УДК 681.513.3

# ИССЛЕДОВАНИЕ ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ КООРДИНАТ ОБЪЕКТА В СИСТЕМЕ АВТОНОМНОЙ НАВИГАЦИИ ПО ОПТИЧЕСКИМ МЕТКАМ

А. И. Калинкин, магистрант кафедры РТС РГРТУ; san\_mozart@mail.ru

В. И. Кошелев, заведующий кафедрой РТС РГРТУ, д.т.н., профессор; koshelev.v.i@rsreu.ru

И. С. Холопов, к.т.н., доцент кафедры РТС РГРТУ; kholopov.i.s@rsreu.ru

Цель работы – исследование погрешности оценивания декартовых и угловых координат объекта с реперными светоизлучателями/светоотражателями различной геометрической конфигурации, наблюдаемыми одной откалиброванной камерой. Показано, что при решении задачи Perspective-4-Point для оценивания декартовых координат объекта предпочтительнее размещение четырех реперных излучателей в виде ортоцентрического тетраэдра с основанием в форме правильного треугольника, а для оценивания угловых координат – в виде кластеров, используемых в системах автоматической стыковки.

**Ключевые слова:** алгоритмы PnP, кластер, SVD-разложение, аффинное преобразование, матрица поворота, углы Эйлера, геометрический фактор.

DOI: 10.21667/1995-4565-2016-58-4-10-17

## Введение

Трехмерная (3D) реконструкция объектов по их видеоизображениям является актуальной задачей технического зрения [1, 2] и решается в системах дополненной и виртуальной реальности [3-5], системах целеуказания [6, 7], медицинских приложениях [8], в дистанционной диагностике поверхностей [9] и инфраструктурных объектов [10], для контроля местоположения беспилотных летательных аппаратов [11] и др. Частным случаем задачи 3D реконструкции является определение координат подвижных объектов по изображениям нанесенных на их поверхность светоизлучающих либо светоотражающих реперов [5 7, 12]. Применение реперных излучателей [3 8, 12] или систем подсвета [1, 9, 13] является альтернативой наиболее универсальным алгоритмам 3D реконструкции, основанным на поиске особых точек [14], которые, однако, имеют низкую эффективность при наблюдении малоконтрастных и однородных объектов и/или в условиях низкой освещенности.

## Геометрическая постановка задачи

Геометрические построения для решения задачи трехмерной реконструкции по совокупности реперных излучателей с априорной известной конфигурацией (в [7] для обозначения множества реперов используется термин «кластер») приведены на рисунке 1. Связь пространственных однородных 3D-координат *n* реперных точек объекта  $\mathbf{M}_{odni} = [X_i, Y_i, Z_i, 1]^T$ ,  $i = \overline{1, n}$ , в системе координат камеры (СКК) ОХҮZ с фокусным расстоянием объектива *f* и однородными пиксельными координатами их образов в плоскости изображения  $\mathbf{m}_i = [u_i, v_i, 1]^T$  при использовании математической модели проективной камеры определяется матрицей проекции **P** [14]:

$$\mathbf{m}_i = w_i \mathbf{P} \mathbf{M}_{o\partial hi}, \qquad (1)$$

где  $w_i = \mathbf{P}^{<3>} \mathbf{M}_{o\partial hi}$  – масштабный коэффициент, а символ  $^{<3>}$  обозначает третью строку матрицы.



Рисунок 1 – Геометрическая постановка задачи

При отсутствии дисторсионных искажений матрица **Р** представляется как произведение матрицы внутренних параметров камеры **К** и матрицы размерности 3х4, составленной из матрицы поворота СКК относительно внешней системы координат **R** и пристыкованного к ней

справа вектора-столбца переноса (трансляции) начала СКК во внешнюю систему координат **t**:

$$\mathbf{P} = \mathbf{K}[\mathbf{R} \mid \mathbf{t}]. \tag{2}$$

При использовании СКК камеры в качестве основной  $\mathbf{R} = \mathbf{I}$ ,  $\mathbf{t} = \mathbf{0}$ , поэтому (2) представимо в виде:

$$\mathbf{P} = [\mathbf{K} \,|\, \mathbf{0}],$$

где  $\mathbf{I}$  – единичная матрица,  $\mathbf{0} = [0, 0, 0]$ Т.

# Алгоритмы Р4Р

При компенсации дисторсионных искажений, характерных для объектива реальной камеры, решение задачи восстановления 3D-координат точек  $\mathbf{M}_i = [X_i, Y_i, Z_i]^{\mathrm{T}}$  по их изображениям **m** (рисунок 2),  $i=\overline{1,n}$ ,  $n\geq 3$ , обеспечивают алгоритмы Perspective-n-Point (PnP) [14]. Однозначное решение задачи 3D реконструкции существует [15] для *n*≥6 произвольно расположенных реперов и для n = 4 реперов, лежащих в одной плоскости, если на одной прямой лежат не более чем два из них. Для n = 4 не лежащих в одной плоскости реперов существует в общем случае [16] до *p* = 5 решений задачи Р4Р с неотрицательной координатой Z для всех реперов (наиболее распространенной ситуацией является наличие p = 2 решений [15]).

Идея алгоритмов *P*4*P* основана на решении системы из шести нелинейных уравнений:

$$s_{1}^{2} + s_{2}^{2} - 2\cos\alpha_{12}s_{1}s_{2} = R_{12}^{2},$$

$$s_{1}^{2} + s_{3}^{2} - 2\cos\alpha_{13}s_{1}s_{3} = R_{13}^{2},$$

$$s_{2}^{2} + s_{3}^{2} - 2\cos\alpha_{23}s_{2}s_{3} = R_{23}^{2},$$

$$s_{1}^{2} + s_{4}^{2} - 2\cos\alpha_{14}s_{1}s_{4} = R_{14}^{2},$$

$$s_{2}^{2} + s_{4}^{2} - 2\cos\alpha_{24}s_{2}s_{4} = R_{24}^{2},$$

$$s_{3}^{2} + s_{4}^{2} - 2\cos\alpha_{34}s_{3}s_{4} = R_{34}^{2}.$$
(3)

В системе (3) символами  $\alpha_{ij}$  обозначены углы между векторами, проведенными из начала СКК в точки  $\mathbf{M}_i$  и  $\mathbf{M}_j$ ,  $s_i$  – декартово расстояние от начала СКК до точки  $\mathbf{M}_i$  (если СКК на рисунке 1 принята за основную, то  $s_i = ||\mathbf{M}_i||$ ),  $\cos \alpha_{ij} = \mathbf{m}_i \mathbf{m}_j / [||\mathbf{m}_i||||\mathbf{m}_j||]$ ,  $R_{ij} = ||\mathbf{M}_{0i} - \mathbf{M}_{0j}||$ ,  $\mathbf{M}_{0i} = [X_{0i}, Y_{0i}, Z_{0i}, 1]^T$  – априорно известные однородные 3D-координаты реперных точек 1-4 в системе координат кластера,  $i, j = \overline{1,4}, i \neq j, ||\cdot||$  – два-норма вектора.

Для поиска решений задачи *P4P* первоначально решается задача *P3P* [17-20] для комбинаций реперов 1-2-3, 1-2-4 и 1-3-4. Далее для *р* найденных решений задачи *P3P* относительно расстояния *s*<sub>1</sub> по уравнениям 1, 2 и 4 системы (3) находятся возможные значения расстояний  $s_2^{(p)} - s_4^{(p)}$ . Затем по известным расстояниям  $s_i^{(p)}$ ,  $j = \overline{1, 4}$ , в соответствии с геометрическими построениями рисунка 1 восстанавливаются пространственные координаты реперов  $\mathbf{M}_i^{(p)}$ :

$$\mathbf{M}_{i}^{(p)} = s_{i}^{(p)} [u_{\mu i}, v_{\mu i}, 1]^{\mathrm{T}} / || \mathbf{m}_{\mu i} ||, \qquad (4)$$

где вектор нормированных однородных координат  $\mathbf{m}_{_{Hi}} = \mathbf{K}^{-1}\mathbf{m}_i$ , из которых исключаются  $p^*$  решений, для которых *Z*-координата  $\mathbf{M}_i^{(p)}$  меньше фокусного расстояния *f*, поскольку по постановке задачи *P*4*P* (рисунок 1) все реперы кластера должны располагаться перед камерой. Из оставшихся ( $p - p^*$ ) решений выбирается тот набор  $\mathbf{M}_i^{(p)}$ , который минимизирует либо дванорму вектора  $\Delta^{(p)}$ ,

$$\min \| \mathbf{\Delta}^{(k)}, \ k = \overline{\mathbf{I}, (p - p^*)},$$
$$\mathbf{\Delta}^{(k)} = [\| \mathbf{M}_1^{(k)} - \mathbf{M}_2^{(k)} \|, \| \mathbf{M}_1^{(k)} - \mathbf{M}_3^{(k)} \|, \| \mathbf{M}_2^{(k)} - \mathbf{M}_3^{(k)} \|, \\\| \mathbf{M}_1^{(k)} - \mathbf{M}_4^{(k)} \|, \| \mathbf{M}_2^{(k)} - \mathbf{M}_4^{(k)} \|, \| \mathbf{M}_3^{(k)} - \mathbf{M}_4^{(k)} \|]^{\mathrm{T}} - [R_{12}, R_{13}, R_{23}, R_{14}, R_{24}, R_{34}]^{\mathrm{T}},$$

либо квадрат два-нормы ошибки репроекции:

$$\min_{k} \sum_{i=1}^{4} \left\| \mathbf{m}_{i} - \mathbf{P}_{3x4} \mathbf{M}_{\text{одн}i}^{(k)} \right\|^{2}$$
(5)

Дальнейшее уточнение координат  $\mathbf{M}_i$ ,  $i=\overline{1,4}$ , может выполняться с использованием нелинейных алгоритмов Гаусса – Ньютона [21] или Левенберга – Марквардта [22].

В работе для оценивания 3D-координат реперов использовались аналитические выражения источника [23], где задача *P4P* решается с использованием аффинно инвариантных барицентрических координат Мёбиуса, что позволяет повысить вероятность правильного выбора единственного решения задачи *P4P*:

 $\mathbf{M}_{0odnc} = \lambda_1 \mathbf{M}_{0odn1} + \lambda_2 \mathbf{M}_{0odn2} + \lambda_3 \mathbf{M}_{0odn3} + \lambda_4 \mathbf{M}_{0odn4}$ , (6) где  $\mathbf{M}_{0odnc}$  – однородные координаты точки, из которой наблюдаются реперы с априорно известными однородными координатами  $\mathbf{M}_{0odn1}$ , а символ «0» обозначает координаты точки в системе координат реперного кластера. Для барицентрических координат  $\lambda_i$  по определению справедливо равенство:

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 = 1.$$

В [23] приводится доказательство справедливости формул для  $\lambda_i$  применительно к решению задачи *P4P*:

$$\begin{split} \lambda_{1} &= \sqrt{1 + 2c_{23}c_{24}c_{34} - (c_{23}^{2} + c_{24}^{2} + c_{34}^{2})}, \ \delta \ / \ s_{1}, \\ \lambda_{2} &= \pm \sqrt{1 + 2c_{13}c_{14}c_{34} - (c_{13}^{2} + c_{14}^{2} + c_{14}^{2})}, \ \delta \ / \ s_{2}, \end{split}$$

где для расчета значений  $s_2 - s_4$  используются уравнения 3, 5 и 6 системы (3) и вспомогательные параметры  $y_3 = s_3 / s_2$  и  $y_4 = s_4 / s_2$ ; значения  $y_3$  являются корнями уравнения 4-го порядка

$$C_4 y_3^4 + C_3 y_3^3 + C_2 y_3^2 + C_1 y_3 + C_0 = 0$$
 (8)  
с коэффициентами полинома

$$\begin{split} C_4 &= b_{23}(b_{34}-b_{23}-b_{24})^2 - a_{34}^2b_{23}^2b_{24},\\ C_3 &= (b_{34}-b_{23}-b_{24})[a_{24}a_{34}b_{23}^2+2a_{23}b_{23}(b_{34}-b_{24})]+\\ &+a_{34}b_{23}^2b_{24}(2a_{24}-a_{23}a_{34}),\\ C_2 &= b_{23}[a_{23}^2(b_{34}-b_{24})^2+\\ &+(b_{34}-b_{23}-b_{24})(b_{23}+b_{34}-b_{24})]+\\ &+a_{23}a_{24}a_{34}b_{23}^2(b_{24}+b_{34})+a_{34}^2b_{23}^2(b_{23}-b_{24})+\\ &+a_{24}^2b_{23}^2(b_{23}-b_{24}),\\ C_1 &= 2a_{23}b_{23}(b_{34}-b_{24})(b_{23}+b_{34}-b_{24})+\\ &+a_{24}a_{34}b_{23}^2(b_{34}+b_{24}-b_{23})-a_{23}a_{24}^2b_{23}^2b_{34},\\ y_4 &= [(b_{34}-b_{23}-b_{24})y_3^2+a_{23}(b_{34}-b_{24})y_3+\\ &+b_{23}+b_{34}-b_{24}](a_{34}b_{23}y_3-a_{24}b_{23})^{-1},\\ s_2 &= \sqrt{b_{23}(1+y_3^2+a_{23}y_3)^{-1}}, \ s_3 &= s_2y_3, \ s_4 &= s_2y_4; \end{split}$$
значения s\_1 являются корнями уравнения

$$B_{2}s_{1}^{2} + B_{1}s_{1} + B_{0} = 0, \qquad (9)$$

$$B_{2} = 3, \quad B_{1} = a_{12}s_{2} + a_{13}s_{3} + a_{14}s_{4}, \qquad B_{0} = s_{2}^{2} + s_{3}^{2} + s_{4}^{2} - (b_{23} + b_{24} + b_{34}), \qquad c_{ij} = \cos\alpha_{ij}, \quad b_{ij} = R_{ij}^{2}, \quad a_{ij} = -2c_{ij}, i, j = \overline{1, 4}, \quad i \neq j.$$

Наборам действительных неотрицательных значений  $\{s_1^{(p)}, s_2^{(p)}, s_3^{(p)}, s_4^{(p)}\}, p \le 4$ , ставятся в соответствие наборы барицентрических координат  $\lambda_i^{(p)}, i=\overline{1,4}$ , по (7). Из множества р возможных наборов действительных значений  $\lambda_i^{(p)}$ , полученных по (7)–(9), выбирается тот, при котором минимизируется

$$\min_{p} \left| \lambda_{1}^{(p)} + \lambda_{2}^{(p)} + \lambda_{3}^{(p)} + \lambda_{4}^{(p)} - 1 \right|,$$

после чего в системе координат кластера определяются однородные координаты начала СКК по (8) и находятся расстояния  $s_i$ ,  $i=\overline{1,4}$ , для подстановки в (4).

Поскольку из-за погрешностей при измерении пиксельных координат центров свечения реперов и расстояний  $R_{ij}$  корни уравнения (9)  $s_1^{(k)}$  могут иметь малую (порядка  $10^{-6}...10^{-4}$ )

мнимую составляющую, то в качестве решения в таких случаях принимается действительная часть комплексного числа –  $\text{Re}\{s_1^{(k)}\}$ .

В [24] показано, что решение задачи *P4P* с использованием барицентрических координат (6) также может быть сведено к решению СЛАУ из 2*n* линейных алгебраических уравнений с 12 неизвестными (3D-координатами точек  $\mathbf{M}_{0i}$ ,  $i=\overline{1,4}$ ) путем нахождения собственных векторов, соответствующих 1, 2, 3 или 4 минимальным собственным числам матрицы коэффициентов СЛАУ, и выбора единственного решения по критерию (5).

## Типы реперных кластеров

Погрешность оценивания координат в алгоритмах P4P, как и погрешность оценивания координат в спутниковых радионавигационных системах (СРНС) [25], зависит от взаимного пространственного положения опорных точек, т.е. для систем оптической навигации по аналогии с СРНС можно ввести понятие геометрического фактора  $\gamma$  — коэффициента, показывающего увеличение погрешности по сравнению с оптимальным расположением опорных точек: навигационных спутников для СРНС и реперных излучателей — для оптических навигационных систем (ОНС) соответственно.

Если максимальное расстояние между реперами кластера ОНС с априорно известной геометрической конфигурацией фиксировано, то наименьшая погрешность оценивания декартовых и угловых координат объекта обеспечивается при использовании кластера в форме правильного тетраэдра. Поскольку при нанесении таких кластеров на поверхность объектов, координаты которых предполагается оценивать, наличие репера в вершине тетраэдра приводит к увеличению габаритных размеров объекта (а для легких малогабаритных объектов - еще и к смещению центра тяжести), это вносит ограничение на их практическое применение. Поэтому на практике применяют кластеры с меньшей высотой вершины тетраэдра относительно плоскости основания.

В системах автоматической стыковки Advanced Video Guidance Sensor (AVGS) [26] и Next Generation Advanced Video Guidance Sensor (NGAVGS) [27] используется кластер в форме тетраэдра из 4-х светоотражателей, в котором репер вершины 4 проецируется на грань основания 1-2 (рисунок 2, а), причем его высота *H* меньше, чем длина ребер основания тетраэдра. Такое расположение позволяет в начальный момент времени выполнить автоматическую сортировку изображений реперов (поиск соответствий  $\mathbf{m}_i \leftrightarrow \mathbf{M}_i$ ,  $i=\overline{1,4}$ ) при произвольной их ориентации.

В системах дополненной и виртуальной реальности [4, 5], а также в системах целеуказания [7] чаще используется иной тип реперных кластеров – с таким расположением излучателей (рисунок 2,  $\delta$ ), при котором вершина 4 проецируется в точку центра масс треугольника основания 123. При этом полагают, что в начальный момент времени ориентация тетраэдра всегда такова, что позволяет по полученному изображению однозначно идентифицировать его реперные точки: для рисунка 2,  $\delta$  можно условно выделить «центральный» 4, «верхний» 3, «левый» 1 и «правый» 2 реперы.



## Рисунок 2 – Варианты взаимного расположения реперов в кластере: а – кластер систем AVGS и NGAVGS; б – кластер в форме ортоцентрического тетраэдра

После первоначальной оценки 3D-координат реперов автоматический поиск соответствий выполняется по критерию минимума ошибки репроекции (5) [12, 13, 15].

## Оценка угловых и декартовых координат объекта

По априорно известным 3D-координатам  $\mathbf{M}_{0i} = [X_{0i}, Y_{0i}, Z_{0i}]^{\mathrm{T}}$  и оцененным по алгоритму *P4P* координатам  $\mathbf{M}_i = [X_i, Y_i, Z_i]^{\mathrm{T}}, i = \overline{1, 4}$ , можно оценить матрицу поворота **R** и вектор трансляции **t**, используя критерий минимума квадрата ошибки результата аффинного преобразования [28, 29]. В работе для оценивания **R** и **t** использовался подход [29], основанный на использовании SVD-разложения, согласно которому

$$\mathbf{R} = \mathbf{U} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \det(\mathbf{U}\mathbf{V}^{\mathrm{T}}) \end{pmatrix} \mathbf{V}^{\mathrm{T}}, \qquad (10)$$
$$\mathbf{t} = \overline{\mathbf{M}}_{0} - \mathbf{R}\overline{\mathbf{M}},$$

где  $\overline{\mathbf{M}}_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{M}_{0i}$ ,  $\overline{\mathbf{M}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{M}_i$ , а матрицы U

и V получаются в результате SVD-разложения

матрицы 
$$\mathbf{H} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{M}_{0ci} \mathbf{M}_{ci}^{\mathrm{T}}$$
:

$$\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^{\mathrm{T}},$$

где  $\mathbf{M}_{0ci} = \mathbf{M}_{0i} - \overline{\mathbf{M}}_0$ ,  $\mathbf{M}_{ci} = \mathbf{M}_i - \overline{\mathbf{M}}$  – центрированные 3D-координаты.

Умножение на вспомогательную диагональную матрицу в (10) необходимо для того, чтобы матрица **R** являлась матрицей поворота и, в соответствии с ее свойствами, имела определитель det{**R**} = 1 (матрица  $UV^{T}$  с определителем  $|UV^{T}| = -1$  [28, 29] описывает, помимо вращения, не аффинное преобразование зеркального отражения относительно оси *Z*, т.е. не является матрицей поворота по определению). Из матрицы поворота **R** могут быть извлечены углы Эйлера:

$$\varphi = \operatorname{atan2}(-r_{31}, r_{11}),$$
  
 $\theta = \operatorname{arcsin}(r_{21}),$   
 $\psi = \operatorname{atan2}(-r_{23}, r_{22}),$ 

где  $\varphi$ ,  $\theta$  и  $\psi$  – соответственно курс, тангаж и крен, а  $r_{ij}$ ,  $i, j = \overline{1,3}$ , – элементы матрицы **R**. В особых точках ( $\theta = \pm \pi/2$ ) курс вычисляется по формуле:

$$\varphi = \operatorname{atan2}(-r_{13}, r_{33}).$$

## Результаты модельного эксперимента

Для исследования погрешности оценивания угловых и пространственных координат в пакете Mathcad была составлена математическая модель, в которой задавались геометрические размеры кластера (точки  $\mathbf{M}_{0i}$ ), матрица внутренних параметров камеры **K**, случайная ошибка оценивания пиксельных координат центра светового пятна репера на изображении  $\boldsymbol{\varepsilon}_{uv} = [\delta u, \delta v]^{\mathrm{T}}$ , где  $\delta u$  и  $\delta v$  – ошибки определения пиксельных координат по горизонтали и вертикали соответственно, и аффинные преобразования над кластером (поворот и перенос), определяемые соответственно матрицей поворота  $\mathbf{R}_0$  и вектором трансляции **t**<sub>0</sub>.

Результаты моделирования для камеры с матрицей внутренних параметров [1920 0 960]

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 0 & 1080 & 540 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
, приведенные на рисун-

ках 3–5, получены путем усреднения результатов N = 100 статистически независимых экспериментов для кластера в форме правильного тетраэдра с длиной ребра L = 5 дм (далее – кластер 1), кластера с основанием в форме правильного треугольника (рисунок 2, а) с длиной стороны L = 5 дм и высотой H = 0,25L (далее – кластер 2) и ортоцентрического тетраэдра (рисунок 2, б) с основанием в виде правильного треугольника с длиной стороны L = 5 дм и высотой центрального репера H = 0,25L (далее – кластер 3). Компоненты вектора  $\varepsilon_{uv}$  моделировались как случайные величины с равномерным законом распределения на интервале  $\pm \Delta \varepsilon$ . Дисторсия объектива камеры в модели не учитывалась (предполагалась скомпенсированной). Нелинейная оптимизация [21, 22] для уточнения 3D-координат, рассчитанных по (3)-(9), не использовалась.

На рисунке 3 показана зависимость абсолютной погрешности оценивания расстояния  $\Delta d$ до центра масс кластеров 1-3 в зависимости от линейного расстояния между камерой и кластером d. Моделирование выполнено для значения  $\Delta \varepsilon = 0,5$  пикселя (как показано в [22], для объектива реальной камеры с шириной поля зрения менее 90° указанная ошибка коррекции дисторсии характерна более чем для 80 % пикселей кадра). Как следует из результатов моделирования, геометрический фактор на расстояниях d < (20...30)L для кластеров 2 и 3 (абсолютная погрешность оценивания дальности до центра масс кластера 1 принята за эталонную) составляет  $\gamma_d = 1, 1...1, 25 \ \gamma_d = 1, 2...1, 8$ . В то же время на больших расстояниях (d > 30L) для кластера 3 наблюдается наибольшая дисперсия оценки дальности из-за большей вероятности взаимного перепутывания пиксельных координат реперов вершины и основания.





На рисунке 4 приведена абсолютная погрешность суммарной ошибки оценивания угловых координат кластера  $\Delta\beta$  в зависимости от расстояния *d* до его центра масс: геометрические факторы для кластеров 2 и 3 составляют соответственно  $\gamma_{\beta} \approx 1,5$  и  $\gamma_{\beta} = 2...2,5$ . Из полученных зависимостей видно, что оценка угловых координат с погрешностью порядка единиц градусов возможна только при d < (3...5)L, что, как правило, выполняется для систем целеуказания и дополненной реальности [3-7]. С увеличением высоты *H* погрешность  $\Delta\beta$  для кластеров 2 и 3 стремится к погрешности, обеспечиваемой кластером 1, однако это приводит к необходимости увеличения габаритных размеров объектаносителя кластера.

Зависимость погрешности оценивания дальности до объекта  $\Delta d$ , удаленного на d = 20L, по кластеру 3 от погрешности оценивания пиксельных координат центров свечения его реперов  $\Delta \varepsilon$  имеет нелинейный характер (рисунок 5).



Рисунок 5 – Зависимость абсолютной ошибки оценивания дальности от погрешности оценивания пиксельных координат центра репера

1

2

Δε

0,5

0,25

Из результатов моделирования следует, что для камер с разрешением кадра не более 2 Мп на дальностях d < 20L и при погрешности оценивания пиксельных координат реперов  $\Delta \varepsilon \le 0,5$  пикселя применение алгоритмов *P4P* (без процедур нелинейной оптимизации) позволяет оценивать декартовы координаты объекта с погрешностью не более единиц сантиметров.

## Заключение

Сравнительный анализ реперных кластеров из четырех светоизлучающих элементов показал, что при автономной навигации по реперным меткам с использованием камеры разрешением 2 Мп и алгоритма *P4P* для оценки дальности предпочтительным является использование кластера в форме ортоцентрического тетраэдра (геометрический фактор  $\gamma_d \leq 1,25$ ), а для оценки

угловых координат – кластер, используемый в системах стыковки AVGS (геометрический фактор  $\gamma_{\beta} \leq 1,5$ ).

Проведенный анализ позволил оценить дальности (относительно геометрических размеров кластера), на которых оптические системы локальной навигации подвижных объектов, в том числе беспилотных наземных транспортных средств, обеспечивают погрешность оценивания декартовых координат порядка единиц сантиметров: d < (10...20)L. Поэтому установка кластеров со светоизлучателями, например, на инфраструктурных объектах по пути следования транспортного средства с применением средств Vehicle-to-Infrastructure (V2I) [30] для их включения/отключения может являться одним из способов решения залач автоматической парковки и маневрирования крупногабаритных автономных автомобилей в условиях ограниченного пространства и высотной застройки.

## Библиографический список

1. **Dvorak R., Drahansky M., Orsag F.** Object Surface Reconstruction from One Camera System // International Journal of Multimedia and Ubiquitous Engineering. 2010. Vol. 5, No. 2. P. 27-37.

2. **Pollefeys M., Nister D., Frahm J.-M. at al.** Detailed Real-Time Urban 3D Reconstruction from Video // International Journal of Computer Vision. 2008. Vol. 78, Is. 2-3. P. 143-167.

3. Auer T., Pinz A. The Integration of Optical and Magnetic Tracking for Multi-User Augmented Reality // Computers and Graphics. 1999. Vol. 23. P. 805-808.

4. Handbook of Augmented Reality / edited by B. Furth. New York: Springer, 2011. 745 p.

5. Azuma R., Bishop G. Improving Static and Dynamic Registration in an Optical See-through HMD // SIGGRAPH'94: Proc. of the 21<sup>th</sup> annual conference on Computer graphics and interactive techniques. New York: ACM, 1994. P. 197-204.

6. Алпатов Б. А., Балашов О. Е., Степашкин А. И. Измерение угловых координат линии визирования в оптических системах позиционирования // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2013. № 3 (45). С. 19-23.

7. Larsson J., Blömqvist T. The Cobra Helmet Mounted Display System for Gripen // Head- and Helmet-Mounted Displays XIII: Design and Applications: Proc. of SPIE, Vol. 6955. Orlando, 2008. P. 1-9.

8. Image-Guided Interventions: Technology and Applications / edited by T. Peters and K. Cleary. New York: Springer Science+Business Media, 2008. 557 p.

9. **Rövid A.** Machine Vision-based Measurement System for Vehicle Body Inspection // Acta Polytechnica Hungarica. 2013. Vol. 10, No. 5. P. 145-158.

10. Computer Vision – ACCV 2014 Workshops. Part III / edited by C. V. Javahar and S. Shan. Singapore: Springer, 2014. 715 p.

11. Vision-Based Pose Estimation of Quadcopters using UKFs. Режим доступа: http://www.mit.edu/~

shayegan/files/vision\_based\_pose\_estimation\_of\_ quads.pdf (дата обращения: 05.03.16).

12. Зейналов Р. Ш., Якубенко А. А., Конушин А. С. Оценка траектории движения объекта с использованием инфракрасных маркеров: материалы 14-й междунар. конф. «Цифровая обработка сигналов и ее применение – DSPA-12», Т. 2. М.: ИПУ РАН, 2012. С. 267-271.

13. Саблина В. А., Беляева К. А. Отслеживание точек лазерного подсвета на последовательности изображений калибровочного объекта // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2015. № 2 (54). С. 39-44.

14. **Prince S.** Computer vision: models, learning and inference. Cambridge: Cambridge University Press, 2012. 665 p.

15. Fischler M. A., Bolles R. C. Random sample consensus: a paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography // Communications of the ACM. 1981. Vol. 24, No. 6. P. 381-395.

16. Hu Z. Y., Wu F. C. A Note on the Number of Solutions of the Noncoplanar P4P Problem // IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence. 2002. Vol. 24, Is. 4. P. 550-555.

17. Haralick R. M., Lee C.-N., Ottenberg K., Nölle M. Review and analysis of solutions of the three point perspective pose estimation problem // International Journal of Computer Vision. 1994. Vol. 13, No. 3. P. 331-356.

18. Finsterwalder S., Scheufele W. Das Rückwätseinschneiden im Raum // Verlag Herbert Wichmann. 1937. P. 86-100.

19. Quan L., Lan Z. Linear N Point Camera Pose Determination // IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence. 1999. Vol. 21, No. 8. P. 774-780.

20. Linnainmaa S., Harwood D., Davis L. S. Pose Estimation of a Three-Dimensional Object Using Triangle Pairs // IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine intelligence. 1988. Vol. 10, No. 5. P. 634-647.

21. Lowe D. G. Three-Dimensional Object Recognition from Single Two-Dimensional Image // Artificial Intelligence. 1987. Vol. 31. P. 355-395.

22. Кудинов И. А., Павлов О. В., Холопов И. С. Реализация алгоритма определения пространственных координат и угловой ориентации объекта по реперным точкам, использующего информацию от одной камеры // Компьютерная оптика. 2015. Т. 39. № 3. С. 413-419.

23. Grafarend E., Shan J. Closed-form Solution of P4P or the Three-dimensional Resection Problem in terms of Möbius barycentric coordinates // Journal of Geodesy. 1997. Vol. 71. P. 217-231.

24. Lepetit V., Moreno-Noguer F., Fua P. EPnP: An Accurate O(n) Solution to the PnP Problem // International Journal of Computer Vision. 2009. Vol. 81, No. 2. P. 155-166.

25. Бакулев П. А., Сосновский А. А. Радионавигационные системы. М.: Радиотехника, 2005. 224 с.

26. Howard R. T., Johnston A. S., Bryan T. C., Book M. L. Advanced Video Guidance Sensor (AVGS) development testing // Spaceborne Sensors: Proc. of SPIE, Vol. 5418. Bellingham, 2004. P. 50-60. 27. Bryan T. C. Howard R. T., Johnson J. E. Next Generation Advanced Video Guidance Sensor // Aerospace Conference: Proc. of IEEE-AIAA. Big Sky, 2008. P. 1-8.

28. Lorusso A., Eggert D., Fisher R. A Comparison of Four Algorithms for Estimating 3-D Rigid Transformations: Proc. of the 4<sup>th</sup> British Machine Vision Conference. Birmingham, 1995. P. 237-246.

29. Umeyama S. Least-Squares Estimation of Transformation Parameters Between Two Point Patterns // IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence. 1991. Vol. 13, Is. 4. P. 376-380.

30. McNamara D. A. Michigan's Connected Vehicle Test Bed // Mission critical. 2013. Vol. 3, No. 2. P. 22-24.

UDC 681.513.3

# THE RESEARCH OF OBJECT COORDINATE MEASUREMENT ACCURACY BY THE OPTICAL MARKS IN AUTONOMOUS NAVIGATION SYSTEM

A. I. Kalinkin, master, RSREU, Ryazan; san mozart@mail.ru

V. I. Koshelev, PhD (technical sciences), full professor, Head of the Department, RSREU, Ryazan; koshelev.v.i@rsreu.ru

I. S. Kholopov, PhD (technical sciences), associate professor, RSREU, Ryazan; kholopov.i.s@rsreu.ru

The aim of the work is the investigation of the potential achievable estimating error of the object coordinates on the information from a single calibrated camera for different configurations of reference light emitters, placed on the object. It is shown that solving Perspective-4-Point problem for estimating object Cartesian coordinates is preferable to placing four reference optical marks in the form of an orthocentrical tetrahedron with a base in the shape of an equilateral triangle, and for estimation of the angular coordinates – in the form of clusters, used in automatic docking systems.

*Key words: PnP algorithms, cluster, SVD-decomposition, affine transformation, rotation matrix, Euler angles, geometric dilution of precision.* 

DOI: 10.21667/1995-4565-2016-58-4-10-17

#### References

1. Dvorak R., Drahansky M., Orsag F. Object Surface Reconstruction from One Camera System. International Journal of Multimedia and Ubiquitous Engineering., 2010. Vol. 5, no. 2. pp. 27-37.

2. Pollefeys M., Nister D., Frahm J.-M. at al. Detailed Real-Time Urban 3D Reconstruction from Video. International Journal of Computer Vision, 2008. Vol. 78, Is. 2-3, pp. 143-167.

3. Auer T., Pinz A. The Integration of Optical and Magnetic Tracking for Multi-User Augmented Reality. Computers and Graphics, 1999. Vol. 23. pp. 805-808.

4. Handbook of Augmented Reality / edited by B. Furth, New York, Springer, 2011, 745 p.

5. Azuma R., Bishop G. Improving Static and Dynamic Registration in an Optical See-through HMD: in SIGGRAPH'94 Proc. of the 21<sup>th</sup> annual conference on Computer graphics and interactive techniques, New York, ACM, 1994. pp. 197-204.

6. Alpatov B. A., Balashov O. E., Stepashkin A. I. Izmerenie uglovykh koordinat linii vizirovanija v opticheskikh sistemakh pozitsionirovanija. Vestnik Rjazanskogo gosudarstvennogo radiotehnicheskogo universiteta, 2013, no. 45, pp. 19-23 (in Russian).

7. Larsson J., Blömqvist T. The Cobra Helmet Mounted Display System for Gripen: in Proc of SPIE Head- and Helmet-Mounted Displays XIII: Design and Applications, Orlando, 2008. pp. 1-9.

8. Image-Guided Interventions: Technology and Applications / edited by T. Peters and K. Cleary, New York, Springer Science+Business Media, 2008, 557 p.

9. **Rövid A.** Machine Vision-based Measurement System for Vehicle Body Inspection. Acta Polytechnica Hungarica. 2013. Vol. 10, no. 5. pp. 145-158.

10. Computer Vision – ACCV 2014 Workshops. Part III / edited by C. V. Javahar and S. Shan, Singapore, Springer, 2014, 715 p.

11. Vision-Based Pose Estimation of Quadcopters using UKFs. URL: http://www.mit.edu/~shayegan/files/vision\_based\_pose\_estimation\_of\_quads.pdf (time of request: 05.03.16).

12. Zeynalov R. Sh., Yakubenko A. A., Konushin A. S. Otsenka tracktorii dvijeniya ob'ekta s ispol'zovaniem infrakrasnyh markerov: matirealy 14th mezhdunarodnoy konferentsii "Tsifrovaya obrabotka signalov i ee primenenie – DSPA-12", Vol. 2, Moscow, IPU RAN, 2012, pp. 267-271 (in Russian).

13. **Sablina V. A., Belyaeva K. A.** Otslezhivanie tochek lazernogo podsveta na posledotel'nosti izobrajeniy kalibrovochnogo ob'ekta. Vestnik Rjazanskogo gosudarstvennogo radiotehnicheskogo universiteta. 2015, no. 54, pp. 39-44 (in Russian). 14. **Prince S.** Computer vision: models, learning and inference, Cambridge, Cambridge University Press, 2012, 665 p.

15. Fischler M. A., Bolles R. C. Random sample consensus: a paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography. Communications of the ACM, 1981, Vol. 24, no. 6, pp. 381-395.

16. Hu Z. Y., Wu F. C. A Note on the Number of Solutions of the Noncoplanar P4P Problem. IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2002, Vol. 24, Is. 4, pp. 550-555.

17. Haralick R. M., Lee C.-N., Ottenberg K., Nölle M. Review and analysis of solutions of the three point perspective pose estimation problem. International Journal of Computer Vision, 1994. Vol. 13, no. 3, pp. 331-356.

18. Finsterwalder S., Scheufele W. Das Rückwätseinschneiden im Raum. Verlag Herbert Wichmann, 1937, pp. 86-100.

19. Quan L., Lan Z. Linear N Point Camera Pose Determination. IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1999, Vol. 21, no. 8, pp. 774-780.

20. Linnainmaa S., Harwood D., Davis L. S. Pose Estimation of a Three-Dimensional Object Using Triangle Pairs. IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine intelligence, 1988, Vol. 10, no. 5, pp. 634-647.

21. Lowe D. G. Three-Dimensional Object Recognition from Single Two-Dimensional Image. Artificial Intelligence, 1987, Vol. 31, pp. 355-395.

22. Kudinov I. A., Pavlov O. V., Kholopov I. S. Realizatsija algoritma opredelenija prostranstvennykh koordinat i uglovoy orientatsii ob'ekta po repernym tochkam, ispolzujuschego informatsiju ot odnoy kamery. Kompjuternaja optika, 2015, Vol. 39, no. 3, pp. 413-419 (in Russian).

23. **Grafarend E., Shan J.** Closed-form Solution of P4P or the Three-dimensional Resection Problem in terms of Möbius barycentric coordinates. Journal of Geodesy, 1997, Vol. 71, pp. 217-231.

24. Lepetit V., Moreno-Noguer F., Fua P. EPnP: An Accurate O(n) Solution to the PnP Problem. International Journal of Computer Vision, 2009, Vol. 81, no. 2, pp. 155-166.

25. **Bakulev P. A., Sosnovskiy A. A.** Radionavigatsionnye sistemy, Moscow, Radiotekhnika, 2005, 224 p. (in Russian).

26. Howard R. T., Johnston A. S., Bryan T. C., Book M. L. Advanced Video Guidance Sensor (AVGS) development testing. Spaceborne Sensors: Proc. of SPIE, Vol. 5418, Bellingham, 2004, pp. 50-60.

27. Bryan T. C. Howard R. T., Johnson J. E. Next Generation Advanced Video Guidance Sensor. Aerospace Conference: Proc. of IEEE-AIAA, Big Sky, 2008, pp. 1-8.

28. Lorusso A., Eggert D., Fisher R. A Comparison of Four Algorithms for Estimating 3-D Rigid Transformations: Proc. of the 4<sup>th</sup> British Machine Vision Conference, Birmingham, 1995, pp. 237-246.

29. Umeyama S. Least-Squares Estimation of Transformation Parameters Between Two Point Patterns. IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1991, Vol. 13, Is. 4, pp. 376-380.

30. McNamara D. A. Michigan's Connected Vehicle Test Bed. Mission critical, 2013, Vol. 3, no. 2, pp. 22-24.