

УДК 621.391

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАДИОМЕТРА И ВОЗМОЖНОСТЬ СВЕРХРАЗРЕШЕНИЯ

**В. К. Ключко**, заведующий кафедрой ЭиММ РГРТУ, д.т.н.; klochkovk@mail.ru

**О. Н. Макарова**, инженер кафедры РТС РГРТУ; a-o-n@mail.ru

*Рассматривается структурная схема обработки сигнала в радиометре. Антенна радиометра осуществляет пространственно-угловое сканирование контролируемого участка местности в телевизионном режиме со смещением диаграммы направленности антенны на размер элемента дискретизации. Принимаемый антенной в заданном диапазоне частот сигнал проходит тракт первичной обработки, включающий высокочастотный усилитель, квадратичный детектор, фильтр низких частот и аналого-цифровой преобразователь. В результате сканирования формируется кадр обзора в виде матрицы радиометрического изображения. Однако разрешающая способность изображения ограничена шириной диаграммы направленности. **Целью работы** является аналитическое исследование потенциальной возможности получения сверхразрешения по угловым координатам в радиометре и факторов, влияющих на разрешающую способность. Для этого разрабатывается математическая модель тракта первичной обработки при формировании матрицы радиометрического изображения. На основе полученной модели устанавливается связь между точностью восстановления изображения и разрешающей способностью. Дается оценка потенциальной точности восстановления и сверхразрешения на основе матрицы Фишера. Показывается зависимость разрешающей способности от радиометрического контраста изображения. Указывается путь повышения сверхразрешения на основе многоканальной обработки.*

**Ключевые слова:** радиометр, радиометрическое изображение, сверхразрешение, восстановление изображений, разрешающая способность, контраст, математическая модель.

**DOI:** 10.21667/1995-4565-2016-56-2-24-30

### Введение

Радиометр является удобным средством дистанционного зондирования Земли, радиофизических измерений в атмосфере, радиоастрономических исследований [1]. Полезен также радиометр при наблюдении объектов в условиях, неблагоприятных для оптических систем. Радиометр можно отнести к системам пассивной радиолокации [2] и радиовидения [3]. Однако по своей сути он представляет собой радиотехническую систему, антенна которой принимает электромагнитные волны, а тракт первичной обработки извлекает из них информацию об объектах. При сканировании антенной в зоне обзора формируется матрица радиометрического изображения (РИ). Разрешающая способность РИ, определяемая шириной диаграммы направленности антенны (ДНА), недостаточна для распознавания удаленных объектов. Поэтому актуальна разработка алгоритмов повышения разрешающей способности РИ. Для синтеза таких алгоритмов не менее актуально знание математической модели формирования РИ, позволяющей аналитически исследовать потенциальную воз-

можность сверхразрешения и факторов, на нее влияющих, в радиометре.

**Цель работы** – аналитическое исследование потенциальной возможности получения сверхразрешения по угловым координатам в радиометре на основе разработки математической модели тракта первичной обработки при формировании матрицы РИ.

**Структурная схема обработки сигнала.** На рисунке 1 представлена укрупненная структурная схема одного измерительного канала пассивного микроволнового радиометра. Источником электромагнитных волн являются объекты наблюдения и подстилающая поверхность. Прием сигналов осуществляется в миллиметровом диапазоне длин радиоволн.

Антенна радиометра осуществляет пространственно-угловое сканирование контролируемого участка местности в телевизионном режиме со смещением диаграммы направленности антенны (ДНА) на размер элемента дискретизации. Ширина ДНА составляет  $1^0 - 3^0$ . В результате сканирования формируется кадр обзора.

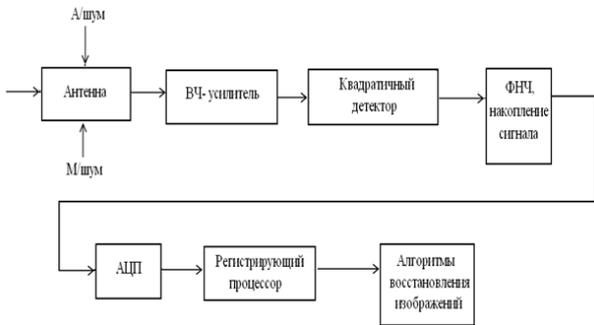


Рисунок 1 – Структурная схема радиометра

Высокочастотный усилитель (ВЧ-усилитель) усиливает принятый антенной сигнал в определенной полосе частот. В тракт первичной обработки вместе с полезным сигналом попадают аддитивный и мультипликативный шумы атмосферы и усилителя. Квадратичный детектор осуществляет квадратичное преобразование флуктуирующих составляющих сигнала. Фильтр низких частот (ФНЧ) производит накопление и усреднение сигнала на промежутке длительностью  $T = 0,1 \text{ с} - 1 \text{ с}$ , при этом подавляются высокочастотные составляющие, прошедшие детектирование. После ФНЧ данные поступают на аналого-цифровой преобразователь (АЦП) и алгоритмы восстановления изображений. При наличии двух и более пространственно-измерительных каналов для независимых антенн тракты первичной обработки строятся параллельно аналогично схеме рисунка 1.

**Математическая модель наблюдений**

Радиометр в момент времени  $t$  принимает радиосигналы от объектов на местности в пассивном режиме. Объекты излучают поле  $\{u(\theta, \varphi, \omega, t)\}$  в определенном диапазоне круговых частот  $\omega$ . Элементы поля  $u(\theta, \varphi, \omega, t)$  имеют смысл интенсивности излучения в угловом направлении  $\theta, \varphi$  в системе координат наблюдателя ( $\theta$  – по углу места и  $\varphi$  – по азимуту) в виде электромагнитных колебаний:

$$u(t, \theta, \varphi, \omega) = U(t, \theta, \varphi) \sin(\omega t + \psi),$$

где  $U(t, \theta, \varphi)$  – случайная амплитуда, зависящая от угловых координат  $\theta, \varphi$  и флуктуирующая во времени  $t$  со средним значением  $\bar{U}(\theta, \varphi)$ ;  $\psi$  – случайная фаза, равномерно распределенная на  $[0, 2\pi]$ .

При фиксированном угловом положении антенна радиометра в момент времени  $t$  аккумулирует действие поля  $\{u(t, \theta, \varphi, \omega)\}$  в угломерной области  $G_{\theta, \varphi}$  в заданном диапазоне частот  $\Omega = [\omega_1, \omega_2]$  и формирует сигнал  $s(t)$ . После прохождения ВЧ-усилителя этот сигнал можно

представить интегральной моделью вида:

$$s(t) = \iint_{G_{\theta, \varphi}} \int_{\Omega} g(\theta, \varphi) u(t, \theta, \varphi, \omega) d\theta d\varphi + \xi(t), \quad (1)$$

где интегрирование ведется по ширине ДНА в угломерной области  $G_{\theta, \varphi}$  и на промежутке  $\Omega = [\omega_1, \omega_2]$  по частоте  $\omega$ ;  $g(\theta, \varphi)$  – нормированная ДНА;  $\xi(t)$  – белый шум аппаратуры с нулевым средним и дисперсией  $\sigma_{\xi}^2$ .

Интегральную часть модели (1) представим суммарной в  $i$ -х,  $j$ -х дискретных значениях угла места  $\theta_i$  и азимута  $\varphi_j$ , а частоту  $\omega_k$  заменим ее номером  $k$ :

$$s_1(t) = \mu_1 \sum_{i=-m}^m \sum_{j=-n}^n g(i, j) \sum_k u(t, i, j, k) + \xi(t),$$

где  $2m+1$  и  $2n+1$  – ширина ДНА в количестве шагов дискретизации  $\Delta_{\theta}$  и  $\Delta_{\varphi}$  по  $\theta$  и  $\varphi$ ;  $\mu_1$  – коэффициент, учитывающий переход от интегральной модели к суммарной. Значения  $i = 0, j = 0$  соответствуют положению биссектрисы ДНА.  $g(i, j) = g(\theta_i, \varphi_j)$ ;  $u(t, i, j, k) = U(t, \theta_i, \varphi_j, \omega_k) \sin(\omega_k t + \psi)$ .

Далее сигнал  $s_1(t)$  подается на вход квадратичного детектора, на выходе которого – квадратичная функция  $s_2^2(t)$  входного сигнала, взятая с коэффициентом  $\mu_2 = 1/\mu_1^2$ :

$$s_2(t) = \mu_2 s_1^2(t) = \left( \sum_{i=-m}^m \sum_{j=-n}^n g(i, j) \sum_k u(t, i, j, k) \right)^2 + \xi^2(t) + 2\xi(t) \sum_{i=-m}^m \sum_{j=-n}^n g(i, j) \sum_k u(t, i, j, k). \quad (2)$$

Квадрат тройной суммы в (2) раскладывается на составляющие:

$$\sum_{i=-m}^m \sum_{j=-n}^n g^2(i, j) \sum_k u^2(t, i, j, k) + \sum_{i_1, j_1, i_2, j_2, k_1, k_2} g(i_1, j_1) g(i_2, j_2) u(t, i_1, j_1, k_1) u(t, i_2, j_2, k_2),$$

причем 6-кратная сумма берется по всем несовпадающим  $i_1, i_2, j_1, j_2, k_1, k_2$ ;

$$u^2(t, i, j, k) = U^2(t, i, j) \sin^2(\omega_k t + \psi).$$

В ФНЧ осуществляется накопление сигнала  $s_2(t)$  на промежутке времени  $[t, t+T]$  и усреднение его флуктуирующих составляющих, что дает сигнал  $\bar{s}_2(t)$ . При усреднении произведения некоррелированных центрированных случайных величин  $\xi(t)$  дают практически нулевые средние. Усреднение квадрата синуса по равномерному распределению  $\psi \in [0, 2\pi]$  дает  $1/2$ , усреднение  $\xi^2(t)$  дает  $\bar{\xi}^2(t) = \sigma_{\xi}^2$ . Усреднение остальных произведений при несовпадающих

значениях  $i, j, k$  дает случайную величину  $w(t) = \bar{w}(t) + p(t)$ , где  $\bar{w}(t)$  – среднее значение,  $p(t) \sim N(0, \sigma_p^2)$ .

В результате при вычитании из  $\bar{s}_2(t)$  величин  $\sigma_\xi^2$  и  $\bar{w}(t)$  действует следующая модель на момент  $t$ :

$$s_3(t) = \bar{s}_2(t) - \sigma_\xi^2(t) - \bar{w}(t) = \mu_3 \int_t^{t+T} h(\tau) \times \quad (3)$$

$$\times \sum_{i=-m}^m \sum_{j=-n}^n g^2(i, j) \bar{U}^2(\tau, i, j) d\tau + p(t),$$

где  $\mu_3 = \mu_2/2$ ;  $h(\tau) = 1/T$ ,  $\tau \in [t, t+T]$  – весовая функция ФНЧ;  $\bar{U}^2(\tau, i, j)$  – усредненный по частоте квадрат амплитуды.

Сканирование антенной зоны обзора осуществляется построчно в телевизионном режиме. При фиксированном  $i$ -м положении угла места  $\theta_i$  происходит непрерывное движение вдоль строки с угловой скоростью  $v_\varphi$ . При этом непрерывно меняется азимут  $\varphi$  линии визирования антенны (биссектрисы ее центра). На выходе АЦП с частотой дискретизации возникает последовательность измерений  $s_3(t_j) = s_3(\theta_i, \varphi_j) = s_3(i, j)$ , где  $\varphi_j = v_\varphi \cdot t_j$  – линейная функция дискретного времени  $t_j, j = \overline{1, N}$ ,  $N$  – длина строки в количестве элементов дискретизации. Считывание значений сигнала осуществляется с шагом  $\Delta t$  по времени ( $\Delta t \ll T$ ) и соответственно с шагом  $\Delta\varphi = v_\varphi \cdot \Delta t$  по азимуту. С учетом введения в рассмотрение  $i$ -го положения угла места  $\theta_i$  модель (3) для  $j$ -го отсчета по строке запишется:

$$s_3(i, j) = \mu_3 \int_{t_j}^{t_j+T} h(\tau) \sum_{i_1=-m}^m \sum_{j_1=-n}^n g^2(i_1, j_1) \times \quad (4)$$

$$\times \bar{U}^2(\tau, \theta_{i+i_1}, \varphi_{j+j_1}) d\tau + p(i, j),$$

где  $\varphi_{j+j_1} = v_\varphi \tau + \Delta_\varphi j_1$ ; суммирование по  $i_1$  и  $j_1$  ведется относительно  $i, j$ .

Интеграл по  $\tau$  в (4) заменим суммой:

$$s_4(i, j) = \mu_4 \sum_{k=j}^{j+L} h(k) \sum_{i_1=-m}^m \sum_{j_1=-n}^n g^2(i_1, j_1) \times \quad (5)$$

$$\times \bar{U}^2(i+i_1, j+j_1) + p(i, j),$$

где коэффициент  $\mu_4$  учитывает  $\mu_3$  и переход к сумме;  $L$  – количество элементов дискретизации азимута  $\varphi_j$ , отсчитываемых за время фильтрации  $T$ .

Преобразование (5) можно представить в виде двухэтапной процедуры:

$$s_4(i, j) = \mu_4 \sum_{k=j}^{j+L} h(k) z(i, k) + p(i, j), \quad (6)$$

$$z(i, k) = \sum_{i_1=-m}^m \sum_{j_1=-n}^n g^2(i_1, j_1) \bar{U}^2(i+i_1, k+j_1).$$

При малом значении  $T$  искажающим действием ФНЧ можно пренебречь, тогда модель (6) при  $L=0, k=j$  принимает более простой вид:

$$s_4(i, j) = \mu_4 \sum_{i_1=-m}^m \sum_{j_1=-n}^n g^2(i_1, j_1) \times \quad (7)$$

$$\times \bar{U}^2(i+i_1, j+j_1) + p(i, j).$$

В общем виде модель измерений (7) можно представить как:

$$y(i, j) = \sum_{i_1=-m}^m \sum_{j_1=-n}^n \alpha(i_1, j_1) x(i+i_1, j+j_1) + p(i, j), \quad (8)$$

где  $y(i, j) = s_4(i, j)$  – результат наблюдения;  $\alpha(i, j) = \mu_4 g^2(i, j)$  – аппаратная функция (АФ), учитывающая действие ДНА и тракта первичной обработки на входной сигнал;  $x(i, j) = \bar{U}^2(i, j)$  – искомые величины, характеризующие среднюю мощность излучения в  $i$ -м,  $j$ -м направлении.

При наличии нескольких независимых  $q$ -х измерительных каналов (общим числом  $Q$ ), работающих в одном и том же частотном диапазоне, но отличающихся АФ  $\alpha_q(i, j)$ , модель (8) записывается для  $q = \overline{1, Q}$  в виде:

$$y_q(i, j) = \sum_{i_1=-m}^m \sum_{j_1=-n}^n \alpha_q(i_1, j_1) x(i+i_1, j+j_1) + p_q(i, j). \quad (9)$$

Изменение угла места  $\theta$  осуществляется механическим переходом от одной  $i$ -й строки к другой. При этом  $\theta$  меняется дискретно:  $\theta_i, i = \overline{1, M}$ , с шагом  $\Delta\theta$ ,  $\Delta\theta \geq \Delta\varphi$ , где  $M$  – число строк. По результатам сканирования формируется  $M \times N$ -матрица наблюдений  $Y = \{y(i, j)\}$ ,  $i = \overline{1, M}$ ,  $j = \overline{1, N}$ . Элементы  $y(i, j)$  запоминаются в регистрирующем процессоре. Далее матрица  $Y$  или совокупность матриц  $Y_q, q = \overline{1, Q}$ , поступает на алгоритмы восстановления изображений.

**Задача восстановления изображений** для моделей (8), (9) заключается в нахождении оценок  $\hat{X} = \{\hat{x}(i, j)\}$  ненаблюдаемого поля  $X = \{x(i, j)\}$ ,  $i = \overline{1, M}$ ,  $j = \overline{1, N}$ , по совокупности наблюдений  $Y = \{y(i, j)\}$  или  $Y_q = \{y_q(i, j)\}$ .

Такая задача относится к классу некорректных задач и обычно решается методами восстановления двумерных изображений с использованием процедур регуляризации, повышающих устойчивость решения [4 – 6]. Причем решение такой задачи чувствительно к ошибкам задания АФ  $\alpha(i, j)$ .

Для последующего анализа удобно модель измерений (8) или (9) представить в векторно-матричной форме [5]:

$$\bar{y} = B \cdot \bar{x} + \bar{p}, \quad (10)$$

где  $\bar{y}$  – вектор-столбец наблюдений, полученный последовательным считыванием строк матрицы  $Y$  или матриц  $Y_q$ ;  $\bar{x}$  –  $MN$ -вектор искомого изображения;  $\bar{p}$  – вектор-столбец помех;  $B = \{b(i, j)\}$  – матрица значений АФ, элементы которой  $b(i, j)$  получаются из  $\alpha(i, j)$  по определенному правилу [5] в соответствии с (8) или (9). Для многоканальной модели (9) увеличивается размерность векторов  $\bar{y}$ ,  $\bar{p}$  и число строк матрицы  $A$  при неизменном  $MN$ -векторе  $\bar{x}$ .

**Потенциальная возможность сверхразрешения в радиометре.** Под сверхразрешением радиометра понимается возможность получения углового разрешения меньше ширины ДНА. Общий подход к оценке потенциальной разрешающей способности РЛС известен в литературе [7]. Рассмотрим частный случай [8] разрешения двух близко расположенных точечных объектов и установим связь разрешающей способности с точностью восстановления изображения.

Разрешение будем понимать в смысле Рэлея как минимальное угловое расстояние между объектами  $d_{\min}$ , при котором они различаются (не сливаются) на изображении. В качестве критерия различения зададим минимально допустимое значение среднеквадратического отклонения (СКО) ошибки оценок координат объектов. Проведем анализ потенциальной точности оценивания координат двух близко расположенных точечных объектов при совместном оценивании координат и амплитуд.

Рассмотрим модель измерений (8) для одного измерительного канала и одной угловой координаты – азимута  $\varphi$ . Тогда (8) при  $j$ -м положении сканирующей антенны по угловой координате  $\varphi$  дает следующее описание измерения  $y_j$ :

$$y_j = A_1 e^{-c(j-\varphi_1)^2} + A_2 e^{-c(j-\varphi_2)^2} + p_j, \quad (11)$$

где  $A_1, A_2$  и  $\varphi_1 = j_1, \varphi_2 = j_2$  – соответственно неизвестные амплитуды и угловые координаты двух точечных объектов, подлежащие оцениванию;  $c$  – параметр аппроксимации АФ экспоненциальной функцией с квадратичным показателем степени, вычисляемый для заданной ширины ДНА  $2n+1$  на уровне  $\varepsilon$ :  $e^{-cn^2} = \varepsilon$ . При этом контраст объектов по отношению к нулевому фону определяется их амплитудой. При фиксированных  $A_1, A_2$  и  $\theta_1, \theta_2$  случайная величина

$$y_j - A_1 e^{-c(j-\varphi_1)^2} - A_2 e^{-c(j-\varphi_2)^2}$$

распределена так же, как  $p_j$ . Логарифм функции правдоподобия для выборки измерений (11), полученной при  $2n_1+1$  положениях луча ( $n_1 \gg n$ ):

$$L = \ln \text{const} - \frac{1}{2\sigma_p^2} \sum_{j=-n_1}^{n_1} (y_j - A_1 e^{-c(j-\varphi_1)^2} - A_2 e^{-c(j-\varphi_2)^2})^2. \quad (12)$$

Матрица Фишера  $\Phi = F / \sigma_p^2$  определена как симметричная  $4 \times 4$ -матрица математических ожиданий, взятых со знаком минус от вторых частных производных функции правдоподобия (12)  $L(A_1, A_2, \varphi_1, \varphi_2)$  по оцениваемым параметрам  $A_1, A_2, \varphi_1, \varphi_2$ . Усреднение ведется по измерениям  $y_j, j = -n_1, n_1$ .

Матрица  $\Phi^{-1} = \sigma_p^2 F^{-1}$ , обратная матрице Фишера, характеризует потенциально достижимую точность оценивания  $A_1, A_2, \varphi_1, \varphi_2$  при использовании несмещенных оценок максимально го правдоподобия.

Для модели измерений (11) данная матрица совпадает с ковариационной матрицей ошибок оценивания:  $\Phi^{-1} = \{k_{ij}\}$ , диагональные элементы которой  $k_{11}, k_{22}, k_{33}, k_{44}$  имеют смысл дисперсий  $D$  ошибок  $\Delta \hat{A} = \hat{A} - A$  и  $\Delta \hat{\varphi} = \hat{\varphi} - \varphi$  эффективных оценок амплитуд  $\hat{A}$  и угловых координат  $\hat{\varphi}$ , а остальные элементы – взаимные ковариации ошибок.

На рисунке 2,а и б даны зависимости нормированного СКО ошибки оценивания угловой координаты  $\sigma_{\Delta \hat{\varphi}} / \sigma_p$  и корня из максимального абсолютного значения взаимной ковариации  $\sqrt{\max |\text{cov}(\Delta \hat{x}, \Delta \hat{\varphi})|} / \sigma_p$  (обозначено  $\sqrt{K} / \sigma_p$ ) от ширины ДНА  $2n+1$ , полученные при различных значениях амплитуды  $A_1 = A_2 = A$ , минимально допустимом расстоянии между объектами  $d_{\min} = \min |\varphi_1 - \varphi_2| = 2\Delta_\varphi$  в 2 элемента дискретизации, параметре аппроксимации  $c$  АФ для  $\varepsilon = 0.1$ , объеме выборки  $2n_1 + 1 \gg 2n + 1$ .

Из рисунка 2,а видно, что с увеличением амплитуды  $A$  (контраста) полезного сигнала и уменьшением ширины ДНА  $2n+1$  точность оценивания угловой координаты возрастает.

При отдельном оценивании амплитуды и угловой координаты  $\varphi = \varphi_1$  одного объекта получаем явные выражения дисперсии ошибок оценивания  $x$  и  $\varphi$  в зависимости от  $\sigma_p$  и  $x$ :

$$D[\Delta \hat{A}] = \frac{1}{-M[\partial^2 L / \partial A^2]} = \frac{\sigma_p^2}{\Sigma_1}, \quad (13)$$

$$D[\Delta\hat{\varphi}] = \frac{1}{-M[\partial^2 L / \partial \varphi^2]} = \frac{\sigma_p^2}{4c^2 x^2 \Sigma_2},$$

где  $\Sigma_1 = \sum_{j=-m}^m e^{-2c(j-\varphi)^2}$ ,  $\Sigma_2 = \sum_{j=-m}^m (j-\varphi)^2 e^{-2c(j-\varphi)^2}$ .

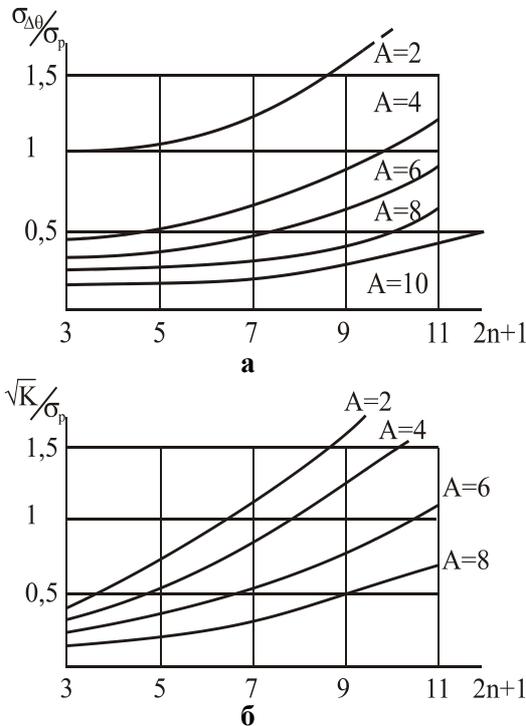


Рисунок 2 – Исследование точности оценок и корреляции

Из (13) следует, что точность оценивания угловой координаты  $\varphi$  повышается с увеличением отношения  $A/\sigma_p$ , т.е. с увеличением амплитуды полезного сигнала.

Примем, что условие  $\sigma_{\Delta\hat{\varphi}}/\sigma_p = 0,5$  отвечает заданному разрешению  $d_{\min} = 2\Delta_\varphi$ . Тогда для  $A = 6$  это условие выполняется (рисунок 2, а) при ширине ДНА  $(2n+1)\Delta_\varphi \leq 7\Delta_\varphi$ . При этом  $d_{\min}$  предельно в 3,5 раза меньше ширины ДНА, т.е. эффект сверхразрешения для  $A = 6$  составляет примерно 3 раза (в рамках данной модели).

Следует отметить, что уменьшение шага дискретизации  $\Delta_\varphi$  до величины, меньшей абсолютной погрешности оценивания координат, не приводит к дальнейшему повышению разрешающей способности. Обычно шаг дискретизации определяется техническим заданием на радиометр и учитывает теорему Котельникова.

На рисунке 2, б показана корреляционная связь ошибок оценивания амплитуд и координат в зависимости от  $A$  и  $2n+1$ . Видно, что зависимость существует и отражает связь задач восстановления изображений (оценивания амплитуд) и повышения угловой разрешающей способности.

В таблице показаны зависимости  $\sigma_{\Delta\hat{A}}/\sigma_p$ ,  $\sigma_{\Delta\hat{\varphi}}/\sigma_p$  и  $\sqrt{K}/\sigma_p$  от расстояния между объектами  $d = |\varphi_1 - \varphi_2|$  в числе элементов дискретизации ( $d/\Delta_\varphi$ ), полученные при  $2n+1=7$  и  $A=6$ .

Результаты расчетов

$d/\Delta_\varphi$	2	3	4	5	6
$\sigma_{\Delta\hat{A}}/\sigma_p$	1,22	0,78	0,66	0,64	0,64
$\sigma_{\Delta\hat{\varphi}}/\sigma_p$	0,41	0,29	0,23	0,21	0,21
$\sqrt{K}/\sigma_p$	0,56	0,33	0,20	0,10	0,00

Видно, что с увеличением расстояния между объектами точность оценивания возрастает. С уменьшением расстояния усиливается линейная связь ошибок  $\Delta\hat{A}$  и  $\Delta\hat{\varphi}$ , характеризуемая взаимной ковариацией  $\text{cov}(\Delta\hat{A}, \Delta\hat{\varphi})$ , т.е. усиливается влияние точности оценивания амплитуды на точность оценивания координат.

Точность оценивания амплитуды можно оценить по ковариационной матрице  $K_{\Delta\hat{x}}$  ошибок оценивания вектора  $\hat{x}$  в векторно-матричной модели (10). Для оценок  $\hat{x}$  метода максимального правдоподобия (в данных условиях метода наименьших квадратов):

$$\hat{x} = (B^T B + \delta \cdot E)^{-1} B^T \bar{y}, \tag{14}$$

где  $T$  – символ транспонирования;  $E$  – единичная матрица;  $\delta > 0$  – параметр регуляризации, необходимый для устойчивого обращения матрицы  $B^T B$ , матрица  $K_{\Delta\hat{x}}$  при малом  $\delta$  определится как

$$K_{\Delta\hat{x}} = \sigma_p^2 (B^T B + \delta \cdot E)^{-1},$$

а СКО ошибки оценивания амплитуды отдельного элемента матрицы изображения найдется по формуле:

$$\sigma_{\Delta\hat{x}} = \sigma_p \sqrt{Sp(B^T B + \delta \cdot E)^{-1} / (MN)}, \tag{15}$$

где  $Sp$  – след матрицы. Из (15) следует, что точность восстановления зависит от структуры матрицы  $B$  значений АФ. Так как (14) есть решение системы линейных уравнений (8) или (9) с помехами  $p(i, j)$ , то матрица системы  $B$  определяет свойства решения. Так, при увеличении числа измерений в многоканальной модели (9) следует обеспечить линейную независимость новых строк матрицы  $B$  за счет заметных различий в АФ измерительных каналов. При увеличении числа измерений также повышается устойчивость обращения матрицы  $B^T B$ .

### Радиометрическое разрешение

Радиометрическое (или амплитудное) разрешение понимается [1] как способность системы наблюдения различать объекты по контрасту. Под контрастом  $K$  радиометрического изображения однородного объекта по отношению к однородному фону (подстилающей поверхности) будем понимать модуль разности средних амплитуд объекта  $\bar{U}_o$  и фона  $\bar{U}_\phi$ , нормированный к сумме амплитуд. Проследим изменение контраста в результате первичной обработки сигналов. Измерим контраст по совокупности пар точек  $(i_o, j_o)$  и  $(i_\phi, j_\phi)$ , принадлежащих объекту и фону, до обработки:  $K_1 = |\bar{U}_o - \bar{U}_\phi| / (\bar{U}_o + \bar{U}_\phi)$  и после обработки:  $K_2$ . В результате усредненных (по совокупности точек) преобразований (7) с учетом однородности изображений (постоянства амплитуд), нормировки ДНА и нулевых средних значений помех  $\bar{p}(i, j)$  приближенно получаем:

$$\bar{s}_4(i_i, j_i) = \bar{U}_i^2 \mu_4 \sum_{i_1=-m}^m \sum_{j_1=-n}^n g^2(i_1, j_1) = \gamma \bar{U}_i^2,$$

$$\bar{s}_4(i_\phi, j_\phi) = \gamma \bar{U}_\phi^2,$$

где  $\gamma$  – результат суммирования с коэффициентом  $\mu_4$ . Тогда

$$\begin{aligned} K_2 &= |\bar{s}_4(i_o, j_o) - \bar{s}_4(i_\phi, j_\phi)| / (\bar{U}_o + \bar{U}_\phi) = \\ &= \gamma |\bar{U}_o^2 - \bar{U}_\phi^2| / (\bar{U}_o + \bar{U}_\phi) = \\ &= \gamma |\bar{U}_o - \bar{U}_\phi| = \gamma (\bar{U}_o + \bar{U}_\phi) K_1. \end{aligned} \quad (16)$$

Из (16) следует, что контраст меняется пропорционально суммарной амплитуде. Увеличение контраста должно приводить к повышению разрешающей способности и четкости изображения. Этот факт иллюстрируется на рисунках 3, а, б, в, где слева направо показаны следующие изображения:

1. Изображение  $X = \{x(i, j)\}$  неоднородного объекта с амплитудами  $A_1$  и  $A_2$  внешней и внутренней частей на нулевом фоне.

2. Изображение матрицы наблюдений  $Y = \{y(i, j)\}$ , полученной в соответствии с моделью (8) для экспоненциальной АФ с квадратичным показателем степени и ширины ДНА  $2m+1 = 2n+1 = 7$  при уровне шума  $\sigma_p = 0,1$ .

3. Изображение  $\hat{X} = \{\hat{x}(i, j)\}$  искомой матрицы  $X$ , найденное алгоритмом восстановления матричным методом [5] на основе модели (10).

Моделировалась следующая разность амплитуд:  $\Delta A = |A_1 - A_2|$  для а, б и в:

а)  $\Delta A = 10 - 9 = 1$ ; б)  $\Delta A = 10 - 7 = 3$ ;  
в)  $\Delta A = 10 - 5 = 5$ .

Видно, что с увеличением контраста усиливается различие двух частей восстановленного изображения объекта за счет повышения точности восстановления и соответственно разрешающей способности.

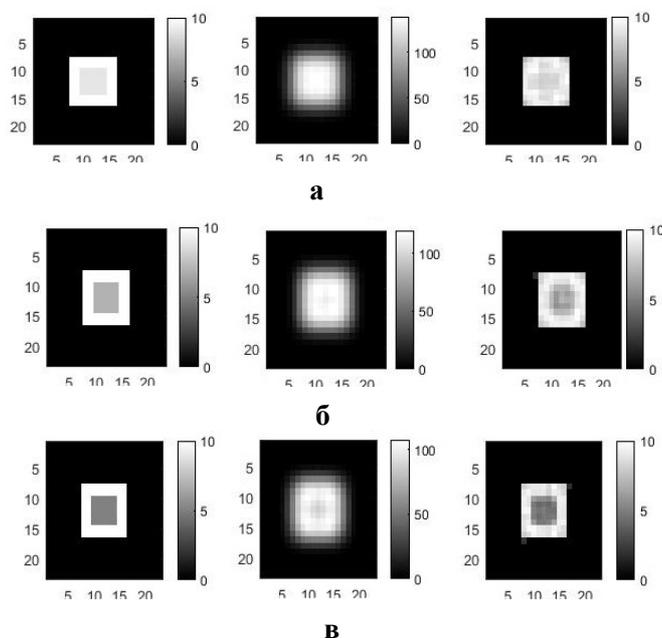


Рисунок 3 – Восстановление изображений с разным контрастом

### Заключение

Разработана математическая модель формирования матрицы радиометрического изображения в сканирующем радиометре, позволяющая проводить аналитическое исследование сверхразрешения по угловым координатам в радиометре. Показано, что разрешающая способность радиометра зависит от контраста изображения и повышается при восстановлении изображения методом максимального правдоподобия. Существует порог повышения точности восстановления, определяемый матрицей Фишера. Полученные математические соотношения могут быть использованы при синтезе алгоритмов восстановления в радиометрических системах. Дальнейшие исследования целесообразно проводить в направлении многоканальной обработки, позволяющей понизить порог достижения потенциальной точности.

*Работа выполнена при поддержке Гранта ведущим научным школам РФ (РШ-7116.2016.8)*

### Библиографический список

1. Шарков Е. А. Радиотепловое дистанционное зондирование Земли: физические основы: в 2 т. / Т. 1. М.: ИКИ РАН, 2014. 544 с.
2. Пассивная радиолокация: методы обнаруже-

ния объектов / под ред. Р. П. Быстрова и А. В. Соколова. М.: Радиотехника, 2008. 320 с.

3. Пирогов Ю. А., Тимановский А. Л. Сверхразрешение в системах пассивного радиовидения миллиметрового диапазона // Радиотехника. 2006. № 3. С. 14 – 19.

4. Василенко Г. И., Тараторин А. М. Восстановление изображений. М.: Радио и связь, 1986. 304 с.

5. Математические методы восстановления и обработки изображений в радиотеплооптоэлектронных системах / В. К. Ключко. Рязань: Изд-во РГРТУ, 2009. 228 с.

6. Ключко В. К., Кузнецов В. П. Восстановление изображений объектов по прореженной матрице наблюдений // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2016. № 55. С. 111–117.

7. Проскурин В. И. Потенциальная разрешающая способность радиолокационной станции // Радиотехника. 2001. №5. С. 67 – 70.

8. Ключко В. К. Потенциальные возможности восстановления радиоизображений // Вестник Рязанской государственной радиотехнической академии. 2006. №. 19. С. 10 – 18.

UDC 621.391

## MATHEMATICAL MODEL OF RADIOMETER AND POSSIBILITY OF SUPERPERMISSION

V. K. Klochko, head of the department of EIMM RSREU, Dr.Sci.Tech.; klochkovk@mail.ru

O. N. Makarova, engineer of RSREU RTS department; a-o-n@mail.ru

*The structural scheme of signal processing in radiometer is considered. The radiometer's antenna carries out spatial-angular scanning of controlled site of the district in television mode. The signal accepted by antenna in the set range of frequencies passes a path of preprocessing, including high-frequency amplifier, square detector, filter of low frequencies and analog-digital converter. As a result of scanning the matrix of radiometric image is formed. However the image resolution is limited to directional pattern width.*

*The purpose of work is analytical research of potential possibility of obtaining superpermission on angular coordinates in the radiometer and factors influencing resolution. The mathematical model of preprocessing path when forming a matrix of radiometric image is for this purpose developed. On the basis of received model connection between image recovery accuracy and its resolution is established. The assessment of potential accuracy of restoration and superpermission on the basis of Fisher's matrix is given. Dependence of resolution on radiometric image contrast is shown. The way of superpermission increase on the basis of multichannel processing is specified.*

**Keywords:** radiometer, radiometric image, superpermission, recovery of images, resolution, contrast, mathematical model.

DOI: 10.21667/1995-4565-2016-56-2-24-30

### References

1. Sharkov E.A. Radioteplovoe distancionnoe zondirovanie Zemli: fizicheskie osnovy (Radio thermal remote sensing of Earth: physical bases): in 2 t. / T. 1. Moscow: IKI Russian Academy of Sciences, 2014, 544 p. (in Russian).

2. Passivnaja radiolokacija: metody obnaruzhenija ob#ektov (Passive radar location: methods of objects detection) / pod red. R.P. Bystrov i A.V. Sokolov. Moscow: Radiotekhnika, 2008, 320 p. (in Russian).

3. Pirogov Y. A., Timanovsky A. L. Sverhrazreshenie v sistemah passivnogo radiovidenija millimetrovogo diapazona. *Radio engineering*, 2006, no. 3, pp. 14 – 19 (in Russian).

4. Vasilenko G. I., Taratorin A. M. *Vosstanovlenie izobrazhenij* (Recovery of images). Moscow: Radio i svjaz', 1986, 304 p. (in Russian).

5. Klochko V. K. *Matematicheskie metody voss-tanovlenija i obrabotki izobrazhenij v radioteplooptoel-ektron-nyh sistemah* (Mathematical methods of restoration and images processing in radio heat-opto-electronic systems). Ryazan: RGRU, 2009, 228 p. (in Russian).

6. Klochko V. K., Kuznetsov V. P. Vosstanovlenie izobrazhenij ob#ektov po prerezhennoj matrice nabljudenij. *Vestnik Rjazanskogo gosudarstvennogo radio-tehnicheskogo universiteta*. 2016, no. 55, pp. 111 – 117 (in Russian).

7. Proskurin V. I. Potencial'naja razreshajushhaja sposobnost' radiolokacionnoj stancii. *Radiotekhnika*, 2001, no. 5, pp. 67 – 70 (in Russian).

8. Klochko V. K. Potencial'nye vozmozhnosti voss-tanovlenija radioizobrazhenij. *Vestnik Rjazanskogo gosudarstvennogo radiotekhnicheskogo universiteta*. 2006, no. 19, pp. 10 – 18 (in Russian).