

УДК 681.2.089:004.021

КАЛИБРОВКА ТРЕХОСНОГО MEMS-АКСЕЛЕРОМЕТРА ДЛЯ ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ ФОТОГРАММЕТРИИ И СОВМЕЩЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ

А. И. Калинин, аспирант кафедры радиотехнических систем РГРТУ, Рязань, Россия;
orcid.org/0000-0003-0720-4850, e-mail: san_mozart@mail.ru

Т. С. Кислицына, ассистент кафедры радиотехнических систем РГРТУ, Рязань, Россия;
orcid.org/0000-0003-0374-8316, e-mail: stroikova.t.s@rsreu.ru

И. А. Кудинов, аспирант кафедры электронно-вычислительных машин РГРТУ, Рязань, Россия;
orcid.org/0000-0003-1795-097X, e-mail: i.a.kudinov@yandex.ru

И. А. Лютков, магистрант кафедры радиотехнических систем РГРТУ, Рязань, Россия;
orcid.org/0000-0003-0272-0696, e-mail: ilia.666lutkoff@gmail.com

И. С. Холопов, к.т.н., декан факультета радиотехники и телекоммуникаций РГРТУ, Рязань, Россия;
orcid.org/0000-0001-5220-0811, e-mail: kholopov.i.s@rsreu.ru

Исследована погрешность оценивания вектора калибровочных параметров трехосного MEMS акселерометра с применением метода нелинейной оптимизации Левенберга – Марквардта при различном количестве точек на поверхности эллипсоида чувствительности. Цель работы – исследование влияния погрешностей измерения по сигналам MEMS-акселерометра угловых координат, вызванных погрешностью оценивания его калибровочных параметров при малом количестве калибровочных положений, на качество решения двух прикладных задач цифровой обработки изображений: 1) формирования видеопанорам и 2) позиционирования по данным от единственной камеры и двух реперных излучателей. Показано, что при калибровке MEMS-акселерометра ADXL345 уменьшение рекомендованного количества калибровочных положений на 40 % и 80 % приводит к увеличению абсолютной погрешности оценивания крена и тангажа до 1,5° и 3° соответственно. Такая абсолютная погрешность измерения угловых координат при решении задачи позиционирования Perspective-2-Point приводит к увеличению относительной погрешности измерения пространственных координат объекта до значений 2,2 % и 4,3 %, а абсолютной погрешности измерения угловой координаты курса – соответственно до 2° и 4°. В задаче формирования панорамных изображений наблюдается ложный крен объектов и рельефа местности.

Ключевые слова: MEMS-акселерометр, калибровка, эллипсоид чувствительности, алгоритм оптимизации Левенберга – Марквардта, проективная камера, инерциальный измерительный модуль, задача Perspective-2-Point, совмещение изображений, панорамное изображение.

DOI: 10.21667/1995-4565-2020-73-37-51

Введение

MEMS-акселерометры представляют собой компактные датчики, предназначенные для измерения проекций ускорения [1]. Цифровые трехосные MEMS-акселерометры (ЦТМА) в качестве основных или вспомогательных сенсоров применяются в компактных платформенных инерциальных навигационных системах потребительского класса точности [2-5], системах экстренного реагирования при дорожно-транспортных происшествиях [6, 7], системах позиционирования наשלемых информационно-управляющих систем [8-11], устройствах для реабилитации после травм суставов [12], оптико-электронных системах (ОЭС) позиционирования [13-16], а также в обзорных ОЭС, решающих задачи совмещения изображений одного или нескольких спектральных диапазонов [17-22] и/или компенсации проективных искажений [23-25].

Включение вспомогательного инерциального измерительного модуля (ИИМ) в состав ОЭС в прикладных задачах [8, 10, 11, 13-20, 23-25] обусловлено необходимостью оценивания

углового положения камеры относительно плоскости горизонта с абсолютной погрешностью порядка долей градуса вне зависимости от контрастности и зашумленности изображения наблюдаемой сцены, поскольку выделение линии горизонта на основе анализа только изображений камер ОЭС в условиях плохой видимости с такой погрешностью может и не выполняться [26]. Применение вспомогательного сенсора является альтернативой, например, известным алгоритмам повышения качества совмещения изображений в ОЭС, основанным на анализе информации только от каналов технического зрения: поэтапного уточнения матриц гомографии [27] или непосредственного определения внешних параметров камер при их представлении с помощью кватернионов [28].

Достижение на практике указанной выше погрешности во многом зависит от точности определения калибровочных коэффициентов ЦТМА. Необходимость калибровки ЦТМА потребительского класса точности обусловлена в общем случае нелинейной (с эффектом гистерезиса) зависимостью от температуры постоянного смещения его выходного сигнала и масштабного коэффициента [29], разбросом параметров при изготовлении до 3 % и, например, большими (до единиц ускорения свободного падения g) постоянными смещениями вследствие деформации чувствительных элементов из-за несоблюдения теплового профиля пайки при монтаже на печатную плату.

При отсутствии термостатирования ИИМ с ЦТМА желательно выполнять их калибровку каждый раз непосредственно перед началом эксплуатации. В то же время использование для калибровки ИИМ специализированного оборудования (стендовых программно-управляемых моторизованных поворотных платформ) приведет к тому, что затраты на калибровку вспомогательного и, желательно, недорогого (относительно стоимости каналов технического зрения ОЭС) сенсора превысят затраты на калибровку собственно камер ОЭС (например, с применением планарных тест-объектов с априорно известными геометрическими характеристиками [30]). Поэтому по аналогии с задачей калибровки камер, в которой увеличение количества ракурсов съемки тест-объекта, как правило [30], снижает погрешность оценивания параметров камеры, авторами сделан упор на исследование изменений качественных параметров ОЭС, вызванных изменением количества недетерминированных калибровочных положений MEMS ЦТМА ИИМ, в которые он устанавливается непосредственно перед каждым включением ОЭС без применения стендового оборудования.

Целью работы является исследование влияния погрешностей измерения угловых координат, вызванных погрешностью оценивания калибровочных параметров ЦТМА, на качество решения двух прикладных задач цифровой обработки изображений: 1) формирования видеопанорам и 2) позиционирования по данным от единственной камеры и двух вспомогательных реперных излучателей (задача *Perspective-2-Point* [13, 14]).

Математическая модель сигналов ЦТМА

Упрощенная линейная математическая модель выходных сигналов ЦТМА в состоянии покоя при постоянной температуре может быть представлена в виде [31-33]:

$$\mathbf{a}_n^k = \mathbf{K}_a \mathbf{g}_n^k + \mathbf{b} + \mathbf{n}_n, \quad (1)$$

где \mathbf{a}_n^k и \mathbf{g}_n^k – соответственно трехэлементные векторы-столбцы измерений ЦТМА и проекции вектора ускорения свободного падения на его оси чувствительности для n -го отсчета в k -м угловом положении, где $k = 1, 2, \dots, K$, K – количество угловых положений ЦТМА, определяемых креном φ_k и тангажом θ_k , $n = 1, 2, \dots, N$, а N – количество отсчетов ускорения, формируемых ЦТМА в каждом положении. В (1) символом \mathbf{K}_a обозначена диагональная матрица масштабных коэффициентов ЦТМА размером 3×3 , $\mathbf{K}_a = \text{diag}(\mathbf{k}_a)$, где \mathbf{k}_a – вектор масштабных коэффициентов по осям чувствительности ЦТМА; символом \mathbf{b} – трехэлементный вектор-столбец постоянных смещений, символом \mathbf{n}_n – трехэлементный вектор-столбец значений аддитивного шума для отсчета с номером n .

Оценка угловых координат по сигналам ЦТМА

Если ось чувствительности X ЦТМА направлена вперед, ось Y – влево, а ось Z дополняет систему координат до правой тройки векторов, то в состоянии покоя крен φ и тангаж θ можно оценить по проекциям ускорения $g_i, i \in \{x, y, z\}$:

$$\varphi = -\text{atan2}(g_y, g_z), \quad (2)$$

$$\theta = -\text{atan2}[g_x, (g_y^2 + g_z^2)^{0.5}], \quad (3)$$

где функция $\text{atan2}(y, x)$ в отличие от функции $\text{arctg}(y/x)$ позволяет сохранить информацию о координатной четверти, в которой лежит измеряемый угол.

Для предварительно откалиброванного ЦТМА из (1) следует, что

$$g_i = (a_i - b_i)/K_i, i \in \{x, y, z\}, \quad (4)$$

где a_i – отсчеты выходных сигналов ЦТМА.

Калибровка MEMS-акселерометра

Для ЦТМА, выходные отсчеты которого нормированы к величине ускорения свободного падения g , при принятии упрощенной модели (1) справедливо равенство:

$$[(a_x^k - b_x)^2/K_x^2 + (a_y^k - b_y)^2/K_y^2 + (a_z^k - b_z)^2/K_z^2]^{0.5} - 1 = 0, \quad (5)$$

где $a_{xn}^k, a_{yn}^k, a_{zn}^k$ – элементы векторов \mathbf{a}_n^k , для угловых положений $k = 1, 2, \dots, K$, b_x, b_y, b_z – элементы вектора \mathbf{b} , а K_x, K_y, K_z – элементы вектора \mathbf{k}_a .

Калибровка ЦТМА [34, 35] заключается в оценке вектора параметров $\mathbf{w} = [\mathbf{k}_a, \mathbf{b}]^T$ и реализуется посредством сопоставления множества показаний $\{\mathbf{a}_n^k\}$ и истинных значений проекций ускорения собственного падения $\{\mathbf{g}_n^k\}$ согласно (1) или (5). Например, в работе [33] для калибровки ЦТМА путем решения (5) обосновано использование метода оптимизации Левенберга – Марквардта [36], на j -й итерации которого приращение вектора параметров \mathbf{w} относительно $(j - 1)$ -й итерации определяется формулой:

$$\Delta \mathbf{w}_j = -[\mathbf{J}^T \mathbf{J} + \lambda \mathbf{I}]^{-1} \mathbf{J}^T \mathbf{f}_j,$$

где \mathbf{J} – матрица Якоби для K равенств вида (5), λ – параметр регуляризации, \mathbf{I} – единичная матрица размера 3×3 , \mathbf{f}_j – вектор ошибок на j -й итерации, состоящий из K элементов вида

$$f_j^k = [(a_x^k - b_x)^2/K_x^2 + (a_y^k - b_y)^2/K_y^2 + (a_z^k - b_z)^2/K_z^2]^{0.5} - 1, k = 1, 2, \dots, K.$$

Рекомендации по выбору угловых положений MEMS-акселерометра при калибровке

Авторами проведен ряд экспериментов с популярным ЦТМА потребительского класса точности ADXL345 фирмы Analog Devices. По аналогии с работами [34, 35], в которых ЦТМА при калибровке устанавливался не более чем в 500 угловых положений, приблизительно равномерно распределенных по эллипсоиду чувствительности, в данной работе проанализирована погрешность оценки калибровочных параметров в трёх различных экспериментах (таблица 1): $K = 500$ (рисунок 1, а), $K = 300$ (рисунок 1, б) и $K = 100$ (рисунок 1, в).

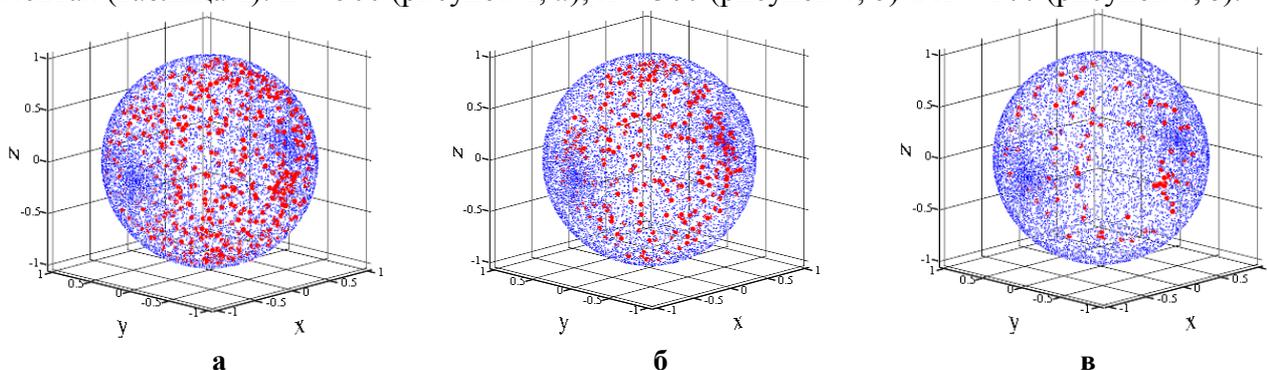


Рисунок 1 – Визуализация эллипсоида чувствительности (полужирные точки) на фоне эталонной сферы (мелкие точки)

Figure 1 – Sensitivity ellipsoid visualization (bold dots) against the background of reference sphere (small dots)

Таблица 1 – Оценки векторов калибровочных параметров ЦТМА при различном количестве калибровочных положений K

Table 1– Estimates of digital MEMS 3-axis accelerometer calibration parameter vectors with different number of K calibration positions K

Вектор параметров	$K = 500$	$K = 300$	$K = 100$
\mathbf{k}_a^K	$[0,928; 0,909; 0,896]^T$	$[0,822; 0,823; 0,886]^T$	$[0,823; 0,921; 0,807]^T$
\mathbf{b}^K	$[-0,025; -0,037; -0,056]^T$	$[-0,001; 0,016; -0,062]^T$	$[0,026; -0,03; -0,088]^T$

Сравнение результатов калибровки показало, что после применения калибровочных параметров согласно (4) уменьшение рекомендованного в [34, 35] количества проведенных измерений для калибровки в три и пять раз приводит к увеличению среднеквадратического отклонения отсчетов ускорений от поверхности эталонной сферы соответственно на 19 и 48 %.

Примем гипотезу о том, что при $K = 500$ оценки векторов калибровочных параметров \mathbf{k}_a^{500} и \mathbf{b}^{500} близки к истинным значениям \mathbf{k}_a и \mathbf{b} . Тогда, например, при установке акселерометра в плоскости горизонта скорректированные согласно (4) показания составят:

$$\text{при } K = 100: \mathbf{g} = (\mathbf{K}_a^{100})^{-1}(\mathbf{K}_a^{500}[0, 0, -1]^T + \mathbf{b}^{500} - \mathbf{b}^{100}) = [-0,062, -7,6 \cdot 10^{-3}, -1,071]^T;$$

$$\text{при } K = 300: \mathbf{g} = (\mathbf{K}_a^{300})^{-1}(\mathbf{K}_a^{500}[0, 0, -1]^T + \mathbf{b}^{500} - \mathbf{b}^{300}) = [-0,029, -0,058, -1,09]^T.$$

Измерение по таким показаниям, например, тангажа по (3) приведет к абсолютной погрешности измерений в $3,31^\circ$ и $1,53^\circ$ соответственно, т.е. порядка единиц градусов.

Далее исследуем, каким образом погрешности оценивания параметров ЦТМА согласно [33] при малом количестве калибровочных положений влияют на характеристики ОЭС с ИИМ на примере систем позиционирования и формирования видеопанорамы.

ЦТМА в технологии формирования видеопанорам

Актуальным направлением развития обзорных систем технического зрения (СТЗ) являются ОЭС с распределенной апертурой, формирующие по информации от нескольких пространственно разнесенных камер панорамное видеоизображение с широким полем зрения и высоким разрешением. Навигация по видеопанораме предполагает наличие управляемых пользователями персональных областей интереса (ПОИ) с настраиваемыми коэффициентом электронного масштабирования и разрешением [20]. Такой подход является альтернативой применению обзорных СТЗ с механическим перемещением линии визирования.

Технология формирования видеопанорамы предполагает проецирование изображений камер распределенной системы на виртуальные поверхности с постоянной гауссовой кривизной K_g в точках поверхности [37]: сферы ($K_g = 1$) или цилиндры ($K_g = 0$) единичного радиуса. Например, для формирования видеопанорамы на поверхности виртуальной сферы единичного радиуса (ВСЕР) необходимо наличие априорной информации об угловом отклонении систем координат камер относительно плоскости горизонта, т.е. информация о крене φ и тангаже θ . В работах [17-20] задача оценивания указанных угловых координат решается установкой на камеру СТЗ, выбранную опорной (условный номер – 0), ИИМ на основе ЦТМА, с которым связана СК $OX_n Y_n Z_n$ (рисунок 2). Выбор пикселей в областях, где луч виртуальной сферы $\mathbf{OM}_{\text{сф}}$ пересекает несколько кадров, в [17-19] реализован по критерию минимума углового отклонения от оптической оси i -й камеры радиус-вектора, проведенного из центра ВСЕР к $\mathbf{M}_{\text{сф}}$:

$$(\mathbf{R}_0/\mathbf{R}_{\varphi\theta})^{\langle 3 \rangle} \cdot \mathbf{M}_{\text{сф}} \rightarrow \max, \quad (6)$$

где $\mathbf{R}_{\varphi\theta}$ – матрица поворота системы координат опорной камеры относительно плоскости горизонта,

$$\mathbf{R}_{\varphi\theta} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}, \quad (7)$$

R_{0i} – матрица поворота системы координат i -й камеры относительно системы координат опорной камеры, оцениваемая во время фотограмметрической калибровки (например, по методике Джанга [30]). Оператор $\langle \cdot \rangle$ в (6) обозначает выделение 3-го столбца матрицы, а оператор \cdot – скалярное произведение векторов. Матрица поворота системы координат опорной камеры относительно себя самой $R_{00} = I$.

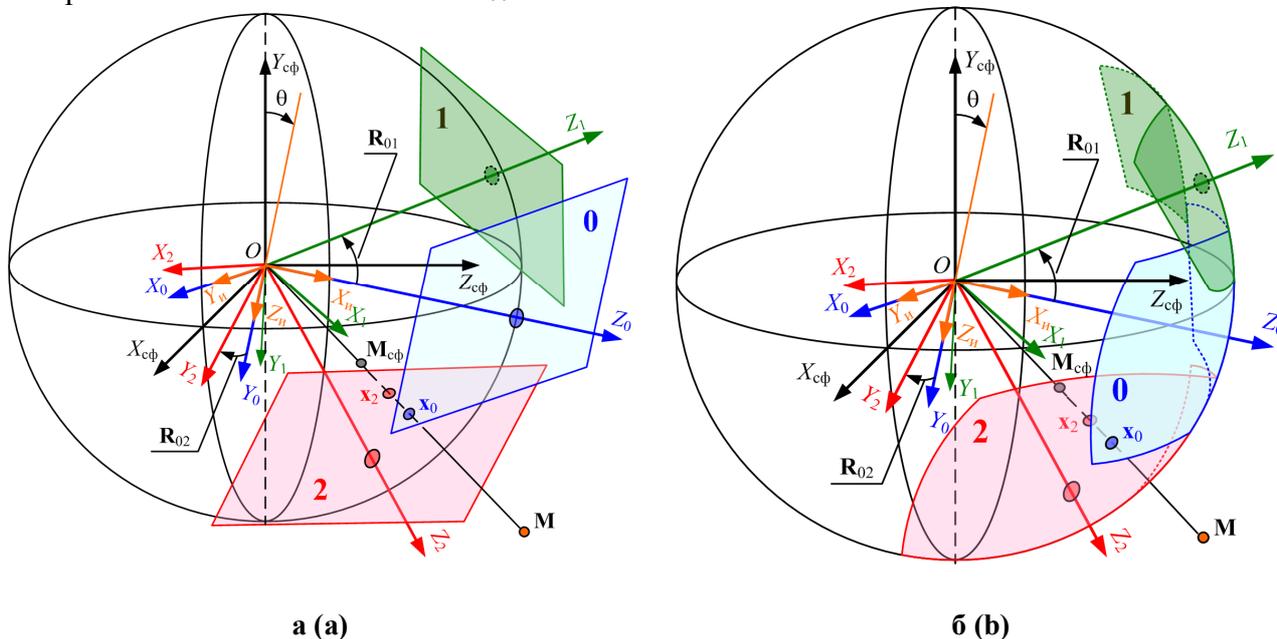


Рисунок 2 – Геометрическая постановка задачи формирования видеопанорамы:
а – взаимное угловое положение плоскостей изображения камер с номерами 0, 1 и 2;
б – результат проецирования изображений на поверхность ВСЕР
Figure 2– Geometric statement of video panorama forming problem:
a – mutual angular position of image planes of cameras with numbers 0, 1 and 2;
b – result of projecting images onto virtual unit sphere surface

Алгоритм формирования сектора сферической панорамы с угловыми размерами по азимуту $\Delta\alpha$ и углу места $\Delta\beta$ и разрешением по горизонтали и вертикали $W \times H$ пикселей соответственно (без учета дальномерной информации [38] и выполнения процедуры блендинга [39]) содержит следующие основные этапы [40].

1. Поиск угловых координат радиус-векторов, проведенных из оптического центра камеры к пикселям панорамного кадра с координатами (u, v) – азимута ψ_{uv} и угла места θ_{uv} :

$$\psi_{uv} = 0,5\Delta\alpha(2u/W - 1), \quad \theta_{uv} = -0,5\Delta\beta(2v/H - 1).$$

2. Расчет пространственных координат точки M_{uv} , которая соответствует (рисунок 3) пикселю панорамного кадра с координатами (u, v) на поверхности ВСЕР [41]:

$$x_{uv} = \cos\theta_{uv}\sin\psi_{uv}, \quad y_{uv} = \sin\theta_{uv}, \quad z_{uv} = \cos\theta_{uv}\cos\psi_{uv}.$$

3. Поиск для каждой точки M_{uv} номера камеры $i, i = 0, 1, 2, \dots, N_k - 1$, где N_k – количество камер, для которых выполняется условие (5), где $M_{cf} = M_{uv}$. Обозначим данный номер символом n_{uv} .

4. Проецирование точки M_{uv} на плоскость изображения n_{uv} -й камеры СТЗ с распределенной апертурой согласно уравнению проективной камеры [42]:

$$\lambda_{uv}\mathbf{m}_{uv} = \mathbf{P}_{n_{uv}} \mathbf{M}_{uv},$$

где \mathbf{m}_{uv} – вектор-столбец однородных пиксельных координат проекции точки M_{uv} на плоскость изображения n_{uv} -й камеры, $\mathbf{P}_{n_{uv}}$ – матрица проекции n_{uv} -й камеры, а скалярная величина λ_{uv} имеет физический смысл глубины – удаления точки M_{uv} от камеры вдоль ее оптической оси. При справедливости гипотезы о том, что расстояние до объектов съемки много больше расстояния между камерами СТЗ с распределенной апертурой, выполняется приближенное равенство [20-22, 42]:

$$\mathbf{P}_{n_{uv}} \approx \mathbf{K}_{n_{uv}} \mathbf{R}_{0i} \mathbf{R}_{\varphi\theta},$$

где $\mathbf{K}_{n_{uv}}$ – матрица внутренних параметров n_{uv} -й камеры. Матрицы внутренних параметров камер \mathbf{K}_i , $i = 0, 1, 2, \dots, N_K - 1$, вычисляются в ходе фотограмметрической калибровки [30, 42].

5. Проверка принадлежности пиксельных координат \mathbf{m}_{uv} кадру n_{uv} -й камеры. Если точка \mathbf{m}_{uv} в кадр не попадает, то яркости пикселя панорамного кадра с координатами (u, v) присваивается нулевое значение: $I_{uv} = 0$. В противном случае выполняется переход к п. 6.

6. Интерполяция (как правило, билинейная [43, 44]) значения яркости в точке с координатами \mathbf{m}_{uv} в кадре n_{uv} -й камеры и ее последующее копирование в яркость пикселя панорамного кадра I_{uv} .

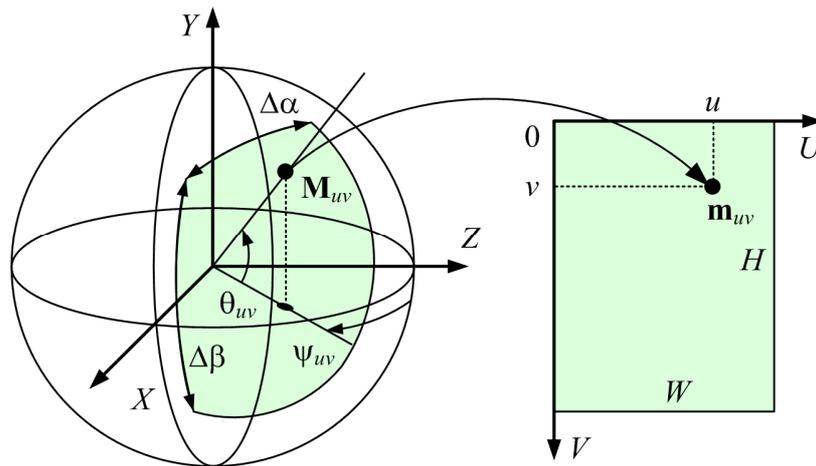


Рисунок 3 – Пояснение к взаимосвязи пространственных и пиксельных координат
Figure 3 – Explanation of the relationship between spatial and pixel coordinates

Как следует из приведенного алгоритма, влияние погрешностей калибровки ЦТМА на качество формирования панорамного кадра обусловлено вычислением (7) на его 4-м шаге.

Результаты полунатурного эксперимента по формированию панорамы при различных абсолютных погрешностях оценивания тангажа опорной камеры

Исходными данными для эксперимента выступали кадры (рисунок 4) с пяти предварительно фотограмметрически откалиброванных [30, 42] камер макета СТЗ (рисунок 5) с распределенной апертурой [17, 18], снятые при тангаже опорной камеры $\theta = -15^\circ$. Информация от инфракрасной камеры макета (поз. 6 на рисунке 5) при формировании панорамы не учитывалась. По данным кадрам согласно приведенному выше алгоритму формировался сектор сферической видеопанорамы с угловыми размерами $\Delta\alpha = 180^\circ$, $\Delta\beta = 120^\circ$ и разрешением $W \times H = 3600 \times 2400$ пикселей. На рисунке 6 приведены результаты формирования сектора панорамы при различных абсолютных погрешностях измерения тангажа $\Delta\theta$.

Как следует из полученных результатов, возникающие из-за погрешности измерения тангажа геометрические искажения линии горизонта при перемещении ПОИ по панораме будут приводить к формированию в ней ложного крена объектов и рельефа местности. Максимальное отклонение линии горизонта для рисунков 6, б и 6, в по сравнению с рисунком 6, а составляет 36 и 28 пикселей соответственно.

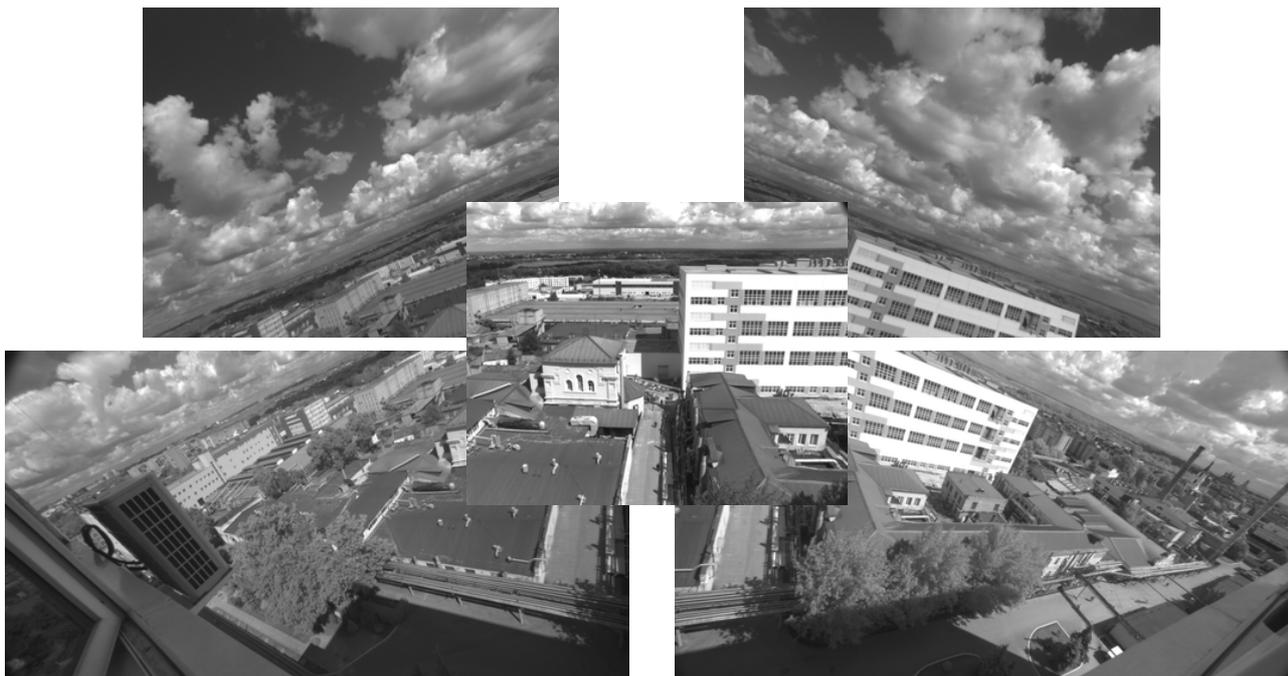


Рисунок 4 – Кадры для формирования панорамы
Figure 4 – Frames for panorama forming



Рисунок 5 – Внешний вид макета СТЗ с распределенной апертурой
Figure 5 – Appearance layout

ЦТМА в задаче Perspective-2-Point

Геометрическая постановка задачи *Perspective-2-Point* (*P2P*) (рисунок 7) предполагает измерение координат объекта с помощью предварительно откалиброванных единственной камеры и ИИМ по изображениям \mathbf{m}_1 и \mathbf{m}_2 двух реперных излучателей \mathbf{M}_1 и \mathbf{M}_2 , пространственные координаты которых в системе координат объекта $O_0X_0Y_0Z_0$ априорно известны [13, 14]. При этом принимается гипотеза о том, что оси чувствительности ИИМ коллинеарны координатным осям камеры либо их положение может быть скорректировано с учетом взаимной калибровки камеры и ИИМ согласно [19, 41-43]. По аналогии с [38] при визуализации геометрической модели проективной камеры плоскость изображения ouv на рисунке 7 для наглядности зеркально отображена относительно оптического центра, т.е. располагается перед ним.

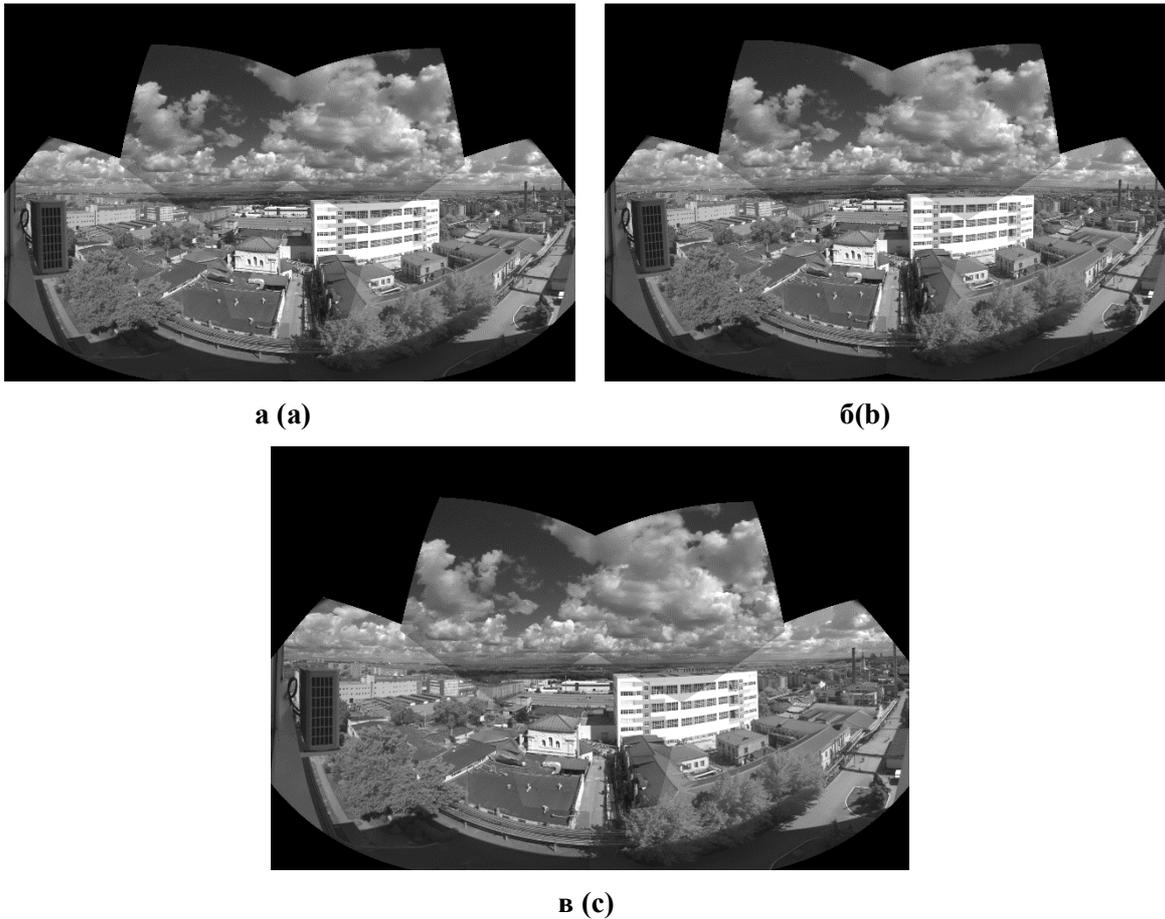


Рисунок 6 – Сектор панорамного изображения: а – $\Delta\theta = 0^\circ$, б – $\Delta\theta = -2^\circ$, в – $\Delta\theta = 2^\circ$
 Figure 6 – Panoramic image sector: а – $\Delta\theta = 0^\circ$, б – $\Delta\theta = -2^\circ$, в – $\Delta\theta = 2^\circ$

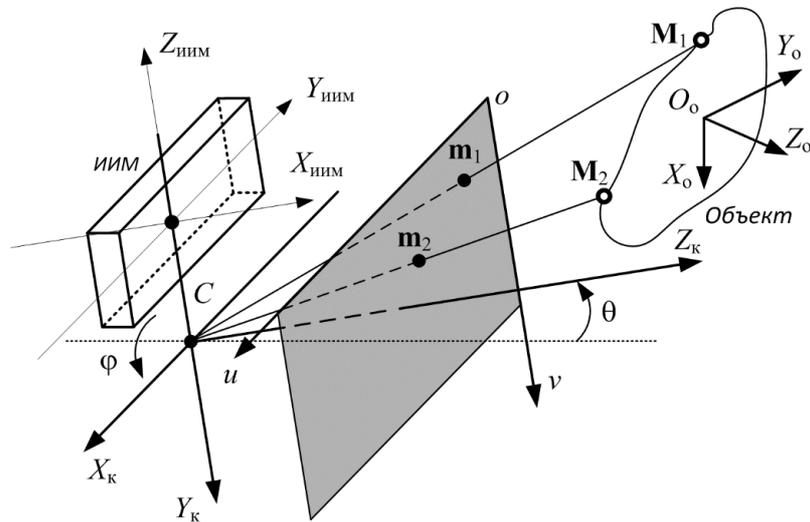


Рисунок 7 – Геометрическая постановка задачи P2P
 Figure 7 – Geometric formulation of the P2P problem

Для решения задачи P2P требуется решение системы из двух матричных уравнений:

$$[\mathbf{m}_i]_x \mathbf{K} [\mathbf{R}_x \mathbf{R}_y(q) | \mathbf{t}] \mathbf{M}_i = \mathbf{0}, \tag{8}$$

где $i = 1, 2$ – номера реперных точек, $[\mathbf{m}_i]_x$ – кососимметрическая матрица, составленная из пиксельных однородных координат i -й реперной точки $\mathbf{m}_i = [u_i, v_i, 1]^T$ в плоскости изображения $ou\upsilon$,

$$[\mathbf{m}_i]_x = \begin{bmatrix} 0 & -1 & v_i \\ 1 & 0 & -u_i \\ -v_i & u_i & 0 \end{bmatrix},$$

\mathbf{K} – матрица внутренних параметров камеры, \mathbf{t} – вектор параллельного переноса начала координат C системы координат камеры относительно начала системы координат объекта O_0 , \mathbf{R}_{xz} – матрица поворота системы координат камеры $CX_K Y_K Z_K$ по тангажу θ и крену φ , оцениваемая по сигналам ИИМ,

$$\mathbf{R}_{xz} = \mathbf{R}_z \mathbf{R}_x,$$

где

$$\mathbf{R}_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_z = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Символом « $\langle \rangle$ » в (8) обозначена операция аугментации – пристыковки к матрице поворота $\mathbf{R}_{xz} \mathbf{R}_y(q)$ размером 3×3 вектора-столбца \mathbf{t} размером 3×1 справа, а символом $\mathbf{0}$ – вектор $[0, 0, 0]^T$.

Матрица поворота по курсу ψ

$$\mathbf{R}_y = \begin{bmatrix} \cos \psi & 0 & \sin \psi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \psi & 0 & \cos \psi \end{bmatrix},$$

в [13] с помощью замен

$$q = \operatorname{tg}(0,5\psi), \quad \cos \psi = \frac{1-q^2}{1+q^2}, \quad \sin \psi = \frac{2q}{1+q^2}$$

определена параметрически:

$$R_y(q) = \begin{bmatrix} \frac{1-q^2}{1+q^2} & 0 & \frac{2q}{1+q^2} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\frac{2q}{1+q^2} & 0 & \frac{1-q^2}{1+q^2} \end{bmatrix}.$$

Поскольку $[\mathbf{m}_i]_x \mathbf{m}_i = \mathbf{0}$, то умножение слева на кососимметрическую матрицу $[\mathbf{m}_i]_x$ в (8) позволяет [13] исключить из уравнения проективной камеры [38] масштабный множитель.

Решение системы уравнений (8) может быть сведено [15] к поиску решения корней квадратного уравнения относительно переменной q . Корень q , соответствующий угловому положению объекта в поле зрения камеры, позволяет вычислить угол

$$\psi = 2 \operatorname{arctg}(q)$$

и элементы вектора параллельного переноса:

$$t_x = u_1 t_z, \quad t_y = v_1 t_z, \quad t_z = \|\mathbf{M}_2 - \mathbf{M}_1\| [\mathbf{R}(q)_{2,1} - v_2 \mathbf{R}(q)_{3,1}] / (v_2 - v_1),$$

где $\|\cdot\|$ – обозначение оператора вычисления два-нормы вектора.

Результаты имитационного моделирования задачи Perspective-2-Point при погрешностях оценивания крена и тангажа камеры

Для исследования погрешностей измерения крена и тангажа на результат решения задачи $P2P$ в математическую модель из работ [15, 16] были дополнительно введены абсолютные ошибки оценивания калибровочных параметров в соответствии с численными данными из таблицы 1. Результаты имитационного моделирования для 10000 статистически независимых экспериментов, заключавшихся в решении задачи $P2P$ для случайных значений углов курса, крена и тангажа при отношении расстояния между реперами к расстоянию до объекта, рав-

ном 0,25, сведены в таблицу 2. В модели была принята среднеквадратическая погрешность измерения крена и тангажа в $0,05^\circ$ [4, 5, 15].

Таблица 2 – Погрешности измерения угловых и пространственных координат при решении задачи P2P

Table 2 – Errors of measurement of angular and spatial coordinates for P2P problem

Кол-во калибровочных положений	$K = 500$	$K = 300$	$K = 100$
Абсолютная погрешность измерения курса $\Delta\psi$, $^\circ$	0,12	1,95	4,03
Относительная погрешность измерения дальности до объекта, %	0,17	2,20	4,31

Как следует из полученных численных результатов, вызванное погрешностью оценивания калибровочных параметров увеличение погрешности измерения угловых координат крена и тангажа по сигналам ЦТМА с долей градуса до единиц градусов (на порядок) приводит к аналогичному (на порядок) росту погрешности измерения угловых и пространственных координат с помощью ОЭС позиционирования.

Заключение

В работе исследовано влияние погрешности оценивания калибровочных параметров цифрового трехосного MEMS-акселерометра на качество формирования секторов видеопанорам и погрешность оптико-электронных систем позиционирования, основанных на решении задачи *Perspective-2-Point*. Показано, что при калибровке MEMS-акселерометра по эллипсоиду чувствительности уменьшение рекомендованного количества калибровочных положений на 40 % и 80 % приводит к увеличению абсолютной погрешности оценивания крена и тангажа до $1,5^\circ$ и 3° соответственно. Такая абсолютная погрешность при решении задачи позиционирования по двум реперным излучателям приводит к увеличению относительной погрешности измерения пространственных координат до значений 2,2 и 4,3 %, а абсолютной погрешности измерения угловой координаты курса – соответственно до 2° и 4° . В задаче формирования панорамных изображений наблюдается ложный крен объектов и рельефа местности.

Результаты проведенных полунатурных экспериментов позволяют сделать вывод о том, что при отсутствии специализированного стендового оборудования калибровка с применением итеративного метода оптимизации Левенберга – Марквардта цифровых MEMS-акселерометров, являющихся чувствительными элементами инерциальных измерительных модулей для оценивания крена и тангажа оптико-электронных систем позиционирования и формирования панорамы, должна выполняться как минимум по нескольким сотням отсчетов, приблизительно равномерно распределенных по эллипсоиду чувствительности MEMS сенсора. Это позволяет обеспечить в таких системах абсолютную ошибку измерения угловых направлений на наблюдаемые объекты не более долей градуса.

Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования РФ (FSSN-2020-0003).

Библиографический список

1. **Матвеев В. В., Распопов В. Я.** Основы построения бесплатформенных инерциальных навигационных систем: учеб. пособие / под общ. ред. В.Я. Распопова. СПб.: ГНЦ РФ ОАО «Концерн «ЦНИТ Электроприбор», 2009. 278 с.
2. **Mahony R., Hamel T., Pflimlin J.-M.** Complementary filter design on the special orthogonal group $SO(3)$ // Proc. of the IEEE Conference on Decision and Control (CDC'05). Seville, 2005. P. 1477-1484.
3. **Madgwick S. O. H., Harrison A. J. L., Vaidyanathan R.** Estimation of IMU and MARG orientation using a gradient descent algorithm // IEEE Int. Conf. on Rehabilitation Robotics Rehab Week, June 29 - July 1 2011. Zurich, 2011.
4. **Белокуров В. А.** Система угловой ориентации на основе гауссовского парциального фильтра // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2016. № 56. С. 11-16.

5. **Белокуров В. А.** Применение автоковариационного метода наименьших квадратов в инвариантной схеме угловой ориентации // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2018. № 64. С. 9-16.
6. **Воронов А. С., Иванов А. В., Калигин Н. Н.** Инерциальная навигация в системах экстренного реагирования при авариях // Ползуновский альманах. 2013. № 1. С. 47-50.
7. **Воронов А. С., Калигин Н. Н.** Определение момента аварии и оценка вероятности получения опасных для жизни травм // Ползуновский альманах. 2013. № 1. С. 83-86.
8. **Павлов О. В.** Определение пространственного положения шлема в наשלемной информационно-управляющей системе // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2018. № 9. С. 126-136.
9. **Алалуев Р. В., Иванов Ю. В., Малютин Д.М., Матвеев В. В., Погорелов М. Г., Распопов В. Я., Шведов А. П.** Системы позиционирования // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2016. № 10. С. 223-238.
10. **Парамонов П.П., Великанов А.В., Жаринов И.О., Изергин К.М., Костишин М.О.** Особенности построения подсистемы позиционирования наשלемной системы авионики на основе оптико-инерциального принципа // Мехатроника, автоматизация, управление. 2014. № 11. С. 68-72.
11. **Foxlin E., Altshuler Yu., Naimark L., Harrington M.** FlightTracker: a novel optical/inertial tracker for cockpit enhanced vision // Proc. of 3rd IEEE and ACM International Symposium on Mixed and Augmented Reality. Arlington, 2004. Pp. 212-221.
12. **Алпатов А. В., Ашапкина М. С.** Разработка метрик для распознавания физических упражнений в системах удаленной реабилитации // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2018. № 66-1. С. 139-146.
13. **Kukelova Z., Vujnak M., Pajdla T.** Closed-form solutions to the minimal absolute pose problems with known vertical direction // Proc. of the 10th Asian conference on Computer vision. Part II. Queenstown, 2010. P. 216-229.
14. **Kniaz V. V.** Robust vision-based pose estimation algorithm for an UAV with known gravity vector // The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences, Vol. XLI-B5. Prague, 2016. P. 63-68.
15. **Калинкин А. И., Холопов И. С.** Оценка погрешности определения угловых координат объекта с двумя реперными излучателями // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2019. № 69. С. 52-59.
16. **Калинкин А. И., Холопов И. С.** Исследование погрешности оценивания угловых координат объекта по двум реперным точкам с помощью камеры и инерциального измерительного модуля // Радиотехника. 2019. № 11(18). С. 57-63.
17. **Кудинов И. А., Павлов О. В., Холопов И. С., Храмов М. Ю.** Алгоритм формирования видеопанорамы и его программная реализация с применением технологии CUDA // Информационные технологии и нанотехнологии ИТНТ-2017: сб. трудов III международной конференции и молодежной школы. Самара: Новая техника, 2017. С. 1580-1586.
18. **Кудинов И. А., Павлов О. В., Холопов И. С., Храмов М. Ю.** Формирование видеопанорамы по информации от разносектральных камер // Информационные технологии и нанотехнологии ИТНТ-2018: сб. трудов IV международной конференции и молодежной школы. Самара: Новая техника, 2017. С. 568-575.
19. **Кудинов И.А., Никифоров М.Б., Холопов И.С.** Калибровка камер и вспомогательных датчиков для разносектральной панорамной обзорной оптико-электронной системы с распределённой апертурой // Информационные технологии и нанотехнологии ИТНТ-2019: сборник трудов V международной конференции и молодежной школы. Самара: Новая техника, 2019. С. 563-574.
20. **Кудинов И. А., Холопов И. С., Храмов М. Ю.** Технология формирования панорамных разносектральных видеоизображений для обзорных авиационных оптико-электронных систем // Труды МАИ. 2019. № 104. С. 1-21.
21. **Kudinov I. A., Muratov Ye. R., Nikiforov M. B., Kholopov I. S.** Calibration based visible and infrared image superimposition for fusion task // Proc. of 8th Mediterranean conference on embedded computing. Budva, 2019. Pp. 315-320.
22. **Efimov A. I., Kudinov I. A., Melnik O. V., Nikiforov M. B., Kholopov I. S.** Digital multispectral images superimposition based on preliminary calibration or contour analysis: advantages and disadvantages // ELECTRO-2020: proc. of 13th Int. Conf. Taormina, 2020.

23. **Максимов В. А., Холопов И. С.** Алгоритм коррекции проективных искажений при маловысотной фото/видеосъемке по данным от инклинометра и дальномера // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2016. № 58. С. 109-116.
24. **Холопов И. С.** Алгоритм коррекции проективных искажений при маловысотной съемке // Компьютерная оптика. 2017. Т. 41. № 2. С. 284-290.
25. **Zhou Q.-F., Liu J.-H., Wang X., Sun M.-C.** Automatic correction of geometric distortion in aerial zoom squint imaging // Optics and Precision Engineering. 2015. Vol. 23, No. 10. P. 2927-2942.
26. **Kong X., Liu L., Qian Y., Cui M.** Automatic detection of sea-sky horizon line and small targets in maritime infrared imagery // Infrared Physics & Technology. 2016. Vol.76. P. 185-199.
27. **Ефимов А. И., Новиков А. И.** Алгоритм поэтапного уточнения проективного преобразования для совмещения изображений. Компьютерная оптика. 2016. Т. 40. № 2. С. 258-265.
28. **Гошин Е. В., Котов А. П.** Метод оценки параметров движения камеры по малому числу соответствующих точек с использованием кватернионов // Компьютерная оптика. 2020. Т. 44. № 3. С. 446-453.
29. **Джашитов В. Э., Панкратов В. М.** Математические модели теплового дрейфа гироскопических датчиков инерциальных систем. СПб.: ГИЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2001. 150 с.
30. **Zhang Z.** A flexible new technique for camera calibration // IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence. 2000. Vol. 22(11). Pp. 1330-1334.
31. **Hung J. C., Thacher J. R., White H. V.** Calibration of accelerometer triad of an IMU with drifting Z-accelerometer bias // Proc. of the IEEE Aerospace and Electronics Conference NAECON-1989. Vol. 1. Pp. 153-158.
32. **Kong X.** Inertial navigation system algorithms for low cost IMU. Sydney, 2000. 178 p.
33. **Холопов И. С., Лютков И. А.** Сравнительный анализ двух методов нелинейной оптимизации в задаче калибровки трехосного MEMS-акселерометра // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2020. № 71. С. 15-22.
34. **Лукьянов А. Д., Горянина К. И., Фам Д. Т.** Идентификация параметров преобразующей системы MEMS акселерометра ADXL-345 методом наименьших квадратов // Электроника и электротехника. 2016. № 2. С. 171-179.
35. **Шаврин В. В., Конаков А. С., Тисленко В. И.** Калибровка микроэлектромеханических датчиков ускорений и угловых скоростей в бесплатформенных инерциальных навигационных системах // Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. 2012. № 1(25), Ч. 2. С. 265-269.
36. **More J.** The Levenberg-Marquardt algorithm: implementation and theory // Numerical Analysis. Lecture Notes in Mathematics. 1978. Vol. 630. P. 105-116.
37. **Eisenhart L.P.** A treatise on the differential geometry of curves and surfaces. Boston: Ginn and company, 1909. 492 p.
38. **Кудинов И. А., Никифоров М. Б., Холопов И. С.** Технология формирования разнспектральной видеопанорамы // Радиотехника. 2019. Т. 83. № 5-2. С. 198-204.
39. **Кудинов И. А., Холопов И. С.** Повышение быстродействия алгоритма формирования панорамного видеоизображения в оптико-электронных системах с распределенной апертурой // Цифровая обработка сигналов. 2019. № 3. С. 27-32.
40. **Kholopov I. S., Pavlov O. V.** Spherical video panorama stitching from multiple cameras with intersecting fields of view and inertial measurement unit // Proc. of Int. Siberian Conf. on control and communications SIBCON 2016. Moscow, 2016. P. 7491682.
41. **Szeliski R.** Image alignment and stitching: a tutorial // Foundations and trends in computer graphics and vision. 2006. Vol. 2, No 1. P. 1-104.
42. **Hartley R., Zisserman A.** Multiple View Geometry in Computer Vision: 2nd edition. Cambridge: Cambridge University Press. 2003. 656 p.
43. **Parker J. A. Kenyon R. V., Troxel D. E.** Comparison of interpolating methods for image resampling // IEEE Trans. on Medical Imaging. 1983. Vol. 2(1). Pp. 31-39.
44. **Li J., Su J., Zeng X.** A solution method for image distortion correction model based on bilinear interpolation // Computer Optics. 2019. Vol. 43(1). P. 99-104.
45. **Rehder J., Siegwart R.** Camera/IMU calibration revisited // IEEE Sensors Journal. 2017. Vol. 17, No. 11. P. 3257-3268.
46. **Xiao Y., Ruan X., Chai J., Zhang X., Zhu X.** Online IMU self-calibration for visual-inertial systems // Sensors. 2019. Vol. 19, No. 1624. Pp. 1-26.

47. **Huang W., Liu H.** Online initialization and automatic camera-IMU extrinsic calibration for monocular visual-inertial SLAM // Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation. Brisbane, 2018. P. 5182-5189.

UDC 681.2.089; 004.021

CALIBRATION OF A THREE-AXIS MEMS ACCELEROMETER USING THE LEVENBERG - MARQUARDT METHOD FOR APPLIED PROBLEMS OF PHOTOGRAMMETRY AND IMAGE SUPERIMPOSITION

A. I. Kalinkin, post-graduate student, Department of Radio Engineering Systems, RSREU, Ryazan, Russia; orcid.org/0000-0003-0720-4850, e-mail: san_mozart@mail.ru

T. S. Kislitsyna, engineer, Department of Radio Engineering Systems, RSREU, Ryazan, Russia; orcid.org/0000-0003-0374-8316, e-mail: stroikova.t.s@rsreu.ru

I. A. Kudinov, post-graduate student, Department of Electronic Computing Machines, RSREU, Ryazan, Russia; orcid.org/0000-0003-1795-097X, e-mail: i.a.kudinov@yandex.ru

I. A. Lyutkov, graduate student, Department of Radio Engineering Systems, RSREU, Ryazan, Russia; orcid.org/0000-0003-0272-0696, e-mail: ilia.666lutkoff@gmail.com

I. S. Kholopov, Ph.D. (Tech.), Dean of the Faculty of Radio Engineering and Telecommunications, RSREU, Ryazan, Russia; orcid.org/0000-0001-5220-0811, e-mail: kholopov.i.s@rsreu.ru

In the article the error in estimating the vector of calibration parameters of the three-axis MEMS accelerometer using the non-linear Levenberg-Marquardt optimization method with a different number of points on the surface of the sensitivity ellipsoid is studied. The aim of the work is to study the influence of measurement errors from the MEMS signals of the angular coordinate accelerometer, caused by the error in estimating its calibration parameters with a small number of calibration positions, on the quality of solving two applied problems of digital image processing: 1) forming video panoramas and 2) positioning according to data from a single camera and two reference emitters. It was shown that when calibrating the MEMS of the ADXL345 accelerometer, a decrease in the recommended number of calibration positions by 40 % and 80 % leads to an increase in the absolute error in the roll and pitch estimation to 1.5° and 3°, respectively. Such an absolute error in measuring the angular coordinates when solving the Perspective-2-Point positioning problem leads to an increase in the relative error in measuring the spatial coordinates of the object to 2.2 % and 4.3 %, and the absolute error in measuring the angular coordinate of the course to 2° and 4°, respectively. In the task of forming panoramic images, a false roll of objects and terrain is observed.

Key words: MEMS accelerometer, calibration, sensitivity ellipsoid, Levenberg – Marquardt optimization algorithm, projective camera, inertial measuring unit, Perspective-2-Point problem, image superimposition, panoramic image.

DOI: 10.21667/1995-4565-2020-73-37-51

References

1. **Matveev V.V., Raspopov V.Ja.** *Osnovy postroeniya besplatformennykh inercial'nykh navigacionnykh sistem: uchebnoe posobie* (The basics of building strapdown inertial navigation systems) / pod obshh. red. V.Ja. Raspopova. SPb.: GNC RF OAO «Koncern «CNIT Jelektropribor», 2009. 278 p. (in Russian).

2. **Mahony R., Hamel T., Pflimlin J.M.** Complementary filter design on the special orthogonal group SO(3). *Proc. of the IEEE Conference on Decision and Control (CDC'05)*. Seville, 2005, pp. 1477-1484.

3. **Madgwick S.O.H., Harrison A.J.L., Vaidyanathan R.** Estimation of IMU and MARG orientation using a gradient descent algorithm. *IEEE Int. Conf. on Rehabilitation Robotics Rehab Week*, June 29 – July 1, 2011. Zurich, 2011.

4. **Belokurov V.A.** Sistema uglovoj orientacii na osnove gaussovskogo parcial'nogo fil'tra. *Vestnik Rjazanskogo gosudarstvennogo radiotekhnicheskogo universiteta*. 2016, no 56, pp. 11-16. (in Russian).

5. **Belokurov V.A.** Primenenie avtokovariacionnogo metoda naimen'shikh kvadratov v invariantnoj sheme uglovoj orientacii. *Vestnik Rjazanskogo gosudarstvennogo radiotekhnicheskogo universiteta*. 2018, no. 64, pp. 9-16. (in Russian).

6. **Voronov A.S., Ivanov A.V., Kaligin N.N.** Inercial'naja navigacija v sistemah jekstrennogo reagirovanija pri avarijah. *Polzunovskij al'manah*. 2013, no. 1, pp. 47-50. (in Russian).
7. **Voronov A.S., Kaligin N.N.** Opredelenie momenta avarii i ocenka verojatnosti poluchenija opasnyh dlja zhizni travm. *Polzunovskij al'manah*. 2013, no. 1, pp. 83-86. (in Russian).
8. **Pavlov O.V.** Opredelenie prostranstvennogo polozhenija shlema v nashlemnoj informacionno-upravljajushhej sisteme. *Izvestija Tul'skogo gosudarstvennogo universiteta. Tehnicheskie nauki*. 2018, no. 9, pp. 126-136. (in Russian).
9. **Alaluev R.V., Ivanov Ju.V., Maljutin D.M., Matveev V.V., Pogorelov M.G., Raspopov V.Ja., Shvedov A.P.** Sistemy pozicionirovanija. *Izvestija Tul'skogo gosudarstvennogo universiteta. Tehnicheskie nauki*. 2016, no. 10, pp. 223-238. (in Russian).
10. **Paramonov P.P., Velikanov A.V., Zharinov I.O., Izergin K.M., Kostishin M.O.** Osobennosti postroenija podsistemy pozicionirovanija nashlemnoj sistemy avioniki na osnove optiko-inercial'nogo ppin-cipa. *Mehatronika, avtomatizacija, upravlenie*. 2014, no. 11, pp. 68-72. (in Russian).
11. **Foxlin E., Altshuler Yu., Naimark L., Harrington M.** FlightTracker: a novel optical/inertial tracker for cockpit enhanced vision. *Proc. of 3rd IEEE and ACM International Symposium on Mixed and Augmented Reality*. Arlington, 2004, pp. 212-221.
12. **Alpatov A.V., Ashapkina M.S.** Razrabotka metrik dlja raspoznavanija fizicheskikh uprazhnenij v sistemah udalenoj rehabilitacii. *Vestnik Rjazanskogo gosudarstvennogo radiotekhnicheskogo universiteta*. 2018, no. 66-1, pp. 139-146. (in Russian).
13. **Kukelova Z., Bujnak M., Pajdla T.** Closed-form solutions to the minimal absolute pose problems with known vertical direction. *Proc. of the 10th Asian conference on Computer vision. Part II. Queenstown, 2010*. pp. 216-229.
14. **Kniaz V.V.** Robust vision-based pose estimation algorithm for an UAV with known gravity vector. *The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences, vol. XLI-B5*. Prague, 2016, pp. 63-68.
15. **Kalinkin A.I., Kholopov I.S.** Ocenka pogreshnosti opredelenija uglovyh koordinat objekta s dvumja repernymi izluchateljami. *Vestnik Rjazanskogo gosudarstvennogo radiotekhnicheskogo universiteta*. 2019, no. 69, pp. 52-59. (in Russian).
16. **Kalinkin A.I., Kholopov I.S.** Issledovanie pogreshnosti ocenivanija uglovyh koordinat objekta po dvum repernym tochkam s pomoshh'ju kamery i inercial'nogo izmeritel'nogo modulja. *Radiotekhnika*. 2019, no. 11(18), pp. 57-63. (in Russian).
17. **Kudinov I.A., Pavlov O.V., Kholopov I.S., Khramov M.Ju.** Algoritm formirovanija videopanoramy i ego programmaja realizacija c primeneniem tehnologii CUDA. *Informacionnye tehnologii i nanotekhnologii ITNT-2017: sbornik trudov III mezhdunarodnoj konferencii i molodezhnoj shkoly*. Samara: Novaja tehnika, 2017, pp. 1580-1586. (in Russian).
18. **Kudinov I.A., Pavlov O.V., Kholopov I.S., Khramov M.Ju.** Formirovanie videopanoramy po informacii ot raznospektral'nyh kamer. *Informacionnye tehnologii i nanotekhnologii ITNT-2018: sbornik trudov IV mezhdunarodnoj konferencii i molodezhnoj shkoly*. Samara: Novaja tehnika, 2017, pp. 568-575. (in Russian).
19. **Kudinov I.A., Nikiforov M.B., Kholopov I.S.** Kalibrovka kamer i vspomogatel'nyh datchikov dlja raznospektral'noj panoramnoj obzornoj optiko-jelektronnoj sistemy s raspredel'jonnoj aperturoj. *Informacionnye tehnologii i nanotekhnologii ITNT-2019: sbornik trudov V mezhdunarodnoj konferencii i molodezhnoj shkoly*. Samara: Novaja tehnika, 2019, pp. 563-574. (in Russian).
20. **Kudinov I.A., Kholopov I.S., Khramov M.Ju.** Tehnologija formirovanija panoramnyh raznospektral'nyh videoizobrazhenij dlja obzornyh aviacionnyh optiko-jelektronnyh sistem. *Trudy MAI*. 2019, no. 104, pp. 1-21. (in Russian).
21. **Kudinov I.A., Muratov Ye.R., Nikiforov M.B., Kholopov I.S.** Calibration based visible and infrared image superimposition for fusion task. *Proc. of 8th Mediterranean conference on embedded computing*. Budva, 2019, pp. 315-320.
22. **Efimov A.I., Kudinov I.A., Melnik O.V., Nikiforov M.B., Kholopov I.S.** Digital multispectral images superimposition based on preliminary calibration or contour analysis: advantages and disadvantages. *ELECTRO-2020: proc. of 13th Int. Conf. Taormina, 2020*.
23. **Maksimov V.A., Kholopov I.S.** Algoritm korrekcii proektivnyh iskazhenij pri malovysotnoj foto/videosjemke po dannym ot inklinometra i dal'nomera. *Vestnik Rjazanskogo gosudarstvennogo radiotekhnicheskogo universiteta*. 2016, no. 58, pp. 109-116. (in Russian).

24. **Kholopov I.S.** Algoritm korekcii proektivnyh iskazhenij pri malovysotnoj s'jomke. *Komp'juternaja optika*. 2017, vol. 41, no. 2, pp. 284-290. (in Russian)
25. **Zhou Q.-F., Liu J.-H., Wang X., Sun M.-C.** Automatic correction of geometric distortion in aerial zoom squint imaging. *Optics and Precision Engineering*. 2015, vol. 23, no. 10, pp. 2927-2942.
26. **Kong X., Liu L., Qian Y., Cui M.** Automatic detection of sea-sky horizon line and small targets in maritime infrared imagery. *Infrared Physics & Technology*. 2016, vol. 76, pp. 185-199.
27. **Efimov A.I., Novikov A.I.** Algoritm pojetapnoj utochnenija proektivnogo preobrazovanija dlja sovmeshhenija izobrazhenij. *Computer Optics*. 2016. vol. 40. no 2. pp. 258-265. (in Russian).
28. **Goshin Ye.V., Kotov A.P.** Metod ocenki parametrov dvizhenija kamery po malomu chislu sootvetstvujushih toček s ispol'zovaniem kvaternionov. *Computer Optics*. 2020, vol. 44, no 3, pp. 446-453. (in Russian).
29. **Dzhashitov V.Je., Pankratov V.M.** *Matematicheskie modeli teplovogo drejfa giroskopicheskikh datchikov inercial'nyh sistem*. SPb.: GNC RF CNII «Jelektropribor», 2001. 150 p. (in Russian)
30. **Zhang Z.** A flexible new technique for camera calibration. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. 2000, vol. 22, no 11, pp. 1330-1334.
31. **Hung J.C., Thacher J.R., White H.V.** Calibration of accelerometer triad of an IMU with drifting Z-accelerometer bias. *Proc. of the IEEE Aerospace and Electronics Conference NAECON-1989*. vol. 1, pp. 153-158.
32. **Kong X.** *Inertial navigation system algorithms for low cost IMU*. Sydney, 2000. 178 p.
33. **Kholopov I.S., Ljutkov I.A.** Sravnitel'nyj analiz dvuh metodov nelinejnoj optimizacii v zadache kalibrovki trehosnogo MEMS-akselerometra. *Vestnik Rjazanskogo gosudarstvennogo radiotekhnicheskogo universiteta*. 2020, no. 71, pp. 15-22. (in Russian)
34. **Luk'janov A.D., Gorjanina K.I., Fam D.T.** Identifikacija parametrov preobrazujushhej sistemy MEMS akselerometra ADXL-345 metodom naimen'shij kvadratov. *Jelektronika i jelectrotehnika*. 2016, no. 2, pp. 171-179. (in Russian).
35. **Shavrin V.V., Konakov A.S., Tislenko V.I.** Kalibrovka mikrojelektromehaničeskijh datchikov uskorenij i uglovijh skorostej v besplatformennyh inercial'nyh navigacionnyh sistemah. *Doklady Tomskogo gosudarstvennogo universiteta sistem upravlenija i radiojelektroniki*. 2012, no. 1(25)-2, pp. 265-269. (in Russian).
36. **More J.** The Levenberg-Marquardt algorithm: implementation and theory. *Numerical Analysis. Lecture Notes in Mathematics*. 1978. vol. 630. pp. 105-116.
37. **Eisenhart L.P.** *A treatise on the differential geometry of curves and surfaces*. Boston: Ginn and company, 1909. 492 p.
38. **Kudinov I.A., Nikiforov M.B., Kholopov I.S.** Tehnologija formirovanija raznospektral'noj videopanoramy. *Radiotekhnika*. 2019, vol. 83, no. 5-2, pp. 198-204. (in Russian).
39. **Kudinov I.A., Kholopov I.S.** Povyszenie bystrodejstvija algoritma formirovanija panoramno go vid-eoizobrazhenija v optiko-jelektronnyh sistemah s raspredelennoj aperturoj. *Cifrovaja obrabotka signalov*. 2019, no. 3, pp. 27-32. (in Russian).
40. **Kholopov I.S., Pavlov O.V.** Spherical video panorama stitching from multiple cameras with intersecting fields of view and inertial measurement unit. *Proc. of Int. Siberian Conf. on control and communications SIBCON 2016. Moscow, 2016*. P. 7491682.
41. **Szeliski R.** Image alignment and stitching: a tutorial // Foundations and trends in computer graphics and vision. 2006. vol. 2. no 1. pp. 1-104.
42. **Hartley R., Zisserman A.** *Multiple View Geometry in Computer Vision: 2nd edition*. Cambridge: Cambridge University Press, 2003. 656 p.
43. **Parker J.A., Kenyon R.V., Troxel D.E.** Comparison of interpolating methods for image resampling. *IEEE Trans. on Medical Imaging*. 1983, vol. 2(1). pp. 31-39.
44. **Li J., Su J., Zeng X.** A solution method for image distortion correction model based on bilinear interpolation. *Computer Optics*. 2019, vol. 43(1), pp. 99-104.
45. **Rehder J., Siegwart R.** Camera/IMU calibration revisited. *IEEE Sensors Journal*. 2017, vol. 17, no. 11, pp. 3257-3268.
46. **Xiao Y., Ruan X., Chai J., Zhang X., Zhu X.** Online IMU self-calibration for visual-inertial systems. *Sensors*. 2019, vol. 19, no. 1624, pp. 1-26.
47. **Huang W., Liu H.** Online initialization and automatic camera-IMU extrinsic calibration for monocular visual-inertial SLAM. *Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*. Brisbane, 2018. pp. 5182-5189.