УДК 681.513.3

## ИССЛЕДОВАНИЕ ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ КООРДИНАТ ОБЪЕКТА В СИСТЕМЕ АВТОНОМНОЙ НАВИГАЦИИ ПО ОПТИЧЕСКИМ МЕТКАМ

- А. И. Калинкин, магистрант кафедры РТС РГРТУ; san\_mozart@mail.ru
- В. И. Кошелев, заведующий кафедрой РТС РГРТУ, д.т.н., профессор; koshelev.v.i@rsreu.ru
- И. С. Холопов, к.т.н., доцент кафедры РТС РГРТУ; kholopov.i.s@rsreu.ru

**Цель работы** — исследование погрешности оценивания декартовых и угловых координат объекта с реперными светоизлучателями/светоотражателями различной геометрической конфигурации, наблюдаемыми одной откалиброванной камерой. Показано, что при решении задачи Perspective-4-Point для оценивания декартовых координат объекта предпочтительнее размещение четырех реперных излучателей в виде ортоцентрического тетраэдра с основанием в форме правильного треугольника, а для оценивания угловых координат — в виде кластеров, используемых в системах автоматической стыковки.

**Ключевые слова:** алгоритмы PnP, кластер, SVD-разложение, аффинное преобразование, матрица поворота, углы Эйлера, геометрический фактор.

**DOI:** 10.21667/1995-4565-2016-58-4-10-17

#### Введение

Трехмерная (3D) реконструкция объектов по их видеоизображениям является актуальной задачей технического зрения [1, 2] и решается в системах дополненной и виртуальной реальности [3-5], системах целеуказания [6, 7], медицинских приложениях [8], в дистанционной диагностике поверхностей [9] и инфраструктурных объектов [10], для контроля местоположения беспилотных летательных аппаратов [11] и др. Частным случаем задачи 3D реконструкции является определение координат подвижных объектов по изображениям нанесенных на их поверхность светоизлучающих либо светоотражающих реперов [5 7, 12]. Применение реперных излучателей [3 8, 12] или систем подсвета [1, 9, 13] является альтернативой наиболее универсальным алгоритмам 3D реконструкции, основанным на поиске особых точек [14], которые, однако, имеют низкую эффективность при наблюдении малоконтрастных и однородных объектов и/или в условиях низкой освещенности.

## Геометрическая постановка задачи

Геометрические построения для решения задачи трехмерной реконструкции по совокупности реперных излучателей с априорной известной конфигурацией (в [7] для обозначения множества реперов используется термин «кластер») приведены на рисунке 1. Связь пространственных однородных 3D-координат n реперных точек объекта  $\mathbf{M}_{odni} = [X_i, Y_i, Z_i, 1]^{\mathrm{T}}, i = \overline{1, n}$ , в системе координат камеры (СКК) ОХҮZ с фокусным расстоянием объектива f и однородными пиксельными координатами их образов в плоскости изображения  $\mathbf{m}_i = [u_i, v_i, 1]^{\mathrm{T}}$  при использовании математической модели проективной камеры определяется матрицей проекции  $\mathbf{P}$  [14]:

$$\mathbf{m}_{i} = w_{i} \mathbf{P} \mathbf{M}_{o\partial hi}, \tag{1}$$

где  $w_i = \mathbf{P}^{<3>} \mathbf{M}_{ooni}$  — масштабный коэффициент, а символ  $^{<3>}$  обозначает третью строку матрицы.

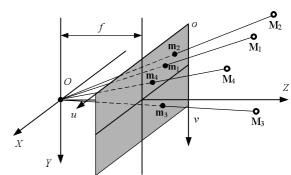


Рисунок 1 – Геометрическая постановка задачи

При отсутствии дисторсионных искажений матрица  ${\bf P}$  представляется как произведение матрицы внутренних параметров камеры  ${\bf K}$  и матрицы размерности  $3{\bf x}4$ , составленной из матрицы поворота СКК относительно внешней системы координат  ${\bf R}$  и пристыкованного к ней

справа вектора-столбца переноса (трансляции) начала СКК во внешнюю систему координат **t**:

$$\mathbf{P} = \mathbf{K}[\mathbf{R} \mid \mathbf{t}]. \tag{2}$$

При использовании СКК камеры в качестве основной  $\mathbf{R} = \mathbf{I}, \ \mathbf{t} = \mathbf{0}, \$ поэтому (2) представимо в виде:

$$P = [K \mid 0],$$

где I – единичная матрица, 0 = [0, 0, 0]T.

## Алгоритмы Р4Р

При компенсации дисторсионных искажений, характерных для объектива реальной камеры, решение задачи восстановления 3D-координат точек  $\mathbf{M}_i = [X_i, Y_i, Z_i]^{\mathrm{T}}$  по их изображениям  $\mathbf{m}_i$  (рисунок 2),  $i=\overline{1,n}$ ,  $n\geq 3$ , обеспечивают алгоритмы Perspective-n-Point (PnP) [14]. Однозначное решение задачи 3D реконструкции существует [15] для  $n \ge 6$  произвольно расположенных реперов и для n = 4 реперов, лежащих в одной плоскости, если на одной прямой лежат не более чем два из них. Для n = 4 не лежащих в одной плоскости реперов существует в общем случае [16] до p = 5 решений задачи P4P с неотрицательной координатой Z для всех реперов (наиболее распространенной ситуацией является наличие p = 2 решений [15]).

Идея алгоритмов P4P основана на решении системы из шести нелинейных уравнений:

$$s_{1}^{2} + s_{2}^{2} - 2\cos\alpha_{12}s_{1}s_{2} = R_{12}^{2},$$

$$s_{1}^{2} + s_{3}^{2} - 2\cos\alpha_{13}s_{1}s_{3} = R_{13}^{2},$$

$$s_{2}^{2} + s_{3}^{2} - 2\cos\alpha_{23}s_{2}s_{3} = R_{23}^{2},$$

$$s_{1}^{2} + s_{4}^{2} - 2\cos\alpha_{14}s_{1}s_{4} = R_{14}^{2},$$

$$s_{2}^{2} + s_{4}^{2} - 2\cos\alpha_{24}s_{2}s_{4} = R_{24}^{2},$$

$$s_{3}^{2} + s_{4}^{2} - 2\cos\alpha_{34}s_{3}s_{4} = R_{34}^{2}.$$
(3)

В системе (3) символами  $\alpha_{ij}$  обозначены углы между векторами, проведенными из начала СКК в точки  $\mathbf{M}_i$  и  $\mathbf{M}_j$ ,  $s_i$  – декартово расстояние от начала СКК до точки  $\mathbf{M}_i$  (если СКК на рисунке 1 принята за основную, то  $s_i = \|\mathbf{M}_i\|$ ),  $\cos \alpha_{ij} = \mathbf{m}_i \mathbf{m}_j / [\|\mathbf{m}_i\| \|\mathbf{m}_j\|], \quad R_{ij} = \|\mathbf{M}_{0i} - \mathbf{M}_{0j}\|,$   $\mathbf{M}_{0i} = [X_{0i}, Y_{0i}, Z_{0i}, 1]^T$  – априорно известные однородные 3D-координаты реперных точек 1-4 в системе координат кластера,  $i, j = \overline{1,4}, i \neq j, \|\cdot\|$  – два-норма вектора.

Для поиска решений задачи P4P первоначально решается задача P3P [17-20] для комбинаций реперов 1-2-3, 1-2-4 и 1-3-4. Далее для p найденных решений задачи P3P относительно расстояния  $s_1$  по уравнениям 1, 2 и 4 системы (3)

находятся возможные значения расстояний  $s_2^{(p)} - s_4^{(p)}$ . Затем по известным расстояниям  $s_i^{(p)}$ ,  $j = \overline{1,4}$ , в соответствии с геометрическими построениями рисунка 1 восстанавливаются пространственные координаты реперов  $\mathbf{M}_i^{(p)}$ :

$$\mathbf{M}_{i}^{(p)} = s_{i}^{(p)} [u_{\mu i}, v_{\mu i}, 1]^{\mathrm{T}} / \| \mathbf{m}_{\mu i} \|, \tag{4}$$

где вектор нормированных однородных координат  $\mathbf{m}_{ni} = \mathbf{K}^{-1}\mathbf{m}_i$ , из которых исключаются  $p^*$  решений, для которых Z-координата  $\mathbf{M}_i^{(p)}$  меньше фокусного расстояния f, поскольку по постановке задачи P4P (рисунок 1) все реперы кластера должны располагаться перед камерой. Из оставшихся  $(p-p^*)$  решений выбирается тот набор  $\mathbf{M}_i^{(p)}$ , который минимизирует либо дванорму вектора  $\mathbf{\Delta}^{(p)}$ ,

$$\min \| \boldsymbol{\Delta}^{(k)}, k = \overline{1, (p - p^*)},$$

$$\boldsymbol{\Delta}^{(k)} = [\| \mathbf{M}_{1}^{(k)} - \mathbf{M}_{2}^{(k)} \|, \| \mathbf{M}_{1}^{(k)} - \mathbf{M}_{3}^{(k)} \|, \| \mathbf{M}_{2}^{(k)} - \mathbf{M}_{3}^{(k)} \|,$$

$$\| \mathbf{M}_{1}^{(k)} - \mathbf{M}_{4}^{(k)} \|, \| \mathbf{M}_{2}^{(k)} - \mathbf{M}_{4}^{(k)} \|, \| \mathbf{M}_{3}^{(k)} - \mathbf{M}_{4}^{(k)} \|]^{T} -$$

$$- [R_{12}, R_{13}, R_{23}, R_{14}, R_{24}, R_{34}]^{T},$$

либо квадрат два-нормы ошибки репроекции:

$$\min_{k} \sum_{i=1}^{4} \left\| \mathbf{m}_{i} - \mathbf{P}_{3x4} \mathbf{M}_{\text{одн}i}^{(k)} \right\|^{2}$$
 (5)

Дальнейшее уточнение координат  $\mathbf{M}_i$ ,  $i=\overline{1,4}$ , может выполняться с использованием нелинейных алгоритмов Гаусса — Ньютона [21] или Левенберга — Марквардта [22].

В работе для оценивания 3D-координат реперов использовались аналитические выражения источника [23], где задача *P4P* решается с использованием аффинно инвариантных барицентрических координат Мёбиуса, что позволяет повысить вероятность правильного выбора единственного решения задачи *P4P*:

 $\mathbf{M}_{0o\partial nc} = \lambda_1 \mathbf{M}_{0o\partial n1} + \lambda_2 \mathbf{M}_{0o\partial n2} + \lambda_3 \mathbf{M}_{0o\partial n3} + \lambda_4 \mathbf{M}_{0o\partial n4}$ , (6) где  $\mathbf{M}_{0o\partial nc}$  — однородные координаты точки, из которой наблюдаются реперы с априорно известными однородными координатами  $\mathbf{M}_{0o\partial n1}$ , а символ «0» обозначает координаты точки в системе координат реперного кластера. Для барицентрических координат  $\lambda_i$  по определению справедливо равенство:

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 = 1.$$

В [23] приводится доказательство справедливости формул для  $\lambda_i$  применительно к решению задачи P4P:

$$\lambda_{1} = \sqrt{1 + 2c_{23}c_{24}c_{34} - (c_{23}^{2} + c_{24}^{2} + c_{34}^{2})}, \ \delta / s_{1},$$

$$\lambda_{2} = \pm \sqrt{1 + 2c_{13}c_{14}c_{34} - (c_{13}^{2} + c_{14}^{2} + c_{14}^{2})}, \ \delta / s_{2},$$

$$\lambda_{3} = \pm \sqrt{1 + 2c_{12}c_{14}c_{24} - (c_{12}^{2} + c_{14}^{2} + c_{24}^{2})}, \quad \delta / s_{3}$$
(7)  
$$\lambda_{4} = \pm \sqrt{1 + 2c_{12}c_{13}c_{23} - (c_{12}^{2} + c_{13}^{2} + c_{23}^{2})}, \quad \delta / s_{4}$$
  
$$\delta = s_{1}s_{2}s_{3}s_{4} / \Delta, \Delta =$$
  
$$= \det\{\mathbf{M}_{0o\partial n1} \mid \mathbf{M}_{0o\partial n2} \mid \mathbf{M}_{0o\partial n3} \mid \mathbf{M}_{0o\partial n4}\},$$

где для расчета значений  $s_2 - s_4$  используются уравнения 3, 5 и 6 системы (3) и вспомогательные параметры  $y_3 = s_3 / s_2$  и  $y_4 = s_4 / s_2$ ; значения  $y_3$  являются корнями уравнения 4-го порядка

$$C_4 y_3^4 + C_3 y_3^3 + C_2 y_3^2 + C_1 y_3 + C_0 = 0$$
 (8) с коэффициентами полинома

 $C_4 = b_{23}(b_{34} - b_{23} - b_{24})^2 - a_{34}^2 b_{23}^2 b_{24},$   $C_3 = (b_{34} - b_{23} - b_{24})[a_{24}a_{34}b_{23}^2 + 2a_{23}b_{23}(b_{34} - b_{24})] +$   $+ a_{34}b_{23}^2 b_{24}(2a_{24} - a_{23}a_{34}),$ 

$$C_2 = b_{23}[a_{23}^2(b_{34} - b_{24})^2 + \\ + (b_{34} - b_{23} - b_{24})(b_{23} + b_{34} - b_{24})] + \\ + a_{23}a_{24}a_{34}b_{23}^2(b_{24} + b_{34}) + a_{34}^2b_{23}^2(b_{23} - b_{24}) + \\ + a_{24}^2b_{23}^2(b_{23} - b_{24}),$$

$$C_{1} = 2a_{23}b_{23}(b_{34} - b_{24})(b_{23} + b_{34} - b_{24}) +$$

$$+a_{24}a_{34}b_{23}^{2}(b_{34} + b_{24} - b_{23}) - a_{23}a_{24}^{2}b_{23}^{2}b_{34},$$

$$y_{4} = [(b_{34} - b_{23} - b_{24})y_{3}^{2} + a_{23}(b_{34} - b_{24})y_{3} +$$

$$+b_{23} + b_{34} - b_{24}](a_{34}b_{23}y_{3} - a_{24}b_{23})^{-1},$$

$$s_{2} = \sqrt{b_{23}(1 + y_{3}^{2} + a_{23}y_{3})^{-1}}, \quad s_{3} = s_{2}y_{3}, \quad s_{4} = s_{2}y_{4};$$

значения  $s_1$  являются корнями уравнения

$$B_{2}s_{1}^{2} + B_{1}s_{1} + B_{0} = 0,$$

$$B_{2} = 3, B_{1} = a_{12}s_{2} + a_{13}s_{3} + a_{14}s_{4},$$

$$B_{0} = s_{2}^{2} + s_{3}^{2} + s_{4}^{2} - (b_{23} + b_{24} + b_{34}),$$

$$c_{ij} = \cos\alpha_{ij}, b_{ij} = R_{ij}^{2}, a_{ij} = -2c_{ij}, i, j = \overline{1, 4}, i \neq j.$$

$$(9)$$

Наборам действительных неотрицательных значений  $\{s_1^{(p)}, s_2^{(p)}, s_3^{(p)}, s_4^{(p)}\}$ ,  $p \le 4$ , ставятся в соответствие наборы барицентрических координат  $\lambda_i^{(p)}$ ,  $i = \overline{1,4}$ , по (7). Из множества р возможных наборов действительных значений  $\lambda_i^{(p)}$ , полученных по (7)–(9), выбирается тот, при котором минимизируется

$$\min_{p} \left| \lambda_{1}^{(p)} + \lambda_{2}^{(p)} + \lambda_{3}^{(p)} + \lambda_{4}^{(p)} - 1 \right|,$$

после чего в системе координат кластера определяются однородные координаты начала СКК по (8) и находятся расстояния  $s_i$ ,  $i=\overline{1,4}$ , для подстановки в (4).

Поскольку из-за погрешностей при измерении пиксельных координат центров свечения реперов и расстояний  $R_{ij}$  корни уравнения (9)  $s_1^{(k)}$  могут иметь малую (порядка  $10^{-6}...10^{-4}$ )

мнимую составляющую, то в качестве решения в таких случаях принимается действительная часть комплексного числа —  $Re\{s_i^{(k)}\}$ .

В [24] показано, что решение задачи P4P с использованием барицентрических координат (6) также может быть сведено к решению СЛАУ из 2n линейных алгебраических уравнений с 12 неизвестными (3D-координатами точек  $\mathbf{M}_{0i}$ ,  $i=\overline{1,4}$ ) путем нахождения собственных векторов, соответствующих 1, 2, 3 или 4 минимальным собственным числам матрицы коэффициентов СЛАУ, и выбора единственного решения по критерию (5).

## Типы реперных кластеров

Погрешность оценивания координат в алгоритмах P4P, как и погрешность оценивания координат в спутниковых радионавигационных системах (СРНС) [25], зависит от взаимного пространственного положения опорных точек, т.е. для систем оптической навигации по аналогии с СРНС можно ввести понятие геометрического фактора  $\gamma$  — коэффициента, показывающего увеличение погрешности по сравнению с оптимальным расположением опорных точек: навигационных спутников для СРНС и реперных излучателей — для оптических навигационных систем (ОНС) соответственно.

Если максимальное расстояние между реперами кластера ОНС с априорно известной геометрической конфигурацией фиксировано, то наименьшая погрешность оценивания декартовых и угловых координат объекта обеспечивается при использовании кластера в форме правильного тетраэдра. Поскольку при нанесении таких кластеров на поверхность объектов, координаты которых предполагается оценивать, наличие репера в вершине тетраэдра приводит к увеличению габаритных размеров объекта (а для легких малогабаритных объектов - еще и к смещению центра тяжести), это вносит ограничение на их практическое применение. Поэтому на практике применяют кластеры с меньшей высотой вершины тетраэдра относительно плоскости основания.

В системах автоматической стыковки Advanced Video Guidance Sensor (AVGS) [26] и Next Generation Advanced Video Guidance Sensor (NGAVGS) [27] используется кластер в форме тетраэдра из 4-х светоотражателей, в котором репер вершины 4 проецируется на грань основания 1-2 (рисунок 2, а), причем его высота Н меньше, чем длина ребер основания тетраэдра. Такое расположение позволяет в начальный момент времени выполнить автоматическую сортировку изображений реперов (поиск соответ-

ствий  $\mathbf{m}_i \leftrightarrow \mathbf{M}_i$ ,  $i=\overline{1,4}$ ) при произвольной их ориентации.

В системах дополненной и виртуальной реальности [4, 5], а также в системах целеуказания [7] чаще используется иной тип реперных кластеров - с таким расположением излучателей (рисунок 2, б), при котором вершина 4 проецируется в точку центра масс треугольника основания 123. При этом полагают, что в начальный момент времени ориентация тетраэдра всегда такова, что позволяет по полученному изображению однозначно идентифицировать его реперные точки: для рисунка 2, б можно условно выделить «центральный» 4, «верхний» 3, «левый» 1 и «правый» 2 реперы.

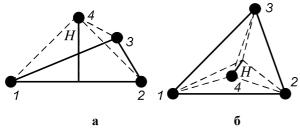


Рисунок 2 – Варианты взаимного расположения реперов в кластере:

## а – кластер систем AVGS и NGAVGS; б – кластер в форме ортоцентрического тетраэдра

После первоначальной оценки 3D-координат реперов автоматический поиск соответствий выполняется по критерию минимума ошибки репроекции (5) [12, 13, 15].

## Оценка угловых и декартовых координат объекта

По априорно известным 3D-координатам  $\mathbf{M}_{0i} = [X_{0i}, \hat{Y}_{0i}, \hat{Z}_{0i}]^{\mathrm{T}}$  и оцененным по алгоритму P4P координатам  $\mathbf{M}_{i} = [X_{i}, Y_{i}, Z_{i}]^{T}, i = \overline{1,4}$ , можно оценить матрицу поворота R и вектор трансляции t, используя критерий минимума квадрата ошибки результата аффинного преобразования [28, 29]. В работе для оценивания **R** и **t** использовался подход [29], основанный на использовании SVD-разложения, согласно которому

$$\mathbf{R} = \mathbf{U} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \det(\mathbf{U}\mathbf{V}^{\mathrm{T}}) \end{pmatrix} \mathbf{V}^{\mathrm{T}}, \qquad (10)$$
$$\mathbf{t} = \overline{\mathbf{M}}_{0} - \mathbf{R}\overline{\mathbf{M}},$$

где 
$$\overline{\mathbf{M}}_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{M}_{0i}$$
,  $\overline{\mathbf{M}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{M}_i$ , а матрицы  $\mathbf{U}$  и  $\mathbf{V}$  получаются в результате SVD-разложения

матрицы 
$$\mathbf{H} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{M}_{0ci} \mathbf{M}_{ci}^{\mathrm{T}}$$
:

$$\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^{\mathrm{T}}$$
.

 $\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^{\mathrm{T}},$  где  $\mathbf{M}_{0ci} = \mathbf{M}_{0i} - \overline{\mathbf{M}}_{0}$ ,  $\mathbf{M}_{ci} = \mathbf{M}_{i} - \overline{\mathbf{M}}$  — центрированные 3D-координаты.

Умножение на вспомогательную диагональную матрицу в (10) необходимо для того, чтобы матрица R являлась матрицей поворота и, в соответствии с ее свойствами, имела определитель  $\det\{\mathbf{R}\}=1$  (матрица  $\mathbf{U}\mathbf{V}^{\mathrm{T}}$  с определителем  $|UV^{T}| = -1$  [28, 29] описывает, помимо вращения, не аффинное преобразование зеркального отражения относительно оси Z, т.е. не является матрицей поворота по определению). Из матрицы поворота **R** могут быть извлечены углы Эйлера:

$$\varphi = \text{atan2}(-r_{31}, r_{11}),$$
  
 $\theta = \arcsin(r_{21}),$   
 $\psi = \text{atan2}(-r_{23}, r_{22}),$ 

где  $\varphi$ ,  $\theta$  и  $\psi$  – соответственно курс, тангаж и крен, а  $r_{ij}$ ,  $i,j=\overline{1,3}$ , — элементы матрицы **R**. В особых точках ( $\theta = \pm \pi/2$ ) курс вычисляется по формуле:

$$\varphi = \text{atan2}(-r_{13}, r_{33}).$$

## Результаты модельного эксперимента

Для исследования погрешности оценивания угловых и пространственных координат в пакете Mathcad была составлена математическая модель, в которой задавались геометрические размеры кластера (точки  $\mathbf{M}_{0i}$ ), матрица внутренних параметров камеры К, случайная ошибка оценивания пиксельных координат центра светового пятна репера на изображении  $\mathbf{\varepsilon}_{uv} = [\delta u, \delta v]^{\mathrm{T}}$ , где  $\delta u$  и  $\delta v$  – ошибки определения пиксельных координат по горизонтали и вертикали соответственно, и аффинные преобразования над кластером (поворот и перенос), определяемые соответственно матрицей поворота  ${\bf R}_0$  и вектором трансляции  $\mathbf{t}_0$ .

Результаты моделирования для камеры с матрицей внутренних параметров

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 1920 & 0 & 960 \\ 0 & 1080 & 540 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
, приведенные на рисун-

ках 3-5, получены путем усреднения результатов N = 100 статистически независимых экспериментов для кластера в форме правильного тетраэдра с длиной ребра L = 5 дм (далее – кластер 1), кластера с основанием в форме правильного треугольника (рисунок 2, а) с длиной стороны L = 5 дм и высотой H = 0.25L (далее – кластер 2) и ортоцентрического тетраэдра (рисунок 2, б) с основанием в виде правильного треугольника с длиной стороны L = 5 дм и высотой центрального репера H = 0.25L (далее – кластер 3). Компоненты вектора  $\mathbf{\varepsilon}_{uv}$  моделировались как случайные величины с равномерным законом распределения на интервале  $\pm \Delta \varepsilon$ . Дисторсия объектива камеры в модели не учитывалась (предполагалась скомпенсированной). Нелинейная оптимизация [21, 22] для уточнения 3D-координат, рассчитанных по (3)-(9), не использовалась.

На рисунке 3 показана зависимость абсолютной погрешности оценивания расстояния  $\Delta d$ до центра масс кластеров 1-3 в зависимости от линейного расстояния между камерой и кластером d. Моделирование выполнено для значения  $\Delta \varepsilon = 0.5$  пикселя (как показано в [22], для объектива реальной камеры с шириной поля зрения менее 90° указанная ошибка коррекции дисторсии характерна более чем для 80 % пикселей кадра). Как следует из результатов моделирования, геометрический фактор на расстояниях d < (20...30)L для кластеров 2 и 3 (абсолютная погрешность оценивания дальности до центра масс кластера 1 принята за эталонную) составляет  $\gamma_d = 1,1...1,25$   $\gamma_d = 1,2...1,8$ . В то же время на больших расстояниях (d > 30L) для кластера 3 наблюдается наибольшая дисперсия оценки дальности из-за большей вероятности взаимного перепутывания пиксельных координат реперов вершины и основания.

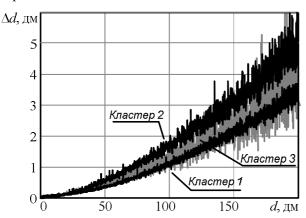


Рисунок 3 – Абсолютная ошибка оценивания дальности до центра кластера

На рисунке 4 приведена абсолютная погрешность суммарной ошибки оценивания угловых координат кластера  $\Delta\beta$  в зависимости от расстояния d до его центра масс: геометрические факторы для кластеров 2 и 3 составляют соответственно  $\gamma_{\beta}\approx 1,5$  и  $\gamma_{\beta}=2...2,5$ . Из полученных зависимостей видно, что оценка угловых координат с погрешностью порядка единиц градусов возможна только при d<(3...5)L, что, как правило, выполняется для систем целеуказания и дополненной реальности [3-7]. С увеличением высоты H погрешность  $\Delta\beta$  для кластеров 2 и 3

стремится к погрешности, обеспечиваемой кластером 1, однако это приводит к необходимости увеличения габаритных размеров объектаносителя кластера.

Зависимость погрешности оценивания дальности до объекта  $\Delta d$ , удаленного на d=20L, по кластеру 3 от погрешности оценивания пиксельных координат центров свечения его реперов  $\Delta \varepsilon$  имеет нелинейный характер (рисунок 5).

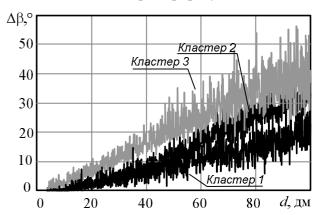


Рисунок 4 – Сумма абсолютных ошибок оценивания угловых координат кластера

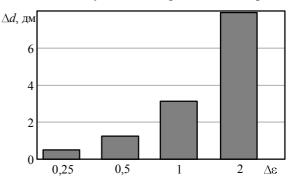


Рисунок 5 – Зависимость абсолютной ошибки оценивания дальности от погрешности оценивания пиксельных координат центра репера

Из результатов моделирования следует, что для камер с разрешением кадра не более 2 Мп на дальностях d < 20L и при погрешности оценивания пиксельных координат реперов  $\Delta \varepsilon \leq 0,5$  пикселя применение алгоритмов P4P (без процедур нелинейной оптимизации) позволяет оценивать декартовы координаты объекта с погрешностью не более единиц сантиметров.

## Заключение

Сравнительный анализ реперных кластеров из четырех светоизлучающих элементов показал, что при автономной навигации по реперным меткам с использованием камеры разрешением 2 Мп и алгоритма P4P для оценки дальности предпочтительным является использование кластера в форме ортоцентрического тетраэдра (геометрический фактор  $\gamma_d \le 1,25$ ), а для оценки

угловых координат — кластер, используемый в системах стыковки AVGS (геометрический фактор  $\gamma_{\beta} \leq 1,5$ ).

Проведенный анализ позволил оценить дальности (относительно геометрических размеров кластера), на которых оптические системы локальной навигации подвижных объектов, в том числе беспилотных наземных транспортных средств, обеспечивают погрешность оценивания декартовых координат порядка единиц сантиметров: d < (10...20)L. Поэтому установка кластеров со светоизлучателями, например, на инфраструктурных объектах по пути следования транспортного средства с применением средств Vehicle-to-Infrastructure (V2I) [30] для их включения/отключения может являться одним из способов решения задач автоматической парковки и маневрирования крупногабаритных автономных автомобилей в условиях ограниченного пространства и высотной застройки.

## Библиографический список

- 1. **Dvorak R., Drahansky M., Orsag F.** Object Surface Reconstruction from One Camera System // International Journal of Multimedia and Ubiquitous Engineering. 2010. Vol. 5, No. 2. P. 27-37.
- 2. **Pollefeys M., Nister D., Frahm J.-M. at al.** Detailed Real-Time Urban 3D Reconstruction from Video // International Journal of Computer Vision. 2008. Vol. 78, Is. 2-3. P. 143-167.
- 3. **Auer T., Pinz A**. The Integration of Optical and Magnetic Tracking for Multi-User Augmented Reality // Computers and Graphics. 1999. Vol. 23. P. 805-808.
- 4. Handbook of Augmented Reality / edited by B. Furth. New York: Springer, 2011. 745 p.
- 5. **Azuma R., Bishop G.** Improving Static and Dynamic Registration in an Optical See-through HMD // SIGGRAPH'94: Proc. of the 21<sup>th</sup> annual conference on Computer graphics and interactive techniques. New York: ACM, 1994. P. 197-204.
- 6. Алпатов Б. А., Балашов О. Е., Степашкин А. И. Измерение угловых координат линии визирования в оптических системах позиционирования // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2013. № 3 (45). С. 19-23.
- 7. **Larsson J., Blömqvist T.** The Cobra Helmet Mounted Display System for Gripen // Head- and Helmet-Mounted Displays XIII: Design and Applications: Proc. of SPIE, Vol. 6955. Orlando, 2008. P. 1-9.
- 8. Image-Guided Interventions: Technology and Applications / edited by T. Peters and K. Cleary. New York: Springer Science+Business Media, 2008. 557 p.
- 9. **Rövid A.** Machine Vision-based Measurement System for Vehicle Body Inspection // Acta Polytechnica Hungarica. 2013. Vol. 10, No. 5. P. 145-158.
- 10. Computer Vision ACCV 2014 Workshops. Part III / edited by C. V. Javahar and S. Shan. Singapore: Springer, 2014. 715 p.
- 11. Vision-Based Pose Estimation of Quadcopters using UKFs. Режим доступа: http://www.mit.edu/~

- shayegan/files/vision\_based\_pose\_estimation\_of\_quads.pdf (дата обращения: 05.03.16).
- 12. Зейналов Р. Ш., Якубенко А. А., Конушин А. С. Оценка траектории движения объекта с использованием инфракрасных маркеров: материалы 14-й междунар. конф. «Цифровая обработка сигналов и ее применение DSPA-12», Т. 2. М.: ИПУ РАН, 2012. С. 267-271.
- 13. **Саблина В. А., Беляева К. А.** Отслеживание точек лазерного подсвета на последовательности изображений калибровочного объекта // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2015. № 2 (54). С. 39-44.
- 14. **Prince S.** Computer vision: models, learning and inference. Cambridge: Cambridge University Press, 2012. 665 p.
- 15. **Fischler M. A., Bolles R. C.** Random sample consensus: a paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography // Communications of the ACM. 1981. Vol. 24, No. 6. P. 381-395.
- 16. **Hu Z. Y., Wu F. C.** A Note on the Number of Solutions of the Noncoplanar P4P Problem // IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence. 2002. Vol. 24, Is. 4. P. 550-555.
- 17. **Haralick R. M., Lee C.-N., Ottenberg K., Nölle M.** Review and analysis of solutions of the three point perspective pose estimation problem // International Journal of Computer Vision. 1994. Vol. 13, No. 3. P. 331-356.
- 18. **Finsterwalder S., Scheufele W.** Das Rückwätseinschneiden im Raum // Verlag Herbert Wichmann. 1937. P. 86-100.
- 19. **Quan L., Lan Z.** Linear N Point Camera Pose Determination // IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence. 1999. Vol. 21, No. 8. P. 774-780.
- 20. **Linnainmaa S., Harwood D., Davis L. S.** Pose Estimation of a Three-Dimensional Object Using Triangle Pairs // IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine intelligence. 1988. Vol. 10, No. 5. P. 634-647.
- 21. **Lowe D. G.** Three-Dimensional Object Recognition from Single Two-Dimensional Image // Artificial Intelligence. 1987. Vol. 31. P. 355-395.
- 22. **Кудинов И. А., Павлов О. В., Холопов И. С.** Реализация алгоритма определения пространственных координат и угловой ориентации объекта по реперным точкам, использующего информацию от одной камеры // Компьютерная оптика. 2015. Т. 39. № 3. С. 413-419.
- 23. **Grafarend E., Shan J.** Closed-form Solution of P4P or the Three-dimensional Resection Problem in terms of Möbius barycentric coordinates // Journal of Geodesy. 1997. Vol. 71. P. 217-231.
- 24. **Lepetit V., Moreno-Noguer F., Fua P.** EPnP: An Accurate O(n) Solution to the PnP Problem // International Journal of Computer Vision. 2009. Vol. 81, No. 2. P. 155-166.
- 25. Бакулев П. А., Сосновский А. А. Радионавигационные системы. М.: Радиотехника, 2005. 224 с.
- 26. Howard R. T., Johnston A. S., Bryan T. C., Book M. L. Advanced Video Guidance Sensor (AVGS) development testing // Spaceborne Sensors: Proc. of SPIE, Vol. 5418. Bellingham, 2004. P. 50-60.

- 27. **Bryan T. C. Howard R. T., Johnson J. E.** Next Generation Advanced Video Guidance Sensor // Aerospace Conference: Proc. of IEEE-AIAA. Big Sky, 2008. P. 1-8.
- 28. **Lorusso A., Eggert D., Fisher R.** A Comparison of Four Algorithms for Estimating 3-D Rigid Transformations: Proc. of the 4<sup>th</sup> British Machine Vision Conference. Birmingham, 1995. P. 237-246.
- 29. **Umeyama S.** Least-Squares Estimation of Transformation Parameters Between Two Point Patterns // IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence. 1991. Vol. 13, Is. 4. P. 376-380.
- 30. **McNamara D. A.** Michigan's Connected Vehicle Test Bed // Mission critical. 2013. Vol. 3, No. 2. P. 22-24.

UDC 681.513.3

# THE RESEARCH OF OBJECT COORDINATE MEASUREMENT ACCURACY BY THE OPTICAL MARKS IN AUTONOMOUS NAVIGATION SYSTEM

- A. I. Kalinkin, master, RSREU, Ryazan; san mozart@mail.ru
- V. I. Koshelev, PhD (technical sciences), full professor, Head of the Department, RSREU, Ryazan; koshelev.v.i@rsreu.ru
- I. S. Kholopov, PhD (technical sciences), associate professor, RSREU, Ryazan; kholopov.i.s@rsreu.ru

The aim of the work is the investigation of the potential achievable estimating error of the object coordinates on the information from a single calibrated camera for different configurations of reference light emitters, placed on the object. It is shown that solving Perspective-4-Point problem for estimating object Cartesian coordinates is preferable to placing four reference optical marks in the form of an orthocentrical tetrahedron with a base in the shape of an equilateral triangle, and for estimation of the angular coordinates – in the form of clusters, used in automatic docking systems.

**Key words:** PnP algorithms, cluster, SVD-decomposition, affine transformation, rotation matrix, Euler angles, geometric dilution of precision.

**DOI:** 10.21667/1995-4565-2016-58-4-10-17

## References

- 1. **Dvorak R., Drahansky M., Orsag F.** Object Surface Reconstruction from One Camera System. International Journal of Multimedia and Ubiquitous Engineering., 2010. Vol. 5, no. 2. pp. 27-37.
- 2. **Pollefeys M., Nister D., Frahm J.-M. at al.** Detailed Real-Time Urban 3D Reconstruction from Video. International Journal of Computer Vision, 2008. Vol. 78, Is. 2-3, pp. 143-167.
- 3. **Auer T., Pinz A**. The Integration of Optical and Magnetic Tracking for Multi-User Augmented Reality. Computers and Graphics, 1999. Vol. 23. pp. 805-808.
- 4. Handbook of Augmented Reality / edited by B. Furth, New York, Springer, 2011, 745 p.
- 5. **Azuma R., Bishop G.** Improving Static and Dynamic Registration in an Optical See-through HMD: in SIGGRAPH'94 Proc. of the 21<sup>th</sup> annual conference on Computer graphics and interactive techniques, New York, ACM, 1994. pp. 197-204.
- 6. Alpatov B. A., Balashov O. E., Stepashkin A. I. Izmerenie uglovykh koordinat linii vizirovanija v opticheskikh sistemakh pozitsionirovanija. Vestnik Rjazanskogo gosudarstvennogo radiotehnicheskogo universiteta, 2013, no. 45, pp. 19-23 (in Russian).
- 7. **Larsson J., Blömqvist T.** The Cobra Helmet Mounted Display System for Gripen: in Proc of SPIE

- Head- and Helmet-Mounted Displays XIII: Design and Applications, Orlando, 2008. pp. 1-9.
- 8. Image-Guided Interventions: Technology and Applications / edited by T. Peters and K. Cleary, New York, Springer Science+Business Media, 2008, 557 p.
- 9. **Rövid A.** Machine Vision-based Measurement System for Vehicle Body Inspection. Acta Polytechnica Hungarica. 2013. Vol. 10, no. 5. pp. 145-158.
- 10. Computer Vision ACCV 2014 Workshops. Part III / edited by C. V. Javahar and S. Shan, Singapore, Springer, 2014, 715 p.
- 11. Vision-Based Pose Estimation of Quadcopters using UKFs. URL: http://www.mit.edu/~shayegan/files/vision\_based\_pose\_ estimation\_of\_quads.pdf (time of request: 05.03.16).
- 12. **Zeynalov R. Sh., Yakubenko A. A., Konushin A. S.** Otsenka traektorii dvijeniya ob'ekta s ispol'zovaniem infrakrasnyh markerov: matirealy 14th mezhdunarodnoy konferentsii "Tsifrovaya obrabotka signalov i ee primenenie DSPA-12", Vol. 2, Moscow, IPU RAN, 2012, pp. 267-271 (in Russian).
- 13. **Sablina V. A., Belyaeva K. A.** Otslezhivanie tochek lazernogo podsveta na posledotel'nosti izobrajeniy kalibrovochnogo ob'ekta. Vestnik Rjazanskogo gosudarstvennogo radiotehnicheskogo universiteta. 2015, no. 54, pp. 39-44 (in Russian).

- 14. **Prince S.** Computer vision: models, learning and inference, Cambridge, Cambridge University Press, 2012, 665 p.
- 15. **Fischler M. A., Bolles R. C.** Random sample consensus: a paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography. Communications of the ACM, 1981, Vol. 24, no. 6, pp. 381-395.
- 16. **Hu Z. Y., Wu F. C.** A Note on the Number of Solutions of the Noncoplanar P4P Problem. IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2002, Vol. 24, Is. 4, pp. 550-555.
- 17. Haralick R. M., Lee C.-N., Ottenberg K., Nölle M. Review and analysis of solutions of the three point perspective pose estimation problem. International Journal of Computer Vision, 1994. Vol. 13, no. 3, pp. 331-356.
- 18. **Finsterwalder S., Scheufele W.** Das Rückwätseinschneiden im Raum. Verlag Herbert Wichmann, 1937, pp. 86-100.
- 19. **Quan L., Lan Z.** Linear N Point Camera Pose Determination. IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1999, Vol. 21, no. 8, pp. 774-780.
- 20. **Linnainmaa S., Harwood D., Davis L. S.** Pose Estimation of a Three-Dimensional Object Using Triangle Pairs. IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine intelligence, 1988, Vol. 10, no. 5, pp. 634-647.
- 21. **Lowe D. G.** Three-Dimensional Object Recognition from Single Two-Dimensional Image. Artificial Intelligence, 1987, Vol. 31, pp. 355-395.
- 22. **Kudinov I. A., Pavlov O. V., Kholopov I. S.** Realizatsija algoritma opredelenija prostranstvennykh koordinat i

- uglovoy orientatsii ob'ekta po repernym tochkam, ispolzujuschego informatsiju ot odnoy kamery. Kompjuternaja optika, 2015, Vol. 39, no. 3, pp. 413-419 (in Russian).
- 23. **Grafarend E., Shan J.** Closed-form Solution of P4P or the Three-dimensional Resection Problem in terms of Möbius barycentric coordinates. Journal of Geodesy, 1997, Vol. 71, pp. 217-231.
- 24. **Lepetit V., Moreno-Noguer F., Fua P.** EPnP: An Accurate O(n) Solution to the PnP Problem. International Journal of Computer Vision, 2009, Vol. 81, no. 2, pp. 155-166.
- 25. **Bakulev P. A., Sosnovskiy A. A.** Radionavigatsionnye sistemy, Moscow, Radiotekhnika, 2005, 224 p. (in Russian).
- 26. Howard R. T., Johnston A. S., Bryan T. C., Book M. L. Advanced Video Guidance Sensor (AVGS) development testing. Spaceborne Sensors: Proc. of SPIE, Vol. 5418, Bellingham, 2004, pp. 50-60.
- 27. **Bryan T. C. Howard R. T., Johnson J. E.** Next Generation Advanced Video Guidance Sensor. Aerospace Conference: Proc. of IEEE-AIAA, Big Sky, 2008, pp. 1-8.
- 28. **Lorusso A., Eggert D., Fisher R.** A Comparison of Four Algorithms for Estimating 3-D Rigid Transformations: Proc. of the 4<sup>th</sup> British Machine Vision Conference, Birmingham, 1995, pp. 237-246.
- 29. **Umeyama S.** Least-Squares Estimation of Transformation Parameters Between Two Point Patterns. IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1991, Vol. 13, Is. 4, pp. 376-380.
- 30. **McNamara D. A.** Michigan's Connected Vehicle Test Bed. Mission critical, 2013, Vol. 3, no. 2, pp. 22-24.