УДК 519.246.8:681.5.01:681.514

ОСНОВЫ АДАПТАЦИИ БАЗОВЫХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ МЕТОДОВ АНАЛИЗА КОНЕЧНЫХ ИЗМЕНЕНИЙ

С. Л. Блюмин, д.ф.-м.н., профессор кафедры ПМ ЛГТУ, Липецк, Россия;
orcid.org/0000-0002-0852-0444, e-mail: sabl@lipetsk.ru
Н. Ю. Жбанова, к.т.н., доцент кафедры ПМ ЛГТУ, Липецк, Россия;
orcid.org/0000-0001-7324-9841, e-mail: zbanoid@gmail.com
С. А. Жбанов, ст. преподаватель кафедры ПМ ЛГТУ, Липецк, Россия;
orcid.org/0000-0002-7214-3401, e-mail: pm.lisky@gmail.com

Рассматриваются известные и предлагаются новые адаптивные модели и алгоритмы, которые позволяют проводить анализ процессов различной природы в структурно сложных системах, и в дальнейшем могут быть использованы в качестве базовых моделей для методов анализа конечных изменений (АКИ). ***Целью работы*** *является обзор существующих адаптивных методов, а также модификация метода Бойда, основанная на применении идемпотентной метрики. Проблема оценки влияния набора конечных изменений факторов на конечное изменение результата, лежащая в основе АКИ, представляет собой актуальную задачу, связанную с моделированием динамических процессов, характеризующих сложные технологические и организационные системы. Одним из начальных этапов ее решения является получение базовых моделей для АКИ на основе исследования рассматриваемых процессов. Перспективным направлением в этой области является дополнение стандартных методов наименьших квадратов и наименьших модулей регуляризующим функционалом, позволяющим включать в базовые модели адаптивные свойства.*

Ключевые слова: *адаптивные модели, анализ конечных изменений, методы сжатия и фильтрации, самоподобные процессы.*

DOI: 10.21667/1995-4565-2019-70-136-145

Введение

Задача анализа функционирования реальных систем с позиций оценки изменений влияния входных факторов на изменения откликов представляет собой актуальное направление для исследований. Для решения указанной задачи может быть использован анализ конечных изменений. Развитие методов анализа конечных изменений и их последующее применение к функциям, описывающим процессы функционирования и взаимосвязи системообразующих элементов, в перспективе позволит качественно управлять сложными, в том числе иерархическими системами [1-2].

Анализ конечных изменений требует предварительного построения базовой математической модели исследуемого явления. Отметим также, что в зависимости от степени адекватности полученной модели или изменения условий моделирования может потребоваться ее адаптация. Стандартным методом моделирования является метод наименьших квадратов. Адаптация базовой модели может быть выполнена путем регуляризации этого метода, то есть дополнением минимизируемой суммы квадратов отклонений регуляризирующим функционалом. Такой подход породил в разных прикладных областях разнообразные, но однотипные методы – методы сжатия, к которым относятся гребневая регрессия, метод Лассо, эластичные сети и их альтернативное представление в виде различных методов трендовой фильтрации [3-6].

Суть методов сжатия заключается в наложении на модель дополнительного штрафа за сложность, что в итоге приводит к ее упрощению. Метод Лассо, предложенный Тибширани в 1995 г., а также методы гребневой и эластичной регрессии широко применяются в задачах с избыточными данными, требующих отбора в модель наиболее значимых факторов [7-9].

В сферу применения алгоритмов трендовой фильтрации входят разные типы прикладных исследований, в основном связанных с исследованием сигналов, порожденных различными динамическими системами [3-6]. Области, в которых используются алгоритмы фильтрации, включают микроэкономику, геофизику, управление доходами, биофизику, медицину и многие другие. Одним из наиболее известных, простых и часто используемых алгоритмов фильтрации считается фильтр Ходрика-Прескотта (*HP*), который используется для сглаживания временных рядов, выделения сезонных колебаний и трендов [3]. Альтернативой *HP*-фильтру является фильтр, основанный на применении нормы ℓ_1. Подход был разработан в 2007 году С. Бойдом и соавторами [4] как модификация фильтра Ходрика-Прескотта, с одной стороны. С другой – идея ℓ_1-фильтра Бойда близка к идее алгоритма Лассо и его модификаций: монотонного алгоритма Лассо, группового алгоритма Лассо, и ℓ_1-регуляризованной логистической регрессии [10], которые, в свою очередь, представляют собой адаптацию классического метода наименьших квадратов. Идея ℓ_1-регуляризации нашла применение в ряде областей, связанных с обработкой сигналов, а именно с устранением шумов, обработкой изображений, восстановлением результатов неполных измерений и т.д.

Отметим, что фильтр может быть рассмотрен как функционал, преобразующий один временной ряд в другой. В этом случае применение методов анализа конечных изменений может быть направлено на исследование связи результата фильтрации (оценки) с исходным временным рядом. В линейном случае связь изменения входа с изменением выхода очевидна и представляет собой свертку изменений входных факторов с весовыми коэффициентами. В менее тривиальном случае, если функция нелинейная, анализ влияния факторов на отклики представляет собой малоизученный вопрос, и развитие методов анализа конечных изменений в данном направлении является актуальной задачей. Первым этапом в ее решении является сравнительный анализ существующих и синтез новых алгоритмов сжатия и фильтрации с различными метриками. Данная работа посвящена краткому обзору существующих методов, а также построению модификации метода Бойда, основанной на применении идемпотентной метрики, с целью дальнейшего использования их в качестве базовых моделей для АКИ.

Методы сжатия

Смысл процедуры сжатия заключается в «стягивании» вектора коэффициентов b в ходе их настройки таким образом, чтобы они в среднем оказались несколько меньше по абсолютной величине, чем это было бы при оптимизации по МНК. Добавляется регуляризирующее слагаемое. Соответственно, мы минимизируем не просто сумму квадратов остатков, а сумму квадратов остатков плюс штраф за слишком большие коэффициенты. Модели, полученные с помощью методов сжатия, более устойчивы и не чувствительны к высокой изменчивости данных. Методы сжатия также могут использоваться в качестве методов отбора информативных факторов.

Критерий оптимальности Ридж-регрессии имеет вид:

$$\min \sum_{i=1}^{n}\left(y_i - \sum_{j=1}^{m} b_j x_{ij} \right)^2 + \lambda \sum_{j=1}^{m} b_j^2 .$$

Здесь $\lambda > 0$ – параметр регуляризации, а b_j – коэффициенты Ридж-регрессии. Для сжатия по методу Лассо критерий оптимальности может быть записан в виде:

$$\min \sum_{i=1}^{n}\left(y_i - \sum_{j=1}^{m} b_j x_{ij} \right)^2 + \lambda \sum_{j=1}^{m} \left| b_j \right| .$$

Основное отличие метода Лассо от Ридж-регрессии – использование нормы ℓ_1, что приводит к обнулению некоторых коэффициентов b_j.

Методы фильтрации

Рассмотрим некоторый входящий поток y_t как сумму систематической составляющей x_t и случайной составляющей v_t. Задача трендовой фильтрации заключается в нахождении по наблюдаемым значениям y_t трендовой составляющей x_t, которая, с одной стороны, не сильно отличается от исходной последовательности, а с другой – должна обладать заранее известными, поддающимися математическому описанию, свойствами. Рассмотрим следующую обобщенную форму записи критерия оптимальности для данной задачи:

$$\min_x \|y-x\|_p^p + \lambda \|\boldsymbol{D}x\|_q^q, \tag{1}$$

где $p \in \mathbb{N}$ и $q \in \mathbb{N}$ – нормы векторов, $\lambda > 0$ – параметр, подбираемый экспериментально, а матрица $\boldsymbol{D}$ имеет вид [6]:

$$\boldsymbol{D} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \ddots & & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Размеры векторов x, y и матрицы $\boldsymbol{D}$ определяются следующим образом: $\dim x = n$, $\dim y = n$, $\dim \boldsymbol{D} = (n-2) \times n$.

В критерии (1) возможно использование различных норм. В случае евклидовой нормы $p = q = 2$ мы получим для x_t гладкую оценку Ходрика-Прескотта, а в случае $p = 2$, $q = 1$ получим кусочно-линейную оценку Бойда. Далее эти два подхода будут рассмотрены более подробно и, кроме этого, будет описан альтернативный подход к фильтрации, основанный на использовании идемпотентной нормы.

Сходство методов сжатия и фильтрации заключается в том, что в обоих случаях решается задача о наименьших квадратах с регуляризирующими слагаемыми. Однако в первом случае целевая функция минимизируется подбором параметров математической модели (или линейного тренда), описывающей данные. Во втором случае для минимизации целевой функции подбираются значения тренда.

Фильтрация Ходрика-Прескотта

Согласно подходу Ходрика-Прескотта, результат фильтрации x_t определяется посредством минимизации средневзвешенного отклонения от равновесных значений.

Из обобщенной матричной записи критерия (1) при условии $p = q = 2$ получим целевую функцию оптимизационной задачи для *HP*-фильтра в развернутом скалярном виде:

$$\min \sum_{t=1}^{N} (y_t - x_t)^2 + \lambda \sum_{t=2}^{N-1} (x_{t+1} - 2x_t + x_{t-1})^2. \tag{2}$$

Здесь y_t – исходный временной ряд, x_t – результат фильтрации, $\lambda > 0$ – параметр фильтрации, который влияет на гладкость результата. При малых значениях λ оценка x_t практически совпадет с наблюдаемым рядом y_t, а при очень больших приближается к обычному линейному тренду, подобранному методом наименьших квадратов по точкам (t, y_t). Чем больше значение λ, тем более гладким получается результат фильтрации x_t.

Параметр λ задается исследователем с учетом особенностей конкретной задачи и требований к результату. Существуют также некоторые рекомендации по его выбору [4].

Таким образом, оценка, полученная в результате работы фильтра Ходрика-Прескотта, представляет собой набор точек, образующих гладкую линию. При λ, близких к нулю, ре-

зультат работы фильтра стремится к исходному ряду. При λ, стремящихся к бесконечности, результатом работы фильтра будет прямая линия. Временная сложность фильтра Ходрика-Прескотта оценивается как $O(n)$.

Можно заметить, что фильтр Ходрика-Прескотта представляет собой адаптацию метода наименьших квадратов. Фильтр регуляризируется слагаемым $\sum(x_{t+1}-2x_t+x_{t-1})^2$, которое есть не что иное как оценка производной второго порядка, записанная в разностном виде. Заметим также, что первое слагаемое в минимизируемом выражении отвечает за точность «подгонки», а второе − за степень гладкости тренда. Для обычного детерминированного линейного тренда второе слагаемое будет нулевым: очевидно, что $x_{t+1}-2x_t+x_{t-1}=0$ тогда и только тогда, когда точки x_{t+1}, x_t и x_{t-1} лежат на одной прямой.

Приведем пример использования фильтра Ходрика-Прескотта для данных, искусственно сгенерированных путем добавления белого шума к некоторой функции (рисунок 1).

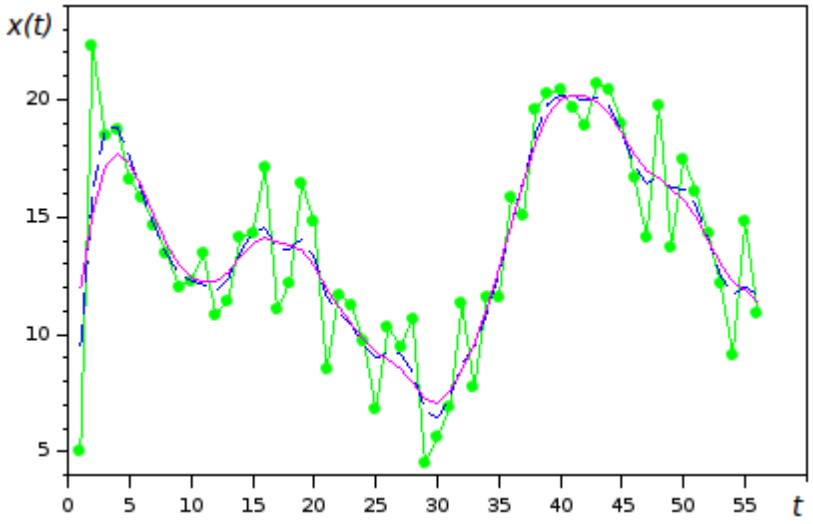


Рисунок 1 – Применение HP-фильтра (точки – исходный временной ряд, пунктирная линия – результат HP-фильтра при $\lambda=1{,}1$, сплошная линия – результат HP-фильтра при $\lambda=5{,}2$)
Figure 1 – Application of Hodrick-Prescott Filter (points – input time series, dash line – HP-filter result with $\lambda=1{,}1$, solid line – HP-filter result with $\lambda=5{,}2$)

Фильтрация Бойда

Фильтр Бойда (или ℓ_1-фильтр) подходит для широкого спектра задач. Помимо задачи трендовой фильтрации, метод Бойда может быть рассмотрен как инструмент для решения задачи декомпозиции сложных процессов, так как результат фильтрации, представляющий собой кусочно-линейную функцию, может быть легко разделен на отдельные участки. Оптимизационная задача для ℓ_1-фильтра может быть поставлена следующим образом:

$$\min \sum_{t=1}^{N}(y_t-x_t)^2+\lambda\sum_{t=2}^{N-1}\left|x_{t+1}-2x_t+x_{t-1}\right|. \qquad (3)$$

С учетом формулы (1), целевая функция (3) может быть записана в виде:

$$\min_x \|y-x\|_2^2+\lambda\|\boldsymbol{D}x\|_1.$$

Целевая функция ℓ_1-фильтра отличается от целевой функции фильтра Ходрика-Прескотта видом второго слагаемого, в котором вместо нормы ℓ_2 берется норма ℓ_1. При этом ℓ_1-фильтр как модификация фильтра Ходрика-Прескотта наследует большую часть его свойств; параметр λ, как и в случае Ходрика-Прескотта, представляет собой неотрицательное число, которое используется для управления изменением остатка.

В отличие от фильтра Ходрика-Прескотта, в методе фильтрации Бойда нет определенной формулы для вычисления результирующих значений x_t; однако, несмотря на это, временная сложность составляет также $O(n)$ [4]. При этом оценка ℓ_1-тренда x_{ℓ_1} является нелинейной функцией исходного временного ряда y_t, в то время как HP-оценка x_{hp} – линейная функция относительно исходного ряда y_t [4]. Однако основное отличие фильтра Бойда от HP-фильтра, как уже упоминалось выше, состоит в том, что его результат представляет собой не гладкую, а кусочно-линейную функцию.

На вид результирующей кусочно-линейной функции влияет параметр фильтра λ. Чем больше λ, тем больше будет количество так называемых «точек излома», и результат фильтрации будет состоять из большего количества линейных участков. В случае когда $\lambda = 0$, целевая функция ℓ_1-фильтра совпадет с целевой функцией метода наименьших квадратов и результатом фильтрации будет единственная прямая.

Заметим также, что целевая функция ℓ_1-фильтра (как и целевая функция метода наименьших модулей) является выпуклой, но не дифференцируемой. Поэтому при нахождении ℓ_1-оценок трендов нужно ориентироваться на методы нулевого порядка, не использующие процедуру дифференцирования.

Приведем пример использования ℓ_1-фильтра для данных, искусственно сгенерированных путем добавления белого шума к некоторой функции. На рисунке 2 показано влияние параметра λ на результат фильтрации.

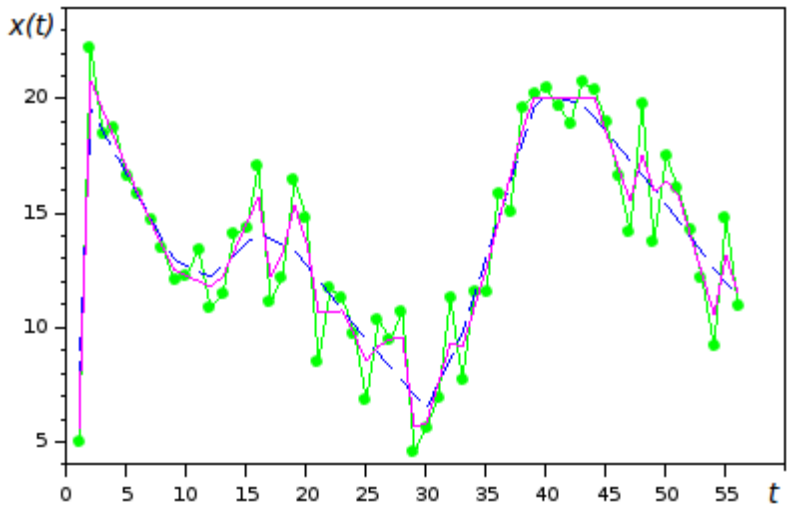


Рисунок 2 – Применение l_1-фильтра (точки – исходный временной ряд, пунктирная линия – результат l_1-фильтра при $\lambda = 5$, сплошная линия – результат l_1-фильтра при $\lambda = 0{,}9$)
Figure 2 – Application of l_1-Filter (points - input time series, dash line – l_1-filter result with $\lambda = 5$, solid line – l_1-filter result with $\lambda = 0{,}9$

Синтез идемпотентного фильтра

Заметим, что при анализе динамических временных рядов, в частности, в сложных информационно-вычислительных системах, а также в телекоммуникационных и транспортных стохастических сетях с очередями во входящем потоке требований, часто обнаруживается долгосрочная зависимость, или самоподобие. Поэтому выделение регулярных составляющих в таких временных рядах с помощью указанных выше фильтров, которые приводят к недооценке нагрузки, может быть неоправданно [10].

Наличие самоподобия означает, что число сигналов, поступающих в систему в текущий интервал времени, может зависеть от количества сигналов, поступивших в предшествующие

(и даже значительно отдаленные) временные интервалы. Важнейшим параметром, характеризующим такую долговременную память в случайном потоке сигналов, является показатель Херста H [11]. Считается, что самоподобие присутствует в тех процессах, у которых показатель Херста попадает в интервал $0,5 < H < 1$. В этом случае увеличение нагрузки на систему в прошлом наиболее вероятно приведет к еще большей нагрузке в будущем, и наоборот. При $H = 0,5$ процесс становится марковским, а при $H < 0,5$ – антисамоподобным, то есть нарушающим тенденцию предыдущих наблюдений. Самыми простыми примерами самоподобных процессов являются фрактальное броуновское движение (fBM) и фрактальный гауссовский шум (fGN).

Фильтры Ходрика-Прескотта и Бойда хорошо себя зарекомендовали для восстановления систематической составляющей x_t марковских процессов, но мало подходят для анализа процессов с самоподобием. Таким образом, для решения задачи анализа самоподобных процессов требуется адаптация существующих методов фильтрации.

Для самоподобных процессов перспективным является рассмотрение идемпотентных аналогов критерия (1). По аналогии с методом наименьших модулей [12], который имеет преимущества перед методом наименьших квадратов в случае, когда остатки имеют распределение Лапласа, идемпотентный фильтр с нормой $\|*\|_{\oplus}$ теоретически должен давать лучшие результаты, чем фильтры с квадратичными нормами, при $H > 0,5$.

Задача оптимизации для идемпотентного фильтра может быть поставлена в следующем виде:

$$\min_x \|y - x\|_{\oplus} + \lambda \|\boldsymbol{D}x\|_{\oplus}, \tag{4}$$

при этом идемпотентная норма определяется как $\|y - x\|_{\oplus} = y^{-1}x \oplus x^{-1}y$, что соответствует обычному модулю [13]; поэтому данную адаптацию фильтра Бойда можно назвать идемпотентной. В координатном виде формула (4) может быть записана в виде:

$$\min \sum_{t=1}^{N} |y_t - x_t| + \lambda \sum_{t=2}^{N-1} |x_{t+1} - 2x_t + x_{t-1}|. \tag{5}$$

При использовании предложенного идемпотентного фильтра (5), как и в случае использования ℓ_1-фильтра (3), решение x_t будет представлять собой кусочно-линейную функцию, число изломов которой зависит от особенностей исходного ряда y_t и параметра фильтрации λ.

В задачах оптимизации с целевой функцией, включающей модули, традиционно используются методы нулевого порядка без вычисления производной. В методе наименьших модулей использовались алгоритмы, опирающиеся на идеи линейного программирования [12]. Целевая функция задачи оптимизации для метода наименьших модулей имела довольно простой вид и сводилась к задаче линейного программирования, которую можно решить Симплекс-методом. Бойд при решении задачи ℓ_1-фильтрации предлагает минимизировать целевую функцию двумя путями – с использованием пакета cvx Matlab, предназначенного для решения задач выпуклой оптимизации, и с использованием прямодвойственного алгоритма [4]. Для решения предложенной в данной работе задачи идемпотентной фильтрации специальные алгоритмы поиска вектора x_t не разрабатывались; были применены стандартные методы оптимизации пакета Scilab, не использующие процедуру дифференцирования (функция optim, алгоритм non-differentiable).

Вычислительный эксперимент

Для сравнительного анализа результатов предлагаемого идемпотентного алгоритма фильтрации, алгоритма ℓ_1, а также алгоритма Ходрика-Прескотта была проведена серия экспериментов на исходных данных с различными коэффициентами самоподобия.

В качестве исходного временного ряда использовались искусственно сгенерированные данные с показателями Херста $0,6 < H < 0,9$, которые можно отнести к самоподобным процессам (рисунок 3). Также фильтровались ряды без самоподобия, с показателями Херста $0,1 < H < 0,4$.

Исходные данные для фильтрации генерировались путем наложения самоподобной ошибки на кусочно-линейную функцию z_t, которая считалась истинным сигналом в рамках данного исследования. Для самоподобных процессов было проведено 40 опытов, для процессов без самоподобия – 15. В качестве меры расхождения в каждом опыте была вычислена абсолютная ошибка $E = \sum |z_t - x_t|$, где x_t – результат работы фильтра, z_t – истинный сигнал.

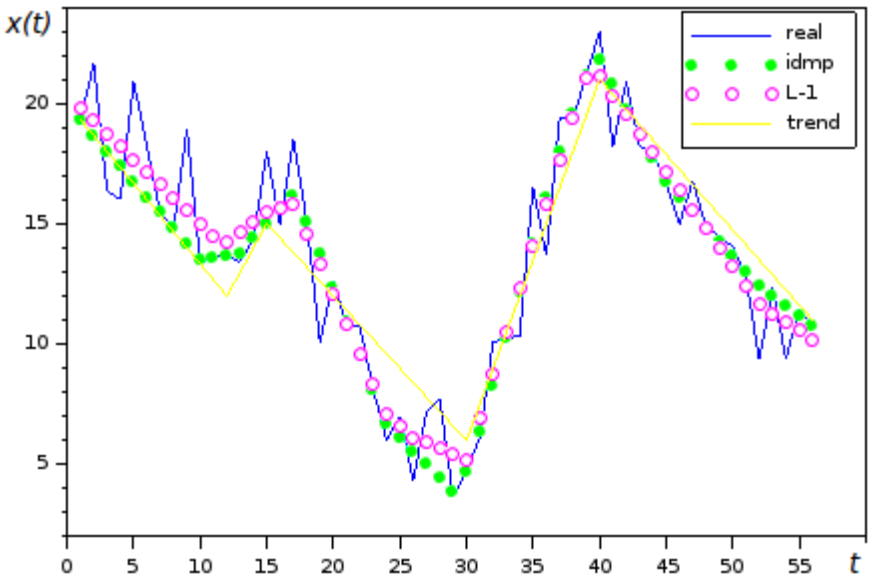


Рисунок 3 – Пример фильтрации самоподобного процесса (H=0,8) с использованием идемпотентного фильтра (абсолютная ошибка E=56,19) и l_1-фильтра (E=62,75)
Figure 3 – Self-similar process (H=0,8) filtering with idempotent filter (absolute error E=56,19) and l_1-filter (absolute error E=62,75)

Для несамоподобных процессов ℓ_1-фильтр и фильтр Ходрика-Прескотта показали более высокие результаты, чем идемпотентный фильтр. Средняя ошибка ℓ_1-фильтра по 15 опытам составила 53,5, фильтра Ходрика-Прескотта – 57,1, идемпотентного фильтра – 56,8. Параметр фильтрации λ подбирался с шагом 0,05 до достижения минимальной относительной ошибки.

Для процессов с самоподобием лучшие результаты показал идемпотентный фильтр. Средняя ошибка ℓ_1-фильтра по 15 опытам составила 57,9, идемпотентного фильтра – 53,2. Выборочные результаты экспериментов приведены в таблице 1.

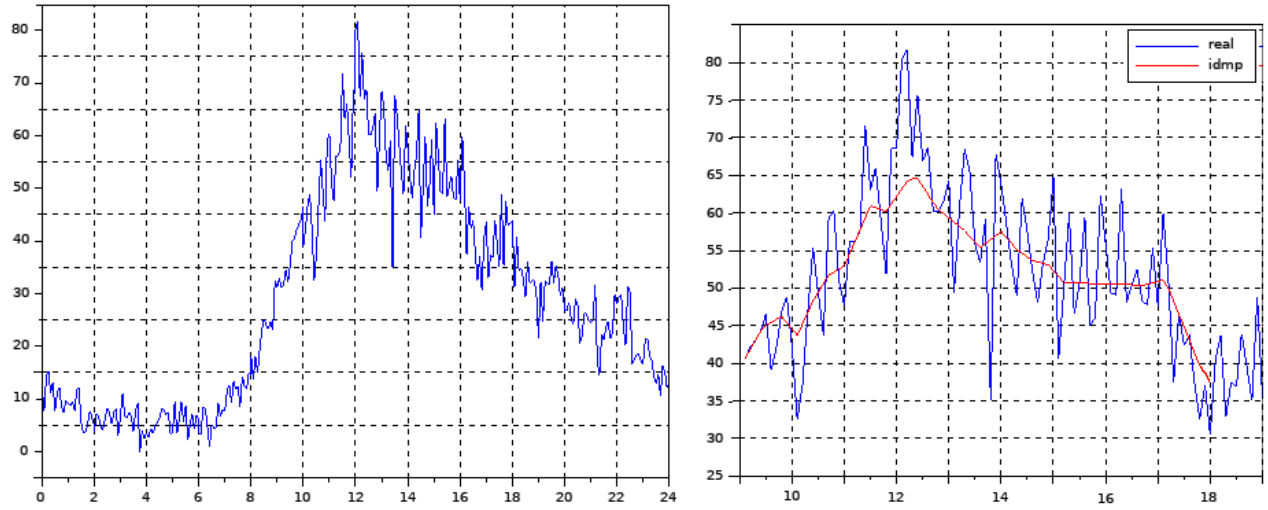
Таблица 1 – Значения абсолютной ошибки E для трех опытов с различными показателями H
Table 1 – Values of absolute error E for three experiments with different H-indicators

	$H = 0,4$	$H = 0,8$	$H = 0,9$
Идемпотентный фильтр	55,2	54,7	51,6
Фильтр Бойда (ℓ_1)	50,2	58,1	57,6
Фильтр Ходрика-Прескотта	52,1	60,3	60,2

На основании проведенных экспериментов можно сделать вывод, что предложенный алгоритм идемпотентной фильтрации позволяет наиболее качественно выявлять систематическую составляющую x_t в сильно зашумленных самоподобных данных. Данное свойство мо-

жет быть полезным при моделировании сложных телекоммуникационных систем, которые характеризуются самоподобием во входящих потоках.

Одной из таких систем является ПАО «Ростелеком». В качестве объекта исследования рассмотрим поток входящих заявок в call-центр, который характеризуется самоподобием. При анализе предоставленных предприятием данных было установлено, что в утренние часы поток входящих заявок носит взрывной характер с возрастающим показателем Херста. Фильтрация потока заявок представляет собой актуальную задачу, так как позволяет определить реальную систематическую составляющую данного временного ряда и провести серию имитационных тестов для выявления закономерностей и расчета оптимального количества операторов в зависимости от времени суток и дня недели. На рисунке 4, *а* представлен трафик входящих заявок за 24 часа в будний день. Участок с 10 до 17 часов, характеризующийся наиболее высоким коэффициентом самоподобия ($0,7 < H < 0,8$) и отфильтрованный с использованием предложенного идемпотонтного алгоритма, представлен на рисунке 4, *б*. Всего было отфильтровано 70 наборов данных. Параметр фильтрации λ подбирался эмпирически так, чтобы количество точек излома тренда находилось в промежутке от 10 до 15.



а (a) **б (b)**

Рисунок 4 – Входящие заявки call-центра за 24 часа (а) и фильтрация самоподобного участка трафика (б)
Figure 4 – Incoming call-center requests in 24 hours (a) and filtering the section with self-similar traffic (b)

Заключение

Важнейшее преимущество адаптивных методов, к которым относятся методы сжатия и методы фильтрации данных, заключается в том, что они, в зависимости от вида регуляризирующего слагаемого, позволяют с большой точностью моделировать динамические процессы с различными свойствами. В статье были рассмотрены два адаптивных метода фильтрации – Бойда и Ходрика-Прескотта и предложен третий, представляющий собой модификацию фильтра Бойда, основанную на применении идемпотентной метрики. В серии экспериментов показано преимущество идемпотентного фильтра для моделирования трендов временных рядов с ярко выраженным самоподобием.

Математические модели, полученные на основе результатов фильтрации самоподобных процессов и процессов без самоподобия, планируется использовать в качестве базовых для анализа конечных изменений. Анализ конечных изменений, фокусирующийся на оценке влияния входных воздействий на результирующий фактор, представляет собой перспективное направление в задачах управления сложными системами, а также в задачах исследования взаимосвязей в комбинациях временных рядов. Помимо этого, описанные выше методы

идемпотентной фильтрации и фильтрации Бойда могут лечь в основу алгоритмов декомпозиции сложных многоэтапных процессов, благодаря кусочно-линейному виду получаемого тренда.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Липецкой области в рамках научного проекта 19-47-480003-р_а.

Библиографический список

1. **Блюмин С. Л., Боровкова Г. С.** Применение анализа конечных изменений и метода обратных вычислений в системах управления и поддержки принятия решений // Проблемы управления. 2018. № 6. С. 29-34.

2. **Блюмин С. Л., Боровкова Г. С.** Управление образовательной организацией с помощью рейтинговой системы // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2019. № 67. С. 55-60.

3. **Hodrick R. J., Prescott E. C.** Postwar U.S. business cycles: An empirical investigation // Money, Credit, and Banking. 1997. Vol. 29, No. 1. P. 1-16.

4. **Kim S.-J., Koh K., Boyd S., Gorinevsky D.** l_1 Trend Filtering // Society for Industrial and Applied Mathematics. 2009. Vol. 51, No. 2, pp. 339-360.

5. **Поляк Б.Т.** Методы l_1-оптимизации в управлении и фильтрации // Материалы пленарных докладов III мультиконференции по проблемам управления. 2010. С. 1-10.

6. **Стрельцов Г.А.** Применение метода l_1 оптимизации к задачам выделения гармонических сигналов из шума // Труды 35-ой конференции «Информационные технологии и системы – 2012». URL: http://itas2012.iitp.ru/pdf/1569602847.pdf

7. **Tibshirani R.** Regression shrinkage and selection via the Lasso // Journal of the Royal Statistical Society, Series B. 1996. 58(1). P. 267–288.

8. **Tibshirani R., Saunders M., Rosset S., Zhu J.** Sparsity and smoothness via the fused Lasso // Journal of the Royal Statistical Society Series B. 2005. 67(1). P. 91–108.

9. **Hoerl A.** Application of ridge analysis to regression problems. Chemical Engineering Progress // Chemical Engineering Progress.1962. No 58. P. 54-59.

10. **Жбанов С. А.** Разработка алгоритмов идемпотентной фильтрации временных рядов // Материалы XII Международной научно-практической конференции «Современные сложные системы управления». 2017. Т.1. С. 83-85.

11. **Кириллов Д. С., Короб О. В., Митин Н. А., Орлов Ю. Н., Плешаков Р. В**. Распределения показателя Херста нестационарного маркированного временного ряда // Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша, 2013, 16 с., URL: http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2013-11

12. **Мудров В. И., Кушко В. Л.** Метод наименьших модулей. М.: Знание. 1971. 64 с.

13. **Кривулин Н. К.** Методы идемпотентной алгебры в задачах моделирования и анализа сложных систем // СПб.: Изд-во С.-Петерб. университета, 2009. 256 с.

UDC 519.246.8:681.5.01:681.514

FOUNDATIONS OF BASE MODELS` ADAPTATION TO ANALYZE FINITE FLUCTUATIONS

S. L. Blumin, Dr. Sc.(Phys. and Math.), full professor, LSTU, Lipetsk, Russia;
orcid.org/0000-0002-0852-0444, e-mail: sabl@lipetsk.ru
N. Yu. Zhbanova, Ph.D. (Tech.), associate professor, LSTU, Lipetsk, Russia;
orcid.org/0000-0001-7324-9841, e-mail: zbanoid@gmail.com
S. A. Zhbanov, senior lecturer, LSTU, Lipetsk, Russia;
orcid.org/0000-0002-7214-3401, e-mail: pm.lisky@gmail.com

The article demonstrates well-known and new adaptive models and algorithms allowing to analyze processes in the systems with complex structure, and may be used as base models for analysis of finite fluctuations (AFF). ***The aim is*** *to describe existing adaptive methods, and to design modification of Boyd method*

with idempotent metrics. The assessment of input finite fluctuations impact on output finite fluctuations being the basis for AFF is an actual problem related to the modeling of dynamic processes, that characterize complex technological and organizational systems. On the first stage we must design base models for AFF, via the research of considerated dynamic process. The promising way is to complete standard modeling methods of the least squares and least modules with regularization component, which allows including adaptive properties in the models.

Key words: *adaptive models, analysis of finite fluctuations, compressed regression, filtering, self-similar processes.*

DOI: 10.21667/1995-4565-2019-70-136-145

References

1. **Blyumin S. L., Borovkova G. S.** Primenenie analiza konechnyh izmenenij i metoda obratnyh vychislenij v sistemah upravleniya i podderzhki prinyatiya reshenij. *Problems of management*. 2018, no. 6, pp. 29-34. (in Russian).

2. **Blyumin S. L., Borovkova G. S.** Upravlenie obrazovatel'noj organizaciej s pomoshch'yu rejtingovoj sistemy. *Vestnik Rjazanskogo gosudarstvennogo radiotehnicheskogo universiteta*. 2019, no. 67, pp. 55-60. (in Russian).

3. **Hodrick R.J., Prescott E.C.** Postwar U.S. business cycles: An empirical investigation. *Money, Credit, and Banking*. 1997, vol. 29, no. 1, pp. 1-16.

4. **Kim S.-J., Koh K., Boyd S., Gorinevsky D.** l_1 Trend Filtering. *Society for Industrial and Applied Mathematics*. 2009, vol. 51, no. 2, pp. 339-360.

5. **Polyak B.T.** l_1-optimization methods in control and filtering. *Proceedings of the III Control's Problems Multiconference.* 2010. P. 1-10. (in Russian).

6. **Streltsov G.A.** l_1-optimization method's application to the problem of harmonic signal's segregation. *Proceedings of the 35-th Conference «Information Technologies and Systems – 2012».* URL: http://itas2012.iitp.ru/pdf/1569602847.pdf (in Russian).

7. **Tibshirani R.** Regression shrinkage and selection via the Lasso. *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*. 1996, 58(1), pp. 267-288.

8. **Tibshirani R., Saunders M., Rosset S., Zhu J.** Sparsity and smoothness via the fused Lasso. *Journal of the Royal Statistical Society Series B*. 2005, 67(1), pp. 91-108.

9. **Hoerl A.** Application of ridge analysis to regression problems. Chemical Engineering Progress. *Chemical Engineering Progress*. 1962, no. 58, pp. 54-59.

10. **Zhbanov S.A.** Razrabotka algoritmov idempotentnoj fil'tracii vremennyh ryadov. *Materialy XII Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoj konferencii «Sovremennye slozhnye sistemy upravleniya»*. 2017, vol. 1, pp. 83-85. (in Russian)

11. **Kirillov D. S., Korob O. V., Mitin N. A., Orlov Yu. N., Pleshakov R. V.** Raspredeleniya pokazatelya Hersta nestacionarnogo markirovannogo vremennogo ryada. *Preprinty IPM im. M. V. Keldysha.* 2013. 16 p. URL: http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2013-11 (in Russian)

12. **Mudrov V.I., Kushko V.L.** *Metod naimen'shih modulej* (Least Modules Method). Moscow: Znanie. 1971. 64 p. (In Russian).

13. **Krivulin N.K.** *Metody idempotentnoj algebry v zadachah modelirovaniya i analiza slozhnyh sistem* (Tropical algebra methods in problems of complex systems' modeling and analysis). St. Petersburg University Publishing House. 2009, 256 p. (in Russian).