Conference. 2006, pp. 1–5.
6. Frank R.L., Zadoff S. A. Phase shift pulse codes with good periodic correlation properties // IRE Trans. Inform. Theory. 1962, vol. 8, no. 6, pp. 381–382.
7. Boumard S., Mammel A. Time Domain Synchronization using Newman Chirp Training Sequences in AWGN Channels // IEEE International Conference on Communications. 2005, vol. 8, pp. 1147 – 1151.
8. Hazy L., El-Tanany M. Synchronization of OFDM systems over frequency selective fading channels // Proc. VTC'97. 1997, vol. 3, pp. 2094–2098.
9. S. Go, J. Chong. Robust timing offset estimation using sub-autocorrelation functions for uni- and bi-directional chirp signals // Wireless Personal Communications. 2015, vol. 82, no.1, pp. 423–433.
10. Варакин Л.Е. Теория сложных сигналов. – М.: Советское радио, 1970. – 376 с.
11. Бумагин А.В., Калашников К.С., Прудников А.А., Стешенко В.Б. Синтез алгоритмов частотной и временной синхронизации для приема OFDM-сигналов в стандарте DVB-T // Цифровая обработка сигналов. 2009. № 4. С. 42–47.
12. Бакке А.В. Алгоритм частотной и временной синхронизации для приема OFDM сигналов по многолучевым каналам связи // Цифровая обработка сигналов. 2015. № 4. С. 3–8.
13. ETSI TR 125 943. Universal Mobile Telecommunications System (UMTS). Version 7.0.0. Release 7. 2007.

UDC 621.3.018.51

USE OF SYMBOLS WITH FREQUENCY MODULATION FOR JOINT ESTIMATION OF TIME AND FREQUENCY OFFSET DURING OFDM SIGNALS RECEPTION

A. V. Bakke, PhD (technical sciences), associate professor of the department of Telecommunication and Radio Engineering foundations, RSREU, bakke.a.v@tor.rsreu.ru

I. V. Lukashin, Post graduate student of the department of Radio control and Communication, RSREU, lukashin.iv@yandex.ru

The work purpose is development of a synchronization algorithm of OFDM signals using preamble with frequency modulation. The proposed algorithm provides robust estimates of time and frequency shift through the use of preamble with symmetrical frequency law in the multipath channel and without it. Using these signals provides the possibility of forming a likelihood function based on two different criteria for the estimation of time and frequency offset of OFDM signals. The effect of joint use in the likelihood function of different criteria is most pronounced for multipath channels. The effect is shown in a decrease in the values of the mean square error of time shift estimation compared to using each criterion separately. Research of ways to improve robustness of the proposed algorithm in multipath is made. It is shown that the target selection frequency deviation and the introduction of non-linearity in the frequency law of preamble provides improved time shift estimation accuracy to 8 dB or more at a signal-to-noise ratio of up to 2 dB.

Key words: preamble, OFDM, estimation of time offset, estimation of frequency offset, lfm (chirp), multipath, frequency deviation, COST 259.

DOI: 10.21667/1995-4565-2016-56-2-17-23

References

1. Pollet T., Van Bladel M., Moeneclaey M. Ber sensitivity of OFDM systems to carrier frequency offset and Wiener phase noise. IEEE Trans. Commun. 1995, vol. 43, pp. 191–193.
2. Schmidl T. M., Cox D. C. Robust Frequency and Timing Synchronization for OFDM. IEEE Trans. Communications. 1997, vol. 45, no 12, pp. 1613–1621.
3. Minn H., Bhargava V. K., Ben Letaief K. A Robust Timing and Frequency Synchronization for OFDM Systems. IEEE Transactions on Wireless communications. 2003, vol. 2, no. 4, pp. 822–838.
4. Park B., Cheon H., Kang C. G., Hong D. S. A Novel Timing Estimation Method for OFDM systems. IEEE Commun. Lett. 2003, vol. 7, pp. 239 – 241.
5. Choi S. D., Choi J. M., Lee J. H. An initial timing offset estimation method for OFDM systems in Rayleigh fading channel. IEEE 64th Vehicular Technology Conference. 2006, pp. 1–5.
6. Frank R. L., Zadoff S. A. Phase shift pulse codes with good periodic correlation properties. IRE Trans. Inform. Theory. 1962, vol. 8, no. 6, pp. 381–382.
7. Boumard S., Mammel A. Time Domain Synchronization using Newman Chirp Training Sequences in AWGN Channels. IEEE International Conference on Communications. 2005, vol. 8, pp. 1147 – 1151.
8. Hazy L., El-Tanany M. Synchronization of OFDM systems over frequency selective fading channels. Proc. VTC'97. 1997, vol. 3, pp. 2094–2098.
9. J. Chong, S. Go. Robust timing offset estimation using sub-autocorrelation functions for uni- and bi-directional chirp signals. Wireless Personal Communications. 2015, vol. 82, no.1, pp. 423–433.
10. Varakin L. E. *Teoriya slozhnykh signalov* (The theory of complex signals). Moscow: Sovetskoe radio, 1970, 376 p. (in Russian).
11. Bumagin A. V., Kalashnikov K. S., Prudnikov A. A., Steshenko V. B. Sintez algoritmov chastotnoj i vremennoj sinhronizacii dlja priema OFDM-signalov v standarte DVB-T. *Cifrovaja obrabotka signalov*. 2009, no. 4, pp. 42–47 (in Russian).
12. Bakke A. V. Algoritmy chastotnoj i vremennoj sinhronizacii dlja priema OFDM signalov po mnogoluchevym kanalnym svyazi. *Cifrovaja obrabotka signalov*. 2015, no. 4, pp. 3–8 (in Russian).
13. ETSI TR 125 943. Universal Mobile Telecommunications System (UMTS). Version 7.0.0. Release 7. 2007.