

РАДИОТЕХНИКА И СИСТЕМЫ СВЯЗИ

УДК 621.391

РЕАЛИЗАЦИЯ АЛГОРИТМА ИТЕРАТИВНОГО ДЕКОДИРОВАНИЯ ЧЕЙЗА-ПИНДИАХА ДЛЯ БЛОКОВЫХ ТУРБОКОДОВ НА ОСНОВЕ КОДОВ ХЭММИНГА

С. М. Каданцев, начальник цикла боевой подготовки МЦП и БП войск РЭБ, Тамбов, Россия;
orcid.org/0000-0001-8238-2273, e-mail: sergey220@list.ru

П. А. Казак, начальник отделения отдела МЦП и БП войск РЭБ, Тамбов, Россия;
orcid.org/0000-0002-8749-5290, e-mail: kazak-pavel.89@yandex.ru

Н. С. Корж, оператор научной роты МЦП и БП войск РЭБ, Тамбов, Россия;
orcid.org/0000-0002-8496-8830, e-mail: nik.korzh.2018@mail.ru

*Проводится исследование помехоустойчивости блочного турбокода Хэмминга (195,99) для случая его применения в стандарте цифровой подвижной радиосвязи DMR. Рассматриваются процессы канального кодирования, образования символьного массива, а также итеративного декодирования сигнально-помеховой смеси принятой реализации. Отдельное внимание уделяется тематике вероятностного определения битовых решений нетривиальной сигнально-кодовой конструкции. Актуальность исследования продиктована необходимостью всестороннего изучения помехоустойчивости DMR сигнала. **Целью работы** является описание особенностей процедуры мягкого приема 4FSK сигнала на основе логарифмического отношения правдоподобия, сравнение результатов декодирования кодовых конструкций с помощью алгоритма Чейза-Пиндиаха с некодированной информацией, передаваемой с применением 4FSK модуляции; определение оптимального количества итераций декодирования турбокода в условиях низкого SNR.*

Ключевые слова: итеративное декодирование, код Хэмминга, блочный турбокод, помехоустойчивость, алгоритм декодирования, Чейз, Пиндиах, SNR, отношение правдоподобия, мягкие решения, субоптимальный алгоритм, 4FSK модуляция, стандарт DMR, цифровая радиосвязь.

DOI: 10.21667/1995-4565-2019-70-98-106

Введение

На протяжении последних десятилетий объем передаваемой в телекоммуникационных системах информации неизменно растет. Одновременно повышаются требования к скорости и качеству передачи данных. Одним из способов соблюдения указанных требований является применение помехоустойчивого кодирования. При этом важной считается задача выбора кодовой конструкции сообщения для инфокоммуникационной системы. В 1993 году К. Берроу, А. Главье, П. Цитимаджимой [1] была предложена конструкция, образованная комбинацией двух сверточных кодов, которая получила название турбокод.

В результате повышенной помехоустойчивости (на 2-4 дБ) по сравнению с линейными кодами, турбокоды нашли широкое применение во всех передовых системах связи: протоколы беспроводной передачи данных, мобильные сети, цифровое телевидение, спутниковая и транкинговая связь. В данной работе, в частности, рассматриваются блочные турбокоды, а также процедуры их декодирования и исправления ошибок применительно к стандарту цифровой подвижной радиосвязи DMR.

Постановка задачи

Достоинством стандарта DMR является способность оборудования устойчиво функционировать в сложной сигнально-помеховой обстановке. Согласно требованиям [2] аппаратура обеспечивает качественный прием сигналов при SNR не ниже 12 дБ. Энергетический порог связан, в первую очередь, с корректирующей способностью используемого в стандарте кода. Спецификацией [3] установлено, что данные команды управления и контроля на физическом уровне кодируются блоковым турбокодом Хэмминга (195,99). Поэтому, с практической точки зрения, тема исследования алгоритмов декодирования указанного кода представляет особый интерес.

Пожалуй, одной из самых монументальных работ, освещающей как методы построения турбокодов, так и основные принципы их декодирования, является книга [4]. Большинство публикаций, в которых рассматриваются различные алгоритмы декодирования посвящены циклическим турбокодам. Так, в статье [5] проводится сравнение процедур жесткого и мягкого итеративного декодирования БЧХ (256,121), (1024,676), (4096,3249), (16384,1440) турбокодов. В ходе исследования установлено, что преимущество итеративного метода для всех перечисленных кодов превышает 10 дБ. В публикации [6] представлен алгоритм итеративного декодирования блоковых турбокодов на основе расширенных кодов Хэмминга. Показано, что для $SNR > 4$ дБ вероятность ошибочного приема битовой комбинации $P < 10^{-4}$. Принципы декодирования, применяемые в указанных работах, базируются на методе, предложенном Р. Пиндиахом [7], с использованием алгоритма Чейза-II.

Часть авторов в своих исследованиях не раскрывает особенностей мягкого декодирования реализаций символьного массива. Однако стоит учесть, что в стандарте DMR используется 4FSK модуляция, что усложняет процесс декодирования на приемном конце канала связи. Алгоритмы перехода от символьного к битовым представлениям кодовых слов в основном излагаются в англоязычных источниках [8-10], в которых описываются этапы моделирования М-позиционных PSK и QAM сигналов.

Несмотря на большое количество материалов, посвященных анализу помехоустойчивости турбокодов, до сих пор не проводились расчеты исправляющей способности базового кода в стандарте DMR. Рассмотрим процесс турбодекодирования с применением алгоритма Чейза-Пиндиаха реализации DMR сигнала с выхода 4FSK демодулятора после прохождения по каналу передачи информации с аддитивным белым гауссовским шумом (БГШ).

Описание алгоритма

Пусть F – блоковый турбокод размерностью (195,99), каждый столбец которого является словом $C_1(n_1, k_1, d_1)$, а строка словом $C_2(n_2, k_2, d_2)$ систематического линейного блокового кода Хэмминга (13,9,3) и (15,11,3) соответственно, где n – размерность кодового слова, k – размерность информационного слова, d – минимальное кодовое расстояние по Хэммингу, а $p = n - k$ – проверочные символы. Конструкция массива F представлена на рисунке 1.

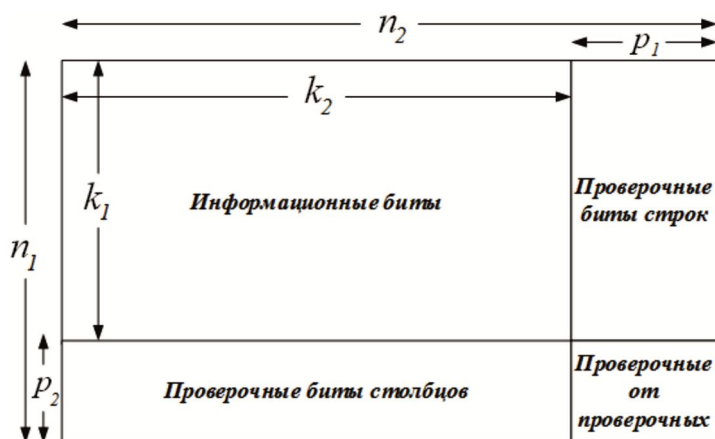


Рисунок 1 – Конструкция турбокода
Figure 1 – Turbo-code construction

Для передачи по каналу связи из турбокода F формируется символьное слово $S\{-3,-1,1,3\}$ в соответствии с законом 4FSK модуляции на основе кода Грея (таблица 1).

Таблица 1 – Соответствие двух битовых комбинаций символам девиации частоты
Table 1 – Mapping of two bit combinations to frequency deviation symbols

Биты информации		Символы
c_1	c_0	s
0	1	3
0	0	1
1	0	-1
1	1	-3

Тогда на вход приемного устройства поступит реализация S' , представляющая собой аддитивную смесь полезного сигнала S с БГШ. Декодирование принятой смеси с использованием алгоритма Чейза – Пиндиаха требует выполнения следующих операций.

1. Расчет мягких решений.

В работах [11, 12] был предложен метод мягкого декодирования сигнала с М-позиционной модуляцией, основанный на принципе максимума апостериорной вероятности. В качестве метрики использовалось логарифмическое отношение правдоподобия (LLR – logarithm likelihood ratio) как вещественное представление мягкого решения вне декодера. Для случая применения 4FSK модуляции функция распределения плотности вероятности при передаче сигнала по каналу с БГШ показана на рисунке 2.

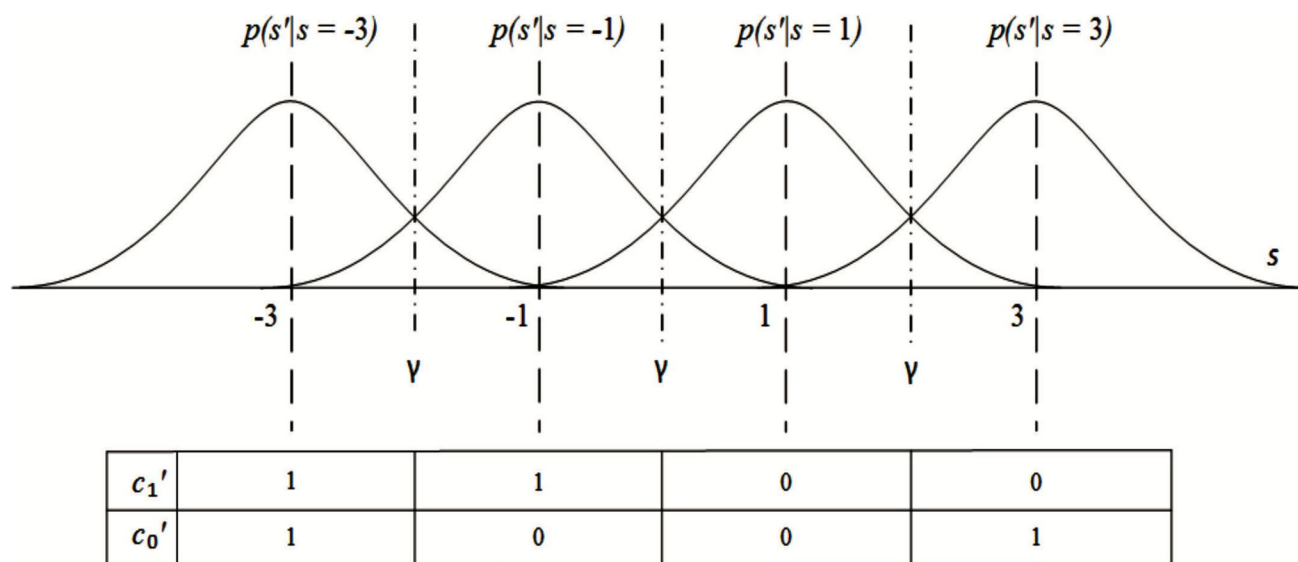


Рисунок 2 – Функции правдоподобия
Figure 2 – Likelihood function

LLR старшего бита информации c'_{i1} определяется из условия (1):

$$LLR(c'_{i1}|s_i) = \ln \frac{p(s_i = -1/s'_i) + p(s_i = -3/s'_i)}{p(s_i = 1/s'_i) + p(s_i = 3/s'_i)}. \quad (1)$$

Для младшего c'_{i0} (2):

$$LLR(c'_{i0}|s_i) = \ln \frac{p(s_i = 3/s'_i) + p(s_i = -3/s'_i)}{p(s_i = 1/s'_i) + p(s_i = -1/s'_i)}. \quad (2)$$

С учетом соотношений (1) и (2) LLR бита информации, принятого в момент времени i , имеет следующий вид (3):

$$LLR(c'_i | s_i) = \ln \frac{\sum_{j=0}^1 \exp[-\frac{1}{2\sigma^2} (s'_i - s_i(1, j))^2]}{\sum_{j=0}^1 \exp[-\frac{1}{2\sigma^2} (s'_i - s_i(0, j))^2]}, \quad (3)$$

где $\sigma^2 = 1$ – дисперсия помехи в канале связи с БГШ; j – позиция бита c'_i в зависимости от символа s'_i .

Изложенный метод нахождения логарифмического отношения правдоподобия не подходит для аппаратного внедрения в связи со сложностью вычислений. Процесс расчета существенно упрощается с использованием аппроксимации. Так, в работе [13] рассматривается субоптимальный алгоритм, который значительно облегчает форму вычислений путем отхода от функций логарифма и экспоненты. При использовании такого способа мягкие решения r_i массива R будут рассчитываться по формуле (4):

$$r_i = LLR(c'_i | s_i) = \frac{1}{2\sigma^2} [\min(s'_i - s_i(0, j))^2 - \min(s'_i - s_i(1, j))^2]. \quad (4)$$

Соответствие бит информации c'_i мягким решениям r_i определяется из условия (5):

$$c'_i = 0,5(\text{sign}(r_i) + 1). \quad (5)$$

2. Формирование векторов – кандидатов.

У кодов Хэмминга (13, 9, 3) и (15, 11, 3) минимальное кодовое расстояние $d_{\min} = 3$. При построчном (постолбцовом) декодировании матрицы исправляющая способность кода t рассчитывается из условия (6):

$$t = \left\lfloor \frac{d_{\min} - 1}{2} \right\rfloor = 1. \quad (6)$$

В случае итеративного декодирования турбокода требуется определить положение t менее надежных элементов строки (столбца) на основе значений их мягких решений. Р. Пиндиях в работе [7] предложил учитывать количество таких позиций с учетом минимальной дистанции по Хэммингу (7):

$$t = \left\lfloor \frac{d_1 \times d_2}{2} \right\rfloor = 4. \quad (7)$$

Для каждой строки R_m , $m = 1, 2, \dots, 13$ массива R определяется $t = 4$ минимальных абсолютных значений r_i и формируется множество ошибок $T\{0, 1\}$, включающее 2^t возможных битовых комбинаций. С учетом множества ошибок формируются пробные слова $X_1 \dots X_{16}$, битовые значения которых определяются аналогично условию (5). Из пробных слов отбираются векторы – кандидаты X_l , которые при алгебраическом синдромном декодировании (8) дают нулевой синдром S .

$$S = X \times H^T, \quad (8)$$

где H^T – транспонированная проверочная матрица кода Хэмминга.

3. Определение главного кандидата и вычисление вектора приращений.

Из множества векторов – кандидатов главным считается тот, который удовлетворяет условию (9):

$$k_i = \sum_{i=1}^{15} (r_{m,i} - \tilde{x}_{l,i})^2 \rightarrow \min, \quad (9)$$

где k_l – коэффициент корреляции векторов – кандидатов с каждой строкой R_m ,

$\tilde{x}_{l,i}$ – i -й элемент вектора – кандидата X_l , определяемый как (10):

$$\tilde{x}_{l,i} = 2x_{l,i} - 1. \quad (10)$$

Коэффициент корреляции показывает, насколько кандидат X_i соответствует мягким решениям R_m . Вектор $\tilde{X}'$, для которого коэффициент корреляции k' является минимальным, используется для дальнейшего расчета приращений R'_m из выражения (11):

$$R'_m = \beta \times \tilde{X}', \quad (11)$$

где $\beta = \frac{k'' - k'}{4}$ – параметр итеративного декодирования, а k'' – коэффициент корреляции, ближайший к минимальному.

Вычисление векторов приращений R'_m необходимо для формирования вспомогательной матрицы W . Во время первого декодирования эта матрица инициализируется нулем. При последующих итерациях массив W рассчитывается как (12):

$$W = R' - R. \quad (12)$$

В частном случае, когда кандидат X , определяемый алгебраическим синдромным декодированием, существует в единственном роде, параметр β задается скалярным значением либо вектором длиной q , где q – количество итераций турбодекодирования, а вспомогательная матрица формируется из массива приращений $W = R'_m$.

4. Сглаживание приращений и формирование нового массива.

Алгоритм турбодекодирования Чейза-Пиндиаха предусматривает использование в каждой итерации коэффициента нормализации α . Его применение направлено на сглаживание приращений R' при формировании матрицы мягких решений для повторных этапов $\dot{R}$ (13).

$$\dot{R} = \alpha W + R. \quad (13)$$

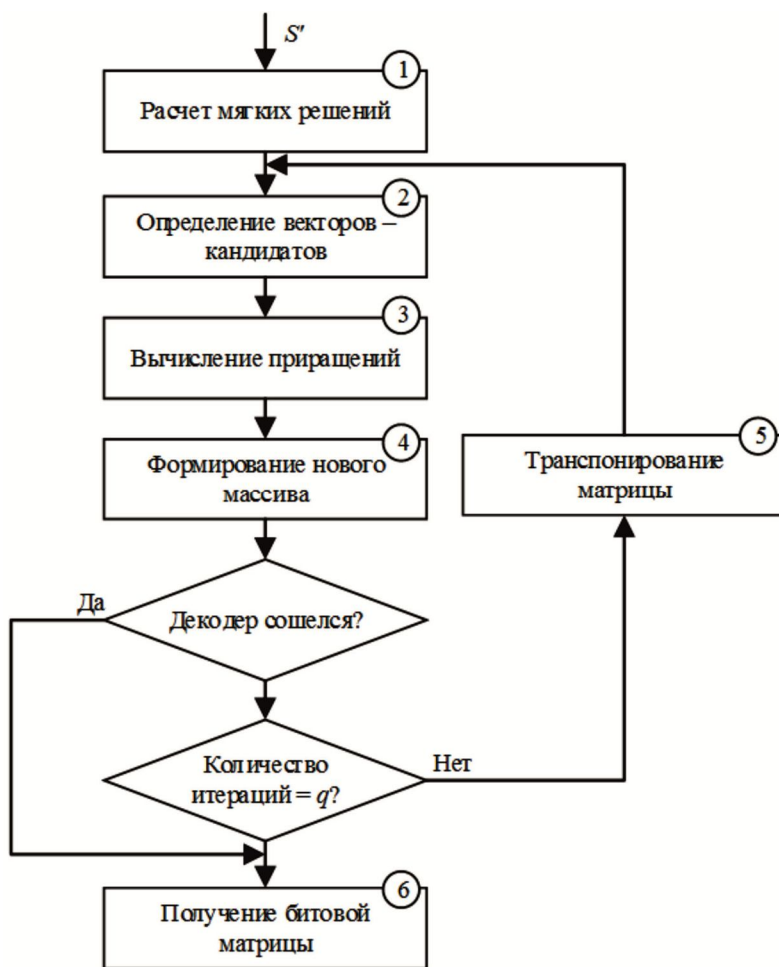


Рисунок 3 – Алгоритм итеративного декодирования Чейза-Пиндиаха
Figure 3 – Pyndiah-Chase iterative decoding algorithm

5. Повторение итераций турбодекодирования.

На этапах 2 – 4 алгоритма были рассмотрены процедуры мягкого декодирования строк R_m массива решений R , в результате чего получается массив $\hat{R}$. Решения массива $\hat{R}$ служат исходными данными для выполнения очередной итерации мягкого декодирования столбцов. Количество таких итераций q , как правило, не превышает 8 – 10 раз. В частности, в диссертации [14] отмечается, что после 8 повторений декодера рост производительности алгоритма значительным образом замедляется.

6. Получение битовой матрицы.

Последним этапом процесса турбодекодирования является получение битовой матрицы C' , элементы которой определяются в соответствии с условием (5).

Блок-схема алгоритма итеративного турбодекодирования Чейза-Пиндиаха приведена на рисунке 3.

В том случае, когда во время выполнения очередного цикла декодирования не происходит смены знака мягких решений, говорят, что декодер сошелся. При этом допускается досрочная остановка процесса и выход из алгоритма. Дополнительной проверкой сходимости декодера, применительно к стандарту DMR, может служить, например, использование контрольной суммы обнаружения ошибок CRC, входящей в состав информационного сообщения.

Исследование помехоустойчивости турбокода

Общепринятой оценкой энергетической эффективности кодирования является величина BER (bit error rate) при заданном соотношении энергии сигнала, приходящейся на бит информации, к спектральной плотности мощности шума – E_b/N_0 . При этом выигрыш применения различного вида кодов зависит от энергетической эффективности некодированной информации, переданной таким же способом. Теоретическая зависимость $BER(E_b/N_0)$ для 4FSK сигнала приведена на рисунке 4. Практический расчет вероятности битовой ошибки некодированного 4FSK сигнала предполагает вычисление соотношения E_b/N_0 при известном SNR (signal noise ratio) в канале с БГШ (14).

$$E_b / N_0 [\text{дБ}] = SNR[\text{дБ}] - 10 \lg(R / W) - 10 \lg(m), \quad (14)$$

где W – ширина полосы; R – битовая скорость; m – число битов, передаваемых одним символом.

В том случае, когда информационное слово, кодированное кодами Хэмминга (13,9,3), (15, 11, 3), аналогичным образом передается по каналу с БГШ, выражение (14) приобретает следующий вид (15):

$$E_b / N_0 [\text{дБ}] = SNR[\text{дБ}] - 10 \lg(R / W) - 10 \lg(m) + 10 \lg(R_c), \quad (15)$$

где $R_c = k/n \approx 0,5$ – скорость кода.

С учетом (14, 15), на основе алгоритма итеративного декодирования Чейза – Пиндиаха было реализовано программное моделирование процесса. Сформированный турбокод (195,99) подвергался перемежению и поступал на вход 4FSK модулятора с параметрами (девиация $D = 1,944$ кГц; индекс модуляции $m_f = 0,27$, символьная скорость $R_s = 4,8$ кГц), выбранными с учетом спецификации [3] стандарта DMR. После прохождения сигнала по каналу с БГШ и демодуляции принятой смеси, осуществлялось мягкое итеративное декодирование кодовой конструкции. Результаты моделирования показаны на рисунке 4.

На рисунке отображены кривые, показывающие зависимость вероятности битовых ошибок для различного числа итераций декодера. При увеличении количества итераций величина BER уменьшается. Наилучшие результаты достигаются при числе итераций $N = 8$. При дальнейшем декодировании значительного прироста производительности не наблюдается. Из графиков видно, что энергетический выигрыш применения алгоритма итеративного декодирования турбокода (195,99) со скоростью $R_c \approx 0,5$ при значении, например, $BER = 10^{-5}$ составляет порядка 2,9 дБ.

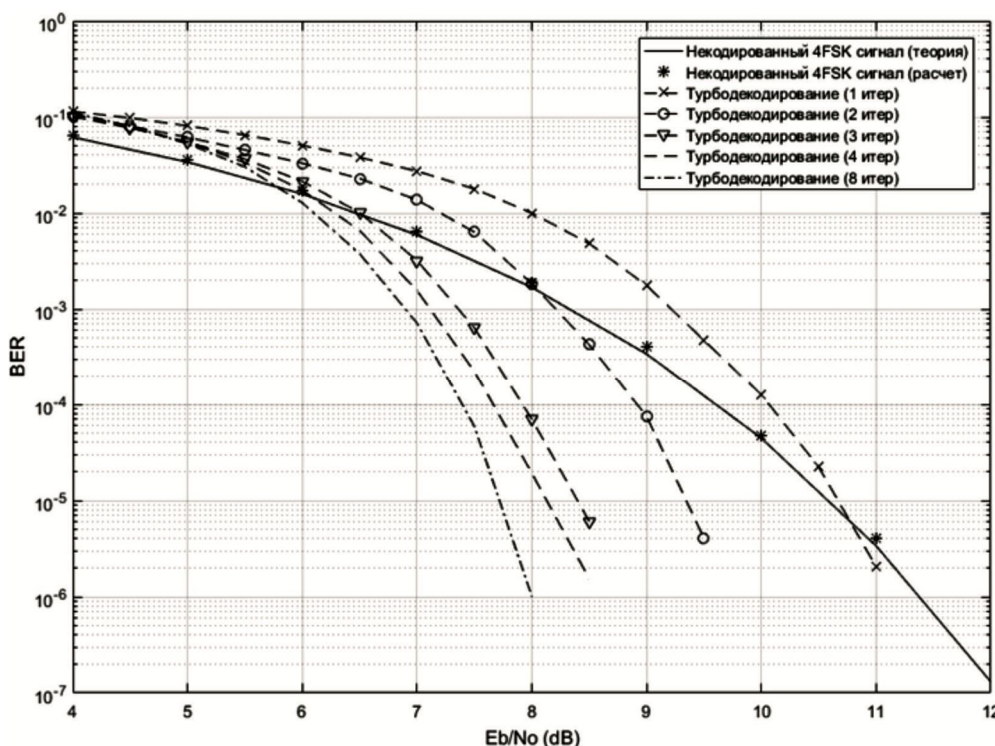


Рисунок 4 – Зависимость вероятности ошибочного приема бита от E_b/N_0

Figure 4 – Bit reception mismatch probability dependence from E_b/N_0

Заключение

В работе представлен алгоритм итеративного декодирования Чейза-Пиндияха для блочных турбокодов Хэмминга. Реализован программный модуль оценки помехоустойчивости, и проведено исследование помехоустойчивости турбокода (195,99) на основе кодов Хэмминга, как к базовой кодовой конструкции сообщения стандарта цифровой радиосвязи DMR. Уделено внимание теме вероятностного определения битовых решений при использовании 4FSK модуляции сигнала.

Показано, что правильный прием с вероятностью появления битовой ошибки $P < 10^{-5}$ возможен при E_b/N_0 от 8 дБ и более. Энергетический выигрыш, по сравнению с некодированным 4FSK сигналом, составляет около 2,9 дБ. Отмечено, что для рассмотренного алгоритма нецелесообразно использовать более 8 итераций декодирования. При увеличении числа повторений цикла декодера наблюдается значительный спад его эффективности.

Библиографический список

1. Berrou C. Near Shannon Limit Error-Correcting Coding and Decoding: Turbo Codes. C. Berrou, A. Glavieux, P. Thitimajshima. IEEE Proceedings of the Int. Conf. on Communications, 1993. 1064 p.
2. ETSI EN 300 113-1. Electromagnetic compatibility and Radio spectrum Matters (ERM); Land mobile service; Radio equipment intended for the transmission of data (and/or speech) using constant or non-constant envelope modulation and having an antenna connector; Part 1: Technical characteristics and methods of measurement // ETSI (European Telecommunications Standards Institutes). Sophia Antipolis, 2011. 95 p.
3. ETSI TS 102 361-1. Electromagnetic compatibility and Radio spectrum Matters (ERM); Digital Mobile Radio (DMR) Systems; Part 1: DMR Air Interface (AI) protocol // ETSI (European Telecommunications Standards Institutes). Sophia Antipolis, 2016. 177 p.
4. Glavieux A. Chanel coding in Communication Networks From Theory to Turbocodes. A. Glavieux. ISTE, 2007. 417 p.
5. Husameldin M. Turbo Product Codes: Applications, Challenges and Future Directions. M. Husameldin, A. Al-Dweik. IEEE Communications Surveys & Tutorials. 2016, pp. 1-17.
6. Назаров Л. Е. Реализация алгоритмов итеративного приема блочных турбо-кодов / Л. Е. Назаров, И. В. Головкин. Цифровая обработка сигналов. 2009, no. 4, pp. 37-40.

7. **Pyndiah R. M.** Near-optimum decoding of product codes: block turbo-codes. R. M. Pyndiah // IEEE Transactions on Communication. 1998, vol. 46, no. 8, pp. 1003-1010.
8. **Jianping L.** Simplified Soft-output Demapper Based on a Linear Transformation Technique for M-ary PSK / L. Jianping, S. Yameng // Sensors & Transducers. 2014, pp. 182-188.
9. **Arar M.** Simplified LLRs for the Decoding of Single Parity Check Turbo Product Codes Transmitted Using 16QAM. M. Arar, C. D'Amours, A. Yongacoglu. ResearchGate. 2007, pp. 2-4.
10. **Morelos-Zaragoza R. H.** On Iterative Decoding of Two-Level Superposition Codes for Cooperative Broadcasting Based on QPSK and 4-PAM Constellations. R. H. Morelos-Zaragoza. SJSU ScholarWorks. 2010, pp. 2369-2374.
11. **Скляр Б.** Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение, 2-е издание / Б. Скляр; пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2003. 1104 с.
12. **Robertson P.** A Comparison of Optimal and Sub-Optimal MAP Decoding Algorithms Operating in the Log Domain. P. Robertson, E. Villebrun, P. Hoeher. 1995, pp. 1009-1013.
13. **Ali U.** When A high throughput architecture for a low complexity soft-output demapping algorithm. U. Ali, N. Wasenmüller. 2015, pp. 73-80.
14. **Акхмалходжаев А. И.** Разработка и исследование эффективных алгоритмов декодирования турбокодов в системах мобильной связи : дис. ... канд. экон. наук : 05.12.13 / Акмаил Илхомович Акхмалходжаев ; С.-Петербург. гос. ун-т аэрокосмического приборостроения. СПб., 2015. 126 с.

UDC 621.391

IMPLEMENTATION OF THE PYNDIAH-CHASE ITERATIVE DECODING ALGORITHM FOR HAMMING BLOCK TURBO CODES

S. M. Kadantcev, department head, CTCUEWT, Tambov, Russia;

orcid.org/0000-0001-8238-2273, e-mail: sergey220@list.ru

P. A. Kazak, head of department branch, CTCUEWT, Tambov, Russia;

orcid.org/0000-0002-8749-5290, e-mail: kazak-pavel.89@yandex.ru

N. S. Korzh, scientific company operator, CTCUEWT, Tambov, Russia;

orcid.org/0000-0002-8496-8830, e-mail: nik.korzh.2018@mail.ru

*The work studying noise immunity of Hamming block turbo code (195,99) for the case of its application in the standard of digital radio mobility DMR is carried out. We focus on the processes of channel decoding, the formation of symbolic array, as well as iterative decoding of signal-interfering mixture of adopted implementation. Special attention is paid to the subject of probabilistic determination of bit solutions with non-trivial signal-code construction. The relevance of the study is dictated by the need of a comprehensive study of DMR signal noise immunity. **The aim of the work** is to describe the features of soft 4FSK signal reception procedure using a logarithm likelihood ratio, compare decoding results of code structures using Pyndiah-Chase algorithm with an algebraic syndromic method, determine the optimal number of turbo code decoding operations in low SNR.*

Key words: iterative decoding, Hamming code, block turbo code, noise immunity, decoding algorithm, Pyndiah-Chase algorithm, SNR, likelihood ratio, soft decisions, sub-optimal algorithm, 4FSK modulation, DMR standard, digital radio.

DOI: 10.21667/1995-4565-2019-70-98-106

References

1. **Berrou C.** Near Shannon Limit Error-Correcting Coding and Decoding: Turbo Codes. C. Berrou, A. Glavieux, P. Thitimajshima. *IEEE Proceedings of the Int. Conf. on Communications*. 1993. 1064 p.
2. **ETSI EN 300 113-1.** Electromagnetic compatibility and Radio spectrum Matters (ERM); Land mobile service; Radio equipment intended for the transmission of data (and/or speech) using constant or non-constant envelope modulation and having an antenna connector; Part 1: Technical characteristics and methods of measurement. *ETSI (European Telecommunications Standards Institutes)*. Sophia Antipolis, 2011. 95 p.

3. **ETSI TS 102 361-1.** Electromagnetic compatibility and Radio spectrum Matters (ERM); Digital Mobile Radio (DMR) Systems; Part 1: DMR Air Interface (AI) protocol. *ETSI (European Telecommunications Standards Institutes)*. Sophia Antipolis, 2016. 177 p.
4. **Glavieux A.** *Chanel coding in Communication Networks From Theory to Turbocodes*. A. Glavieux. ISTE, 2007. 417 p.
5. **Husameldin M.** Turbo Product Codes: Applications, Challenges and Future Directions. M. Husameldin, A. Al-Dweik. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*. 2016, pp. 1-17.
6. **Nazarov L. E.** Realizatsiya algoritmov iterativnogo priema blokovykh turbokodov (Implementation of algorithms for iterative reception of block turbo codes). L. E. Nazarov, I. V. Golovkin. *Tsifrovaya obrabotka signalov*. 2009, no. 4, pp. 37-40.
8. **Jianping L.** *Simplified Soft-output Demapper Based on a Linear Transformation Technique for M-ary PSK*. L. Jianping, S. Yameng. *Sensors & Transducers*. 2014, pp. 182-188.
9. **Arar M.** *Simplified LLRs for the Decoding of Single Parity Check Turbo Product Codes Transmitted Using 16QAM*. M. Arar, C. D'Amours, A. Yongacoglu. ResearchGate. 2007, pp. 2-4.
10. **Morelos-Zaragoza R. H.** *On Iterative Decoding of Two-Level Superposition Codes for Cooperative Broadcasting Based on QPSK and 4-PAM Constellations*. R. H. Morelos-Zaragoza. SJSU ScholarWorks. 2010, pp. 2369-2374.
11. **Sklyar B.** *Cifrovaya svyaz'. Teoreticheskie osnovy I prakticheskoe primeneniye, 2-e izdanie (Digital connection. Theory basics and application)*. B. Sklyar; translated by. M.: Izdatel'skiy dom «Vilyams», 2003, 1104 p.
12. **Robertson P.** A Comparison of Optimal and Sub-Optimal MAP Decoding Algorithms Operating in the Log Domain. P. Robertson, E. Villebrun, P. Hoeher. 1995, pp. 1009-1013.
13. **Ali U.** When A high throughput architecture for a low complexity soft-output demapping algorithm. U. Ali, N. Wasenmüller. 2015, pp. 73-80.
14. **Akhmalhodzhaev A. I.** Razrabotka i issledovanie effektivnykh algoritmov dekodirovaniya turbokodov v sistemah mobil'noy svyazi (Research and development of efficient decoding algorithms for turbo codes in mobile communication systems): *dis. ... cand. of econ. studies: 05.12.13 / Akmail Ilhomovich Akmalhodzhaev*; S.-Peterburg. gos. un-gaerokosmicheskogo priborostroeniya. SPb., 2015, 126 p.