УДК 621.391:519.72

РАСШИРЕНИЕ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ПРИМЕНЕНИЯ БЛОКОВЫХ ВЕРСИЙ АЛГОРИТМА ВИТЕРБИ

В. В. Золотарев, д.т.н., профессор, ведущий научный сотрудник ИКИ РАН, Москва, Россия; orcid.org/0000-0002-0277-6211, e-mail: zolotasd@yandex.ru

Рассматриваются способы расширения возможностей новых блоковых версий оптимальных декодеров, созданных на основе алгоритма Витерби (АВ), при передаче данных по каналам с большим уровнем шума. ***Целью работы*** *является анализ характеристик новых улучшенных оптимальных декодеров этого типа, сохраняющих сложность декодирования, близкую к объёму вычислений в свёрточной классической версии этого алгоритма. Приводятся характеристики нового блокового декодера не только в гауссовском канале, но и в обычном двоичном симметричном канале (ДСК). Описаны способы каскадирования, не использовавшиеся ранее, и предложены направления более широкого исследования блокового алгоритма Витерби (БАВ) и его новых вариантов реализации, позволяющих существенно увеличить длину кодового блока и расширить возможности адаптации АВ к различным условиям применения. Ещё одна задача, которую должна решить данная статья, – привлечение внимания специалистов ко всё расширяющейся сфере исследований с использованием технологий и парадигм Оптимизационной Теории после полного завершения прежней «классической» прикладной теории кодирования.*

Ключевые слова*: помехоустойчивое кодирование, блоковый алгоритм Витерби, свёрточные коды, блоковые коды, квазициклический код, сложность декодера, каскадирование.*

DOI: 10.21667/1995-4565-2020-74-34-41

Введение

В [1-4] были представлены характеристики весьма простой модификации алгоритма декодирования квазициклических блоковых кодов, которые строятся на основе более коротких сверточных кодов. При этом декодирование осуществляется обычным алгоритмом Витерби (АВ), не учитывающим блоковую структуру кода, а как бы декодирующим часть бесконечной последовательности свёрточного кода, несколько более длинной, чем размер конкретного декодируемого блокового кода n. После декодирования $m = 3..5$ последовательно расположенных кодовых блоков длиной n, которые декодер АВ воспринимает просто как отрезок свёрточного кода длиной mn, информационная последовательность, соответствующая средней части этого отрезка, содержащая минимум ошибок АВ, передаётся получателю.

По самому смыслу запатентованного школой Оптимизационной Теории (ОТ) нового блокового алгоритма Витерби (БАВ) его сложность N остаётся пропорциональной $N{\sim}2^K$, где K – степень кодового полинома свёрточного кода, на основе которого строился кусочно-циклический код длиной n [1, 2, 3]. Это существенно меньше, чем оценка сложности $N{\sim}2^{2K}$ алгоритмов оптимального декодирования блоковых кодов, которые настойчиво предлагается изучать даже студентам [5]. Напомним, что, как отмечалось в [3], подобно примеру созданного в NASA АВ с $K = 15$, в случае реализации его блокового варианта наша версия БАВ имела бы сложность N, в ~16000 раз меньшую, чем у схем, описанных в [5].

Целью данной работы является анализ подходов к реализации БАВ, существенно расширяющих его возможности.

Гибкость методов реализации БАВ

Важной особенностью БАВ оказывается наличие у него двух основных параметров: длины K полинома свёрточного кода и собственно длины блокового кода n. Эта новая ситуация

для алгоритма Витерби создаёт особые возможности для настроек систем кодирования и их адаптации к условиям применения. При достаточно больших значениях n вероятности ошибки на бит $P_b(e)$ у БАВ будут такими же, как и у обычного АВ с аналогичным полиномом длиной K. На это было кратко указано в [1, 2, 3].

Рассмотрим более детально особенности БАВ. На рисунке представлены для различных кодов графики вероятности ошибки на бит BER и на блок WER как зависимости от относительной энергетики гауссовского канала E_b/N_0. Пунктиры S1024 и H1024 соответствуют границе Хемминга (сферической упаковке) для вероятностей WER кодов с кодовой скоростью $R = 1/2$ и длиной $n = 1024$, которые являются удобным ориентиром эффективности кодирования для относительно коротких кодов.

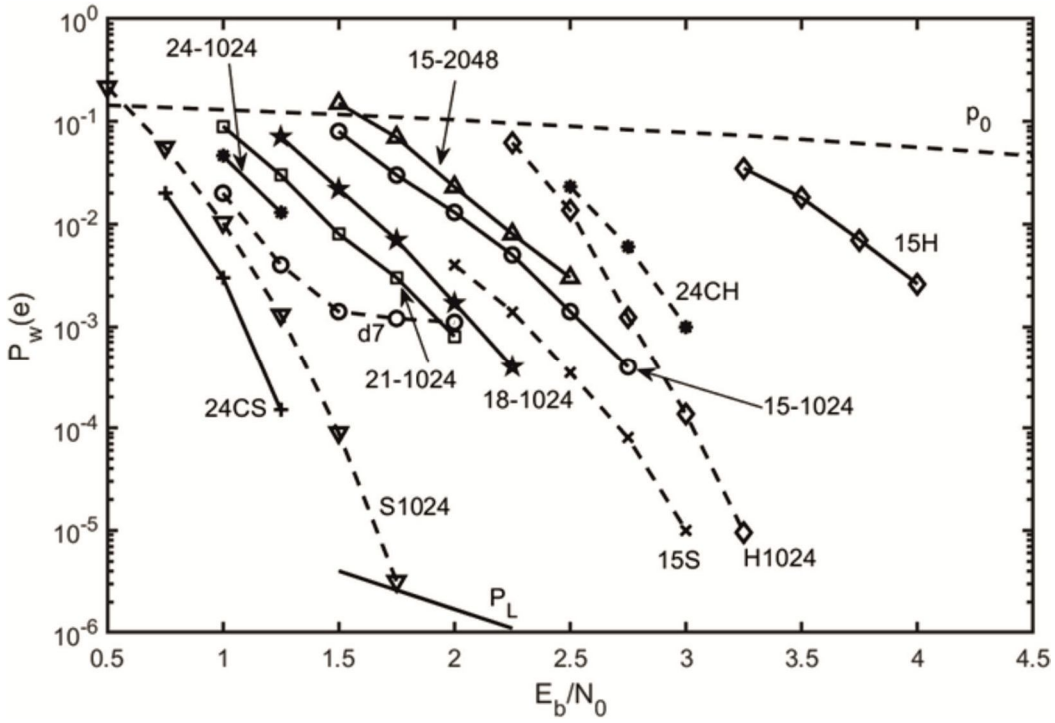

Рисунок – Характеристики методов коррекции ошибок для кодов с R = 1/2 в гауссовском канале связи с двоичной ФМ
Figure – Performance of error correction methods for 1/2 code rate in Gaussian channel with binary PSK

В качестве опорного варианта БАВ возьмём блоковый код длиной $n = 256$ с порождающим полиномом свёрточного кода длины $K = 15$, отмеченный на рисунке как 15S. Он уже рассматривался в [1, 3, 8]. При его реализации на компьютере с процессором Core-i7 и с тактовой частотой ~3 ГГц скорость декодирования программной модели БАВ в гауссовском канале, написанной на языке C++, близка к 1000 битам в секунду. При переходе к другим параметрам кодов скорость работы изменяется примерно вдвое при увеличении или уменьшении значения K на единицу. Например, для $K = 18$ скорость декодирования составит немного более 100 бит/с. График WER для БАВ в двоичном симметричном канале (ДСК) с $K = 15$ и $n = 256$ отмечен как 15H. Разумеется, в ДСК у этого БАВ такая же скорость работы ~1000 бит/с. Остальные графики вида К-n соответствуют длине свёрточного полинома K и длине блокового кода n.

Новые возможности настройки БАВ иллюстрируются представленными тремя графиками для гауссовского канала с возрастающей длиной n от 256 до 2048 при фиксированном $K = 15$: 15S (15-256), 15-1024 и 15-2048. Эта настройка и создаёт условия для адаптации кода с БАВ к условиям применения. Вероятности WER растут у БАВ примерно пропорционально с ростом n, а BER при достаточно больших n совпадают с вероятностями для свёрточного АВ с тем же полиномом длиной K.

Рассмотрим более сложные соотношения возможностей БАВ при изменении K. Для $K = 18$ и длины блока $n = 1024$ приведён график 18-1024. Заметим, что АВ с $K = 15$ был реализован в прошлом тысячелетии. Поэтому сейчас, через 25 лет, и значения K~24 уже также следует отнести к реально актуальным устройствам, по меньшей мере при аппаратной реализации. Экспериментальные графики 21-1024 и 24-1024 показывают всё большую близость WER к границе S1024 с ростом длины полинома K. Разумеется, из-за малой скорости моделирования две последние кривые даны по результатам ограниченного эксперимента, который в случае актуализации задачи на техническом уровне можно будет продолжить на другой экспериментальной базе.

Наконец, для сопоставления возможностей БАВ и свёрточного АВ график 24CH показывает BER для свёрточного АВ с $K = 24$. Сравнение этого графика и кривой 15H с графиками для гауссовского канала показывает, что БАВ в ДСК всегда ведут себя абсолютно одинаково, но со сдвигом на 2 дБ, также сохраняя широкие возможности по адаптации на основе вариации параметров K и n.

Технологии реализации БАВ для длинных кодов

Использование БАВ позволяет, как и при использовании многопороговых декодеров (МПД) для квазициклических кодов, успешно декодировать блоковые коды без потери в кодовой скорости R, что и является предметом изобретения [2], обладающего ещё и хорошей адаптивностью к параметрам канала и системы связи. Однако необходимая для такого декодера память по порядку величины составляет около $\sim 2^{K-1}nR$ битов. А в целом ряде случаев объём такой памяти может составлять многие гигабайты.

Однако оказалось возможным существенно уменьшить реально необходимые размеры памяти блоковых АВ. Выяснилось, что всегда можно реализовать БАВ таким образом, что сначала близкие к принятым блокам сообщения короткие части путей, запоминаемые декодером, хранятся в его памяти относительно небольшого размера. А в зависимости от выбранного кода, уровня шума и степени группирования ошибок на выходе БАВ можно провести некоторые дополнительные вычисления и вместо хранения всего экспоненциально большого числа вариантов путей всего запоминать только эту некоторую начальную текущую гипотезу-решение, создаваемую на достаточном небольшом удалении от места приёма декодером очередного блокового кода. Таким образом, ситуация становится похожей на то, что происходит при декодировании свёрточного кода обычным АВ, когда пользователю поступает значение символа, вычисленного некоторым образом на основе значений крайних символов-решений всех хранимых путей ограниченной длины.

Реализация такого варианта БАВ действительно выявила возможность реализации БАВ совершенно произвольно большой длины n при весьма ограниченных размерах памяти такой его модификации. Это новое свойство алгоритма ещё более расширяет сферу применения БАВ, причём теперь уже без всяких дополнительных исследований, так как вероятность BER БАВ-декодера длинного кода просто совпадает с такой же вероятностью обычного классического АВ, что уже было понятно из свойств БАВ с самого начала рассмотрения его возможностей в работах [1, 8]. Тем самым совершенно исключаются из рассмотрения абсолютно все прежние методы как бы оптимального декодирования блоковых кодов, например Чейза и других авторов, эффективность и польза которых очень невелики, а сложность и нетехнологичность просто не сопоставимы с практически идеальными АВ и БАВ. Увеличение объёма необходимых дополнительных вычислений в новом БАВ составляет до 1,3…2 раз, что никак не сокращает сколько-нибудь существенно сферу его применения.

Укажем справочно соотношение между возможностями двух главных методов, развиваемых в ОТ: различных многопороговых декодеров (МПД) и АВ, в том числе БАВ. Как следует из [3, 7-10], для реализации оптимального декодирования (ОД) с минимальными вычислительными затратами вблизи пропускной способности канала следует применять МПД декодеры. Но для этого следует использовать весьма длинные коды. А при необходимости реа-

лизовать декодирование с малой задержкой следует применять различные модификации АВ. Однако в этом случае потребуются более высокие вычислительные затраты, что можно сделать как в программном варианте, так и при аппаратной реализации. И эти два подхода полностью закрывают всё пространство желаемых реальных параметров кодов и декодеров. Оба алгоритма фактически оптимальны и решают все задачи применения кодов для всех двоичных и стирающих каналов. А условий для применения прочих методов вместо технологий ОТ сейчас уже реально нельзя указать вообще. Так что появление методов АВ-декодирования блоковых кодов произвольной длины очень важно, так как окончательно снимает проблему выбора алгоритмов декодирования и блоковых, и свёрточных кодов за пределами ОТ. Таких методов с характеристиками, сопоставимыми с алгоритмами, создаваемыми в рамках ОТ, нет.

О методах каскадирования при использовании технологий ОТ

Приведённые в предыдущем разделе соотношения между алгоритмами по сложности полностью соответствуют всем актуальным реальностям проектирования кодеков. Но указанные соотношения справедливы именно для базовых методов декодирования. В [3, 4, 9] детально представлены различные методы каскадирования МПД декодеров. Они для всех алгоритмов позволяют достичь более высокой эффективности при несколько меньших вычислительных затратах по сравнению с исходными способами кодирования. Для АВ алгоритмов каскадирование тоже является вполне эффективным подходом к реализации методов декодирования. Наиболее известным таким методом более 40 лет является вариант последовательного каскадирования свёрточного кода с алгоритмом Витерби при $K = 7$ и кода Рида – Соломона (РС) [10]. Напомним, что эта весьма полезная схема обеспечивает PEB~10^{-5} при $E_b/N_0 = 2{,}5$ дБ. Правда, при этом не следует забывать, что данная каскадная конструкция из-за внешнего кода РС теряет в кодовой скорости порядка 0,6 дБ по сравнению со скоростью $R = 1/2$ алгоритма Витерби, за счёт чего, собственно, и достигается неплохой уровень энергетики.

Рассмотрим возможности каскадирования для алгоритмов, графики которых представлены рисунке. Начнём с анализа последовательных схем каскадирования. Внешний свёрточный двоичный код, который будет снижать итоговую кодовую скорость R не более чем на 0,25 дБ, должен иметь кодовую скорость $R = 17/18$. В ОТ создано много типов программных платформ, позволяющих за несколько минут оценить характеристики любой схемы АВ или МПД. Оказалось, что такой малоизбыточный код выходит на уровни вероятностей ошибки PEB$\lesssim 10^{-6}$ с не более чем $I = 25$ итерациями коррекции при вероятности ошибки на входе декодера p_0~0,002. Обращаясь к рисунку и свёрточному коду с $K = 24$ (график 24CS), получаем, что крайне малые вероятности на выходе каскадной схемы АВ с $K = 24$ и МПД с $R = 17/18$ будут при энергетике $E_b/N_0 = 1{,}5$ дБ, но, разумеется, только при аккуратной реализации перемежения символов на выходе АВ. Это улучшение энергетики на целый 1 дБ непосредственно вблизи границы Шеннона, да ещё с заметно меньшей потерей в скорости по сравнению с упоминавшейся выше традиционной уже схемой с АВ, $K = 7$ и кодом РС, конечно, надо считать отличным результатом ОТ на базе АВ и МПД. Ещё раз напомним, что именно такой результат даст и достаточно длинный БАВ с $K = 24$.

Если применить гораздо более лёгкую в реализации схему АВ с $K = 18$, то оценки по этой же методике дают энергетику последовательного каскадирования и высокодостоверного декодирования порядка E_b/N_0~1,75 дБ, что также является очень хорошим результатом, поскольку итоговые длины каскадных кодов в обоих случаях относительно невелики. А такие схемы изначально не предназначены для работы вблизи пропускной способности канала C, которая для $R = 1/2$ и гауссовского канала равна $C = 1/2$ при E_b/N_0~0,2 дБ и квантования двоичного сигнала на 16 уровней (4 бита).

Рассмотрим также один простой, но важный пример параллельного каскадирования, метода, открытого школой ОТ и сыгравшего большую роль в повышении эффективности

многих алгоритмов, созданных с применением МПД и других подходов, которые развивает наша школа [3, 8-10]. На рисунке пунктиром d7 обозначен график BER для длинного БАВ, который декодировал самоортогональный систематический код (СОК) с порождающим полиномом длиной $K = 18$, $R = 1/2$ и $d = 7$ [10]. Он относится к типичному коду, который хорошо и просто декодируется с помощью МПД и при этом легко выходит на уровень оптимального декодирования. Анализ структуры ошибок БАВ показал, как и следовало ожидать, практически полную независимость ошибок декодирования БАВ в области входного шума $E_b/N_0 > 1{,}25$ дБ. А это позволяет при использовании опять примерно такого же кода с R~0,95 во внешнем слое параллельной каскадной схемы декодировать уже каскадный код в целом с потерей не более 0,25 дБ по энергетике из-за небольшого снижения кодовой скорости R и обеспечивать BER~10^{-6} или даже более хорошие уровни достоверности, как показано на рисунке кривой P_L. Более точное согласование параметров такой параллельной каскадной схемы с использованием мощных средств оптимизации всех элементов кодовой конструкции позволит обязательно значительно улучшить характеристики такого каскадного декодера с использованием БАВ и МПД.

Возможно, что ещё более впечатляющие результаты, как предлагалось в [3], будут получены в случае взаимодействия этих алгоритмов по дивергентному принципу, который тоже сохраняет общее число операций декодирования относительно небольшим, но существенно повышает итоговую эффективность кодирования.

Отдельного рассмотрения заслуживают также схемы каскадирования, на внешних ступенях которых применяются символьные (недвоичные) коды [3, 4, 6-10].

Заметим снова, что ещё одним ценным результатом обеих каскадных схем является заметное снижение задержек декодирования за счёт несколько большей вычислительной работы, которую выполняют различные версии АВ во внутренних каскадах рассмотренных здесь схем.

Заключение

Дальнейшая модификация БАВ выявила новые возможности для создания схем декодирования блоковых кодов в гауссовских и ДСК каналах, а также в каскадных схемах, которые во всех случаях демонстрируют высокие энергетические характеристики предлагаемых методов.

Применение БАВ в каскадных схемах естественно уменьшает необходимые задержки принятия решений всеми алгоритмами, что также становится важным фактором при выборе тех или иных схем кодирования.

Сравнение с технологиями ОТ каких-либо других алгоритмов из тех, которые публикуются в настоящее время, показывает, что турбо, низкоплотностные (LDPC) и полярные коды и их алгоритмы декодирования не могут конкурировать с декодерами с прямым контролем метрики (ДПКМ) [3, 11, 19]. Многие характеристики АВ, БАВ и различных МПД просто недоступны для любых других способов декодирования как при рассмотрении вопросов приближения области их работы к границе Шеннона, так и для коротких кодов [11, 19].

Однако, к огромному сожалению сторонников научной школы ОТ, все эти правильные в целом оценки заключения данной статьи на самом деле не имеют особого смысла по неожиданной, но очень веской причине. За последние десятилетия никто, кроме школы ОТ, ни разу не предъявил полных данных о «созданных» теми или иными авторами декодерах, достоверно проверяемых по триединому критерию «помехоустойчивость-достоверность-сложность». В абсолютном же большинстве публикуемых материалов школы ОТ указываются как результаты моделирования, показывающие возможности декодеров ОТ по первым двум компонентам этого обязательного критерия, так и скорости работы всех своих алгоритмов при их компьютерном моделировании на языке С++, что очень естественно и удобно для сравнения. Дополнительные средства сопоставления сложности любых декодеров давно предложены школой ОТ и помещены на наши сетевые порталы [14].

Сложившаяся ситуация определяется тем, что ни для одного параметра указанного выше жёсткого, но абсолютно обязательного критерия сравнения при большом уровне шума нельзя сейчас и никогда не будет возможно в будущем найти их точные аналитические выражения, что и показало медленное угасание прежней теории кодирования с 70-х годов двадцатого века и по 1990 год, когда фактически была полностью завершена вся ОТ [15]. Этот глобальный кризис взаимоотношений теории и эксперимента давно ощущала мировая наука, что признавалось и во многих статьях, например опубликованных на портале РАН [13]. Некоторые вопросы конкретного сопоставления возможностей ОТ и прежней уже неклассической теории кодирования рассмотрены в [11, 12, 16-19]. Из них непосредственно следует, что теория кодирования – это вовсе не математическая задача, а особая проблема теории оптимизации со специфическими параметрами поиска глобального экстремума в дискретных пространствах, организованных с учётом структурных свойств кодов. Нам представляется, что для прежней российской теории кодирования давно настало время переосмыслить основные парадигмы науки в области теории информации и принять на себя ответственность за разработку и решение новых проблем в сфере прикладной теории кодирования с использованием уже имеющихся серьёзных теоретических научных достижений ОТ и весьма изощрённых наукоёмких инновационных компьютерных технологий.

Автор благодарит сторонников научной школы ОТ за подготовленные для этой работы материалы и помощь в подготовке статьи.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 18-07-00525).

Библиографический список

1. **Золотарев В. В., Овечкин Г. В., Овечкин П. В.** Характеристики блоковых реализаций алгоритма Витерби // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2017. № 59. С. 30-35.

2. **Золотарев В. В., Овечкин П. В.** Способ кодирования и декодирования блокового кода с использованием алгоритма Витерби // Патент на изобретение № 2608872 от 25.01.2017 г.

3. **Золотарев В. В.** Теория кодирования как задача поиска глобального экстремума / Под науч. ред. акад. РАН Н.А. Кузнецова. М.: Горячая линия-Телеком, 2018. 220 с.

4. **Zolotarev V. V.** Coding Theory as a Simple Optimal Decoding near Shannon's Bound (Optimization Theory of error-correcting coding – is a new «quantum mechanics» of information theory). M.: Hot Line-Telecom, 2018. 333 p. URL: https://mtdbest.ru/articles/mtd_book_2019.pdf.

5. **Кудряшов Б. Д.** Основы теории кодирования: учеб. пособие. СПб.: БХВ-Петербург, 2016. 393 с.

6. **Zolotarev V. V., Nazirov R. R., Ovechkin G. V., Ovechkin P. V.** Optimizing Theory: Taking Over the Leadership Baton From Classic Coding Theory // Information Technologies in Remote Sensing of the Earth – RORSE. 2018. pp. 198-206. URL: https://doi.org/10.21046/rorse2018.198.

7. **Золотарёв В. В., Овечкин Г. В., Назиров Р. Р.** О передаче Оптимизационной Теории лидерства от прикладной классической теории помехоустойчивого кодирования // Некоторые аспекты современных проблем механики и информатики: сб. науч. ст. М.: ИКИ РАН, 2018. С. 82-90. URL: https://mtdbest.ru/articles/zolotarev_leadership.pdf.

8. **Золотарёв В. В.** О новом этапе развития оптимизационной теории // Цифровая обработка сигналов. 2017. № 1. С. 33-41. URL: https://mtdbest.ru/articles/Zolotarev_DSPA_2017.pdf.

9. **Зубарев Ю. Б., Золотарёв В. В., Овечкин Г. В.** Развитие теории каскадных алгоритмов многопорогового декодирования // В сб.: «Цифровая обработка сигналов и ее применение». М., 2011. Т. 1. С. 9-12. URL: https://mtdbest.ru/articles/Zolotarev_dspa_2011.pdf.

10. **Золотарёв В. В., Овечкин Г. В.** Помехоустойчивое кодирование. Методы и алгоритмы: справочник. М.: Горячая линия-Телеком, 2004. 126 с. URL: https://mtdbest.ru/articles/mtd_handbook.pdf.

11. **Кузнецов Н. А., Золотарёв В. В., Овечкин Г. В., Назиров Р. Р., Сатыбалдина Д. Ж., Омирбаев Е. Д.** Обзор проблем полярных кодов с позиции технологий Оптимизационной Теории помехоустойчивого кодирования // Дистанционное зондирование Земли из космоса. 2020. Т. 17. № 4. С. 9-26. URL: http://d33.infospace.ru/d33_conf/sb2020t4/9-26.pdf.

12. **Зубарев Ю. Б., Золотарёв В. В., Овечкин Г. В.** Новые технологии и парадигмы помехоустойчивого кодирования: после решения проблемы Шеннона // Электросвязь. 2019. № 7. С. 56-61. URL: http://www.mtdbest.ru/articles/elsv2020.pdf.

13. **Магаршак Ю.** Число, возведенное в абсолют // Независимая газета. 09.09.2009 г. URL: http://www.mtdbest.ru/articles/theory_modell.pdf.

14. Ресурсы www.mtdbest.ru, www.mtdbest.iki.rssi.ru.

15. **Золотарёв В. В.** Субоптимальные алгоритмы декодирования: докторская диссертация. М., 1990.

16. **Золотарёв В. В., Зубарев Ю. Б., Смагин М. С.** Преодоление системного кризиса в теории информации // Вестник связи. 2020. № 8. С. 25-35.

17. **Кузнецов Н. А., Золотарёв В. В., Зубарев Ю. Б., Овечкин Г. В., Назиров Р. Р., Аверин С. В.** Проблемы и открытия Оптимизационной Теории помехоустойчивого кодирования (ОТ в иллюстрациях). М.: Горячая линия-Телеком, 2020. 36 с. URL: http://www.mtdbest.ru/articles/comics.pdf.

18. **Kuznetsov N. A., Zolotarev V. V., Zubarev Yu. B., Ovechkin G. V., Nazirov R. R, Averin S. V.** Problems and Discoveries of the Optimization Theory for Coding near Shannon's Bound (OT in illustrations). Moscow: Hot Line - Telecom, 2020. 45 p. URL: https://mtdbest.ru/articles/e-comics.pdf.

19. **Золотарёв В. В., Овечкин Г. В.** О сопоставлении новых методов помехоустойчивого кодирования // Доклады 18-й Международной конференции «Цифровая обработка сигналов и её применение». М., 2016. Т. 1. С. 59-64. URL: https://mtdbest.ru/articles/Zolotarev_DSPA2016.pdf.

UDC 621.391:519.72

EXPANDING POSSIBILITIES TO APPLY BLOCK VITERBI ALGORITHM

V. V. Zolotarev, Dr. Sc. (Tech.), full professor, Lead Researcher, SRI RAS, Moscow, Russia;
orcid.org/0000-0002-0277-6211, e-mail: zolotasd@yandex.ru;

Ways of expanding the capabilities of new block versions of optimal decoders, created on the basis of the Viterbi algorithm (*AV*)*, when transmitting data over channels with a high level of noise, are considered.* ***The aim of the work*** *is to analyze the characteristics of new improved optimal decoders of this type, keeping the decoding complexity close to the amount of computations in convolutional classical version of this algorithm. The characteristics of new block decoder are given not only in the Gaussian channel, but also in usual binary symmetric channel* (*BSC*)*. Concatenation methods that have not been used before are described, and directions for a broader study of Viterbi block algorithm* (*BAV*) *as well as its new implementation options are proposed, which make it possible to significantly increase the length of code block and expand the possibilities of adapting AV to various application conditions. Another task that this article should solve is to attract the attention of specialists to an ever expanding field of research using the technologies and paradigms of Optimization Theory after the complete completion of former «classical» applied coding theory.*

Key words: *error-correction coding, block Viterbi algorithm, convolutional codes, block codes, quasi-cyclic codes, decoder complexity, concatenation.*

DOI: 10.21667/1995-4565-2020-74-34-41

References

1. **Zolotarev V. V., Ovechkin G. V., Ovechkin P. V.** Harakteristiki blokovyh realizacij algoritma Viterbi. *Vestnik Rjazanskogo gosudarstvennogo radiotehnicheskogo universiteta*. 2017, no. 59, pp. 30-35. (in Russian).

2. **Zolotarev V. V., Ovechkin P. V.** *Sposob kodirovanija i dekodirovanija blokovogo koda s ispol'zovaniem algoritma Viterbi.* Patent no. 2608872, date 25.01.2017 (in Russian).

3. **Zolotarev V. V.** *Teorija kodirovanija kak zadacha poiska global'nogo jekstremuma*. Moscow, Gorjachaja Linija-Telekom, 2018. 220 p. (in Russian).

4. **Zolotarev V. V.** *Coding Theory as a Simple Optimal Decoding near Shannon's Bound* (Optimization Theory of error-correcting coding – is a new «quantum mechanics» of information theory). Moscow, Hot Line-Telecom, 2018, 333 p. URL: https://mtdbest.ru/articles/mtd_book_2019.pdf.

5. **Kudrjashov B. D.** *Osnovy teorii kodirovanija* (Basic of coding theory). Uchebnoe posobie. SPb: BHV-Peterburg, 2016, 393 p. (in Russian).

6. **Zolotarev V. V., Nazirov R. R., Ovechkin G. V., Ovechkin P. V.** Optimizing Theory: Taking Over the Leadership Baton From Classic Coding Theory. *Information Technologies in Remote Sensing of the Earth – RORSE*. 2018, pp. 198-206. URL: https://doi.org/10.21046/rorse2018.198.

7. **Zolotarjov V. V., Ovechkin G. V., Nazirov R. R.** O peredache Optimizacionnoj Teorii liderstva ot prikladnoj klassicheskoj teorii pomehoustojchivogo kodirovanija. *Nekotorye aspekty sovremennyh problem mehaniki i informatiki*: sb. nauch. st. Moscow, IKI RAN. 2018, pp. 82-90 (in Russian). URL: https://mtdbest.ru/articles/zolotarev_leadership.pdf.

8. **Zolotarjov V. V.** O novom jetape razvitija optimizacionnoj teorii. *Cifrovaja obrabotka signalov*. 2017, no. 1, pp. 33-41 (in Russian). URL: https://mtdbest.ru/articles/Zolotarev_DSPA_2017.pdf.

9. **Zubarev Ju. B., Zolotarjov V. V., Ovechkin G. V.** Razvitie teorii kaskadnyh algoritmov mnogoporogovogo dekodirovanija. In proc.: «Cifrovaja obrabotka signalov i ee primenenie». Moscow. 2011, vol. 1, pp. 9-12 (in Russian). URL: https://mtdbest.ru/articles/Zolotarev_dspa_2011.pdf.

10. **Zolotarjov V. V., Ovechkin G. V.** *Pomehoustojchivoe kodirovanie. Metody i algoritmy. Spravochnik* (Error-correction coding. Methods and algorithms. Handbook). Moscow, Gorjachaja linija-Telekom, 2004, 126 p. (in Russian). URL: https://mtdbest.ru/articles/mtd_handbook.pdf.

11. **Kuznecov N. A., Zolotarjov V. V., Ovechkin G. V., Nazirov R. R., Satybaldina D. Zh., Omirbaev E. D.** Obzor problem poljarnyh kodov s pozicii tehnologij Optimizacionnoj Teorii pomehoustojchivogo kodirovanija. *Distancionnoe zondirovanie Zemli iz kosmosa*. 2020, vol. 17, no. 4, pp. 9-26 (in Russian). URL: http://d33.infospace.ru/d33_conf/sb2020t4/9-26.pdf.

12. **Zubarev Ju. B., Zolotarjov V. V., Ovechkin G. V.** Novye tehnologii i paradigmy pomehoustojchivogo kodirovanija: posle reshenija problemy Shennona. *Jelektrosvjaz'*. 2019, no. 7, pp. 56-61 (in Russian). URL: http://www.mtdbest.ru/articles/elsv2020.pdf.

13. **Magarshak Ju.** Chislo, vozvedennoe v absoljut. *Nezavisimaja gazeta*. 09.09.2009 (in Russian). URL: http://www.mtdbest.ru/articles/theory_modell.pdf.

14. Web sites www.mtdbest.ru, www.mtdbest.iki.rssi.ru.

15. **Zolotarjov V. V.** *Suboptimal'nye algoritmy dekodirovanija*. Doct. thesis. Moscow. 1990 (in Russian).

16. **Zolotarjov V. V., Zubarev Ju. B., Smagin M. S.** Preodolenie sistemnogo krizisa v teorii informacii. *Vestnik svjazi*. 2020, no. 8, pp. 25-35 (in Russian).

17. **Kuznecov N. A., Zolotarjov V. V., Zubarev Ju. B., Ovechkin G. V., Nazirov R. R., Averin S. V.** *Problemy i otkrytija Optimizacionnoj Teorii pomehoustojchivogo kodirovanija (OT v illjustracijah)* (Problems and Discoveries of the Optimization Theory for Coding near Shannon's Bound (OT in illustrations)). Moscow, Gorjachaja linija-Telekom, 2020, 36 p. (in Russian). URL: http://www.mtdbest.ru/articles/comics.pdf.

18. **Kuznetsov N.A., Zolotarev V. V., Zubarev Yu. B., Ovechkin G. V., Nazirov R. R, Averin S. V.** *Problems and Discoveries of the Optimization Theory for Coding near Shannon's Bound* (OT in illustrations). Moscow: Hot Line - Telecom, 2020, 45 p. URL: https://mtdbest.ru/articles/e-comics.pdf.

19. **Zolotarjov V. V., Ovechkin G. V.** O sopostavlenii novyh metodov pomehoustojchivogo kodirovanija. *In proc. «Cifrovaja obrabotka signalov i ejo primenenie»*. Moscow, 2016, vol. 1, pp. 59-64 (in Russian). URL: https://mtdbest.ru/articles/Zolotarev_DSPA2016.pdf.