

**ФИЗИЧЕСКАЯ ЭЛЕКТРОНИКА И НАНОЭЛЕКТРОНИКА**

УДК 004.942

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ  
КОНСТРУКЦИИ СИСТЕМЫ МАГНИТОГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО  
ПЕРЕМЕШИВАНИЯ РАСПЛАВА КРЕМНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ  
УСТАНОВКИ НАПРАВЛЕННОЙ КРИСТАЛЛИЗАЦИИ**

**Е. В. Сливкин**, к.т.н., доцент кафедры ПЭл, Рязань, Россия;  
orcid.org/0000-0001-9906-8934, e-mail: e.slivkin@mail.ru

**С. М. Карабанов**, д.т.н., профессор кафедры ЭП, Рязань, Россия;  
orcid.org/0000-0003-3887-7062, e-mail: smkarabanov@gmail.com

**Д. В. Суворов**, к.т.н., доцент кафедры ПЭл, Рязань, Россия;  
orcid.org/0000-0002-5118-5688, e-mail: dmitriy\_suvorov@mail.ru

**Д. Ю. Тарабрин**, к.т.н., доцент кафедры ПЭл, Рязань, Россия;  
orcid.org/0000-0003-0844-9032, e-mail: tarabrin-dmitriy@mail.ru

**Н. В. Макарова**, магистрант кафедры КТ, инженер отдела информационного обеспечения, Рязань, Россия;  
orcid.org/0000-0002-1505-7670, e-mail: makarova.n.v@rsreu.ru

*Рассматриваются особенности математического моделирования элементов конструкции системы магнитогидродинамического перемешивания расплава кремния экспериментальной установки направленной кристаллизации GT-DSS450TM. Целью данной работы является оценка влияния магнитного поля на элементы конструкции установки направленной кристаллизации, такие как рама для крепления теплоизоляции и стенки рабочей камеры, и моделирование возможных негативных эффектов этого влияния. Были проведены серии расчетов по определению таких параметров, как наведенные токи в элементах конструкции, скорость перемешивания на поверхности расплава, эффективная индуктивность индукторов. Предложен способ минимизации паразитного влияния магнитного поля на стенки камеры.*

*Исследования проведены методом математического моделирования с использованием программного комплекса COMSOL Multiphysics.*

**Ключевые слова:** математическое моделирование, кремний, магнитогидродинамическое перемешивание, ферромагнитный экран.

**DOI:** 10.21667/1995-4565-2020-74-119-128

**Введение**

В настоящее время основными методами роста кристаллов из расплава являются метод Чохральского, метод направленной кристаллизации в разных вариантах, процесс Вернейла и зонная плавка [1, 2]. Благодаря применению этих методов создается широкий спектр кристаллических материалов, который является основой для многих высокотехнологичных отраслей, таких как микро- и оптоэлектроника, фотоника, акустооптика, фотогальваника и т.д. После почти 90 лет развития основные принципы для каждого метода роста кристаллов хорошо освоены, поэтому текущие задачи исследователей в первую очередь направлены на дальнейшее улучшение качества кристаллов и снижение издержек производства. Последнее включает увеличение выхода материала за один цикл процесса, что непосредственно ведет к увеличению массы расплава. Однако в результате такого увеличения в расплавах возникают неоднородности, конвективные возмущения и даже турбулентности, которые приводят к

большим температурным флуктуациям и, следовательно, колебаниям скорости роста, которые затем приводят к композиционным неоднородностям, так называемым «стратам» внутри выращиваемого кристалла. Кроме того, нестационарная конвекция расплава может вызывать вредные деформации формы поверхности расплава и твердого тела, что приводит к более высокой плотности дислокаций, а, следовательно, значительно снижает качество слитка.

Положительным эффектом конвекции является то, что она может помочь смешивать многокомпонентные расплавы и уменьшать возникновение конституционного переохлаждения. Однако такое перемешивание расплава должно контролироваться для поддержания однородности условий роста кристаллов. Для достижения этой цели стандартные «параметры внутреннего роста», такие как температурное поле, давление и скорость роста, должны дополняться «внешними параметрами», такими как механические, электрические и магнитные силы.

Метод магнитогидродинамического бесконтактного перемешивания расплава кремния является наиболее эффективным [3-7].

Для обеспечения эффективного перемешивания расплава кремния в условиях максимальной линейной скорости перемешивания порядка 10-60 мм/с [6, 7] внутри установки направленной кристаллизации GT-DSS450TM через индукторы протекают переменные токи в виде треугольных импульсов достаточно высокой амплитуды [8]. Переменное бегущее магнитное поле, формируемое индукторами, будет воздействовать не только на расплав кремния, но и на все электропроводящие элементы установки, выполненные из нержавеющей стали, находящиеся как внутри индукторов, например на раму для крепления теплоизоляции, так и на вакуумную камеру, расположенную вокруг индукторов. В результате между индукторами и стенкой рабочей камеры возникает электромагнитная связь, которая влияет на процесс протекания токов в индукторах и на их эффективную индуктивность. В настоящей работе было проведено математическое моделирование процессов внутри рабочей камеры, оценено влияние магнитного поля на стенки рабочей камеры и элементы рамы и предложен способ минимизации паразитного влияния магнитного поля на стенки камеры.

### Математическая модель

В объеме проводящей среды, помещенной в переменное магнитное поле, по закону электромагнитной индукции возникает электрическое индукционное поле (закон индукции Фарадея) [9]:

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}. \quad (1)$$

Под действием электрического индукционного поля (линии которого замкнуты) в объеме проводящей среды возникает электрический ток. Плотность наведенного тока  $j$  может быть найдена из закона Ома для изотропно движущихся сред:

$$j = \sigma(\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B}), \quad (2)$$

где  $\sigma$  – электропроводность материала,  $E$  – напряженность электрического поля,  $u$  – скорость движения проводящей среды в магнитном поле.

Для условий сравнительно малых значений индукции магнитного поля и скоростей движения проводящей среды, что характерно для условий МГД-перемешивания расплавов, первая компонента выражения в скобках существенно больше второй:

$$\vec{E} \gg \vec{u} \times \vec{B}. \quad (3)$$

Таким образом второй компонентой в скобках можно пренебречь. Тогда выражение для плотности наведенного тока примет вид:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}. \quad (4)$$

При проведении расчетов индуктивности в настоящей работе было использовано базовое уравнение:

$$L = \mu_0 \cdot N^2 \cdot S / l, \quad (5)$$

где  $\mu_0$  – магнитная постоянная,  $N$  – число витков в индукторе,  $S$  – площадь контура индуктора,  $l$  – высота индуктора.

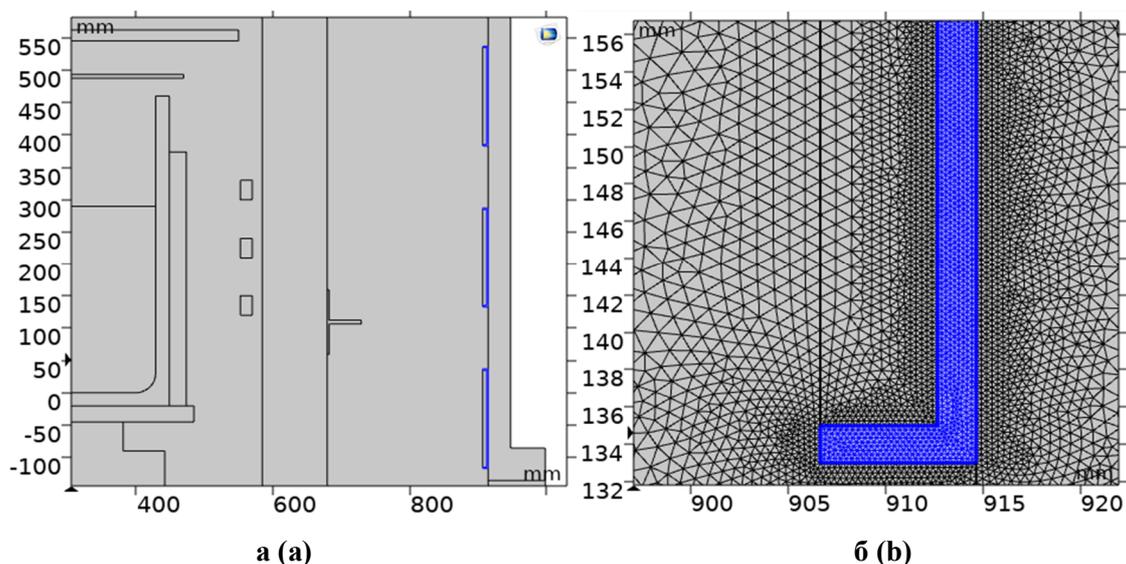
В работе исследовано осесимметричное МГД-перемешивание бегущим магнитным полем, создаваемое кольцевыми индукторами [4, 7, 10].

Все распределения магнитных полей и наводимых токов рассматриваются в момент времени, при котором в среднем индукторе протекает максимальная амплитудная величина тока, поскольку ранее было установлено [8], что средний индуктор испытывает наибольшее внешнее воздействие в силу своего расположения.

Все расчеты были выполнены при частоте 50 Гц, фазовый сдвиг равен  $60^\circ$ , высота индукторов составила 150 мм, число витков равно 6.

Математическое моделирование выполнялось с использованием метода конечных элементов в среде с использованием программного комплекса COMSOL Multiphysics.

Расчетная геометрия модели индукторов (а) и расчетная триангуляционная сетка (б) представлены на рисунке 1.



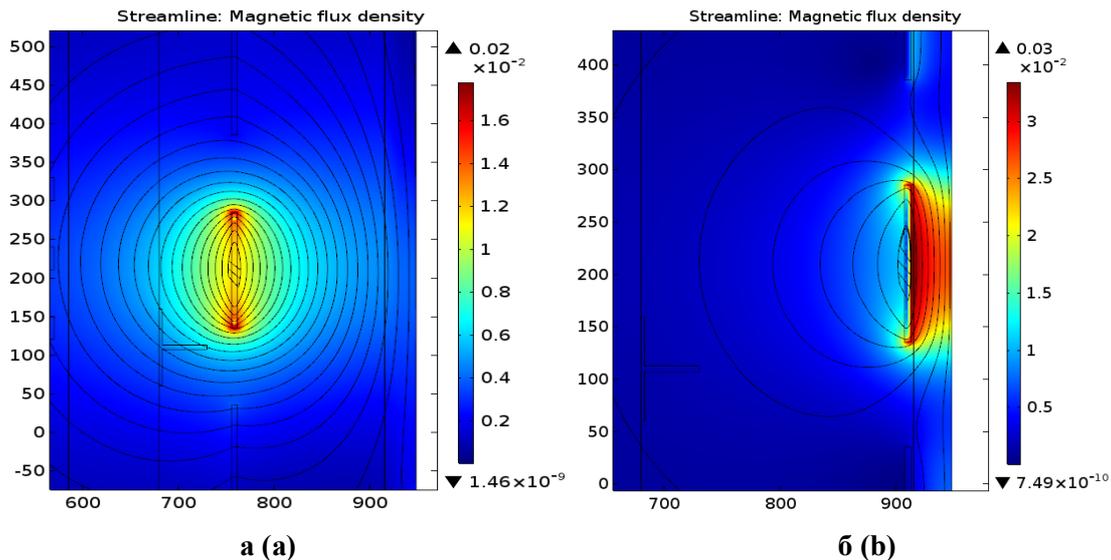
**Рисунок 1 – Расчетная геометрия модели индукторов (а) и расчетная триангуляционная сетка (б)**  
**Figure 1 – Computational geometry of the inductor model (a) and computational triangulation grid (b)**

### Результаты моделирования и обсуждение

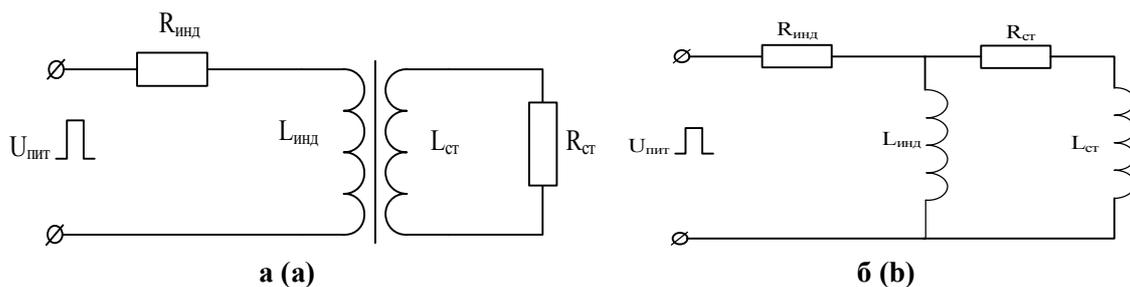
На рисунке 2 представлено распределение магнитного поля внутри рабочей камеры установки направленной кристаллизации GT-DSS450TM, рассчитанное для прямых (а) и угловых (б) участков индуктора, отдаленных от стенки рабочей камеры в аксиально-симметричном приближении при амплитуде напряжения питания 7 В вблизи среднего индуктора.

Эквипотенциали магнитного поля, представленные на рисунке 2, а и 2, б, показывают, что магнитное поле распространяется во все стороны относительно индукторов. Для угловых участков индукторов данное распространение магнитного поля в рабочую камеру крайне нежелательно. Дело в том, что стенка рабочей камеры, выполненная из нержавеющей стали, по своей сути является короткозамкнутым контуром. Поскольку угловые участки индукторов находятся в непосредственной близости со стенкой рабочей камеры, между ними образуются электромагнитная связь.

На рисунке 3 представлены принципиальная схема электромагнитной связи индуктора и стенки рабочей камеры (а), а также эквивалентная схема индуктора (б) в рабочей камере установки направленной кристаллизации GT-DSS450TM. На схеме  $R_{\text{инд}}$  – активное сопротивление индуктора,  $L_{\text{инд}}$  – индуктивность индуктора,  $L_{\text{ст}}$  – индуктивность стенки рабочей камеры,  $R_{\text{ст}}$  – сопротивление стенки.



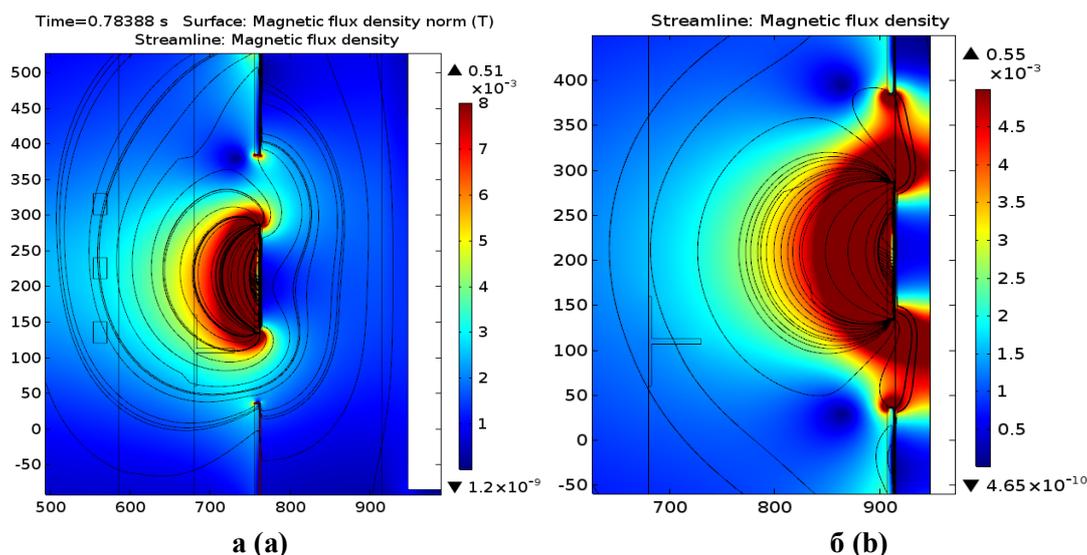
**Рисунок 2 – Распределение магнитного поля внутри рабочей камеры установки направленной кристаллизации GT-DSS450TM, рассчитанное для прямых (а) и угловых (б) участков индукторов при амплитуде напряжения питания 7 В вблизи среднего индуктора**  
**Figure 2 – Magnetic field distribution inside working chamber of GT-DSS450TM directional solidification unit, calculated for straight (a) and corner (b) sections of inductors at 7 V voltage amplitude near average inductor**



**Рисунок 3 – Принципиальная схема электромагнитной связи индуктора и стенки рабочей камеры (а) и эквивалентная схема индуктора (б) в рабочей камере установки направленной кристаллизации GT-DSS450TM**  
**Figure 3 – Schematic diagram of inductor electromagnetic coupling and working chamber wall (a) together with equivalent circuit of inductor (b) in working chamber of GT-DSS450TM directional solidification unit**

Анализируя представленные выше схемы, можно сделать вывод, что эффективная величина индуктивности индукторов в рабочей камере будет иметь меньшую величину, чем собственная индуктивность индуктора. Однако короткозамкнутый контур в виде стенки рабочей камеры будет являться дополнительной нагрузкой для индукторов, что потребует дополнительного увеличения затрат мощности для питания индукторов, а также увеличения расхода воды для охлаждения стенок камеры установки направленной кристаллизации. Для снижения негативного явления проникновения магнитного поля, формируемого индукторами, в стенку рабочей камеры было предложено установить между индукторами и стенкой рабочей камеры ферромагнитный экран.

На рисунке 4 представлено распределение магнитного поля внутри рабочей камеры установки направленной кристаллизации GT-DSS450TM, рассчитанное для прямых (а) и угловых (б) участков индукторов с ферромагнитными экранами. Представленные распределения магнитного поля, показывают, что экранирование индукторов со стороны стенки рабочей камеры позволяет перенаправить магнитное поле в центр индукторов и ослабить тем самым его проникновение в стенку рабочей камеры.

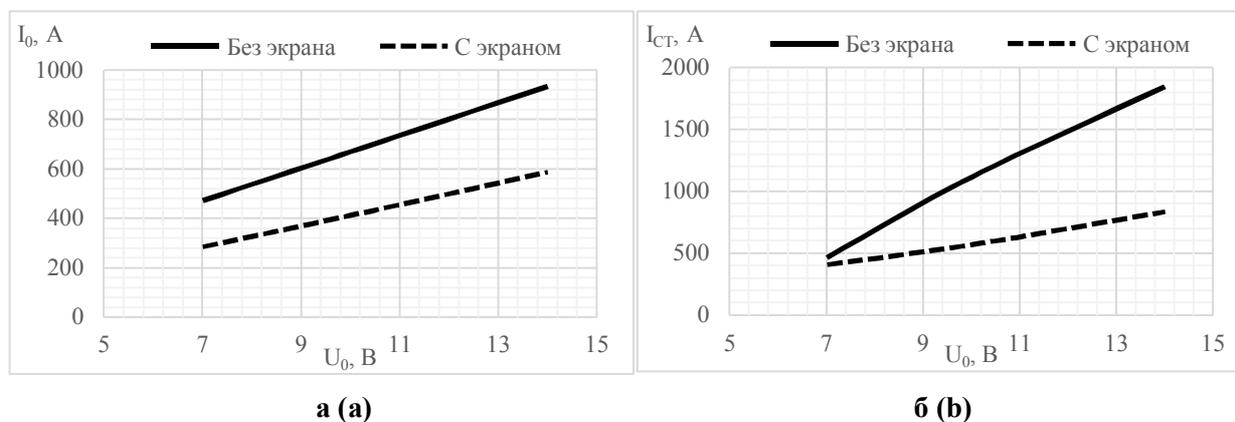


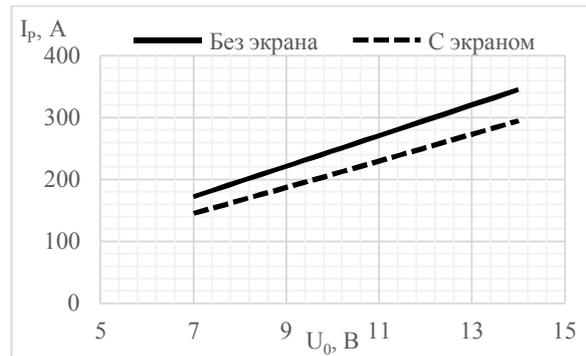
**Рисунок 4 – Распределение магнитного поля внутри рабочей камеры установки направленной кристаллизации GT-DSS450TM, рассчитанное для прямых (а) и угловых (б) участков индукторов с ферромагнитными экранами при амплитуде напряжения питания 7 В**  
**Figure 4 – Magnetic field distribution inside working chamber of GT-DSS450TM directional solidification unit, calculated for straight (a) and corner (b) sections of inductors with ferromagnetic shields at 7 V voltage amplitude near average inductor**

Таким образом, использование ферромагнитного экрана позволяет ослабить негативную электромагнитную связь между индукторами и стенкой рабочей камеры. Благодаря этому величина наведенных токов в стенке рабочей камеры может быть снижена, соответственно не потребуется дополнительной мощности для питания индукторов и расход воды для охлаждения стенок рабочей камеры практически не изменится.

Для оценки эффективности использования ферромагнитных экранов были проведены серии расчетов по определению таких параметров, как наведенные токи в элементах конструкции, скорость перемешивания на поверхности расплава, эффективная индуктивность индукторов. На рисунке 5 представлены зависимости тока в индукторах (а), наведенных токов в стенках камеры (б) и раме для крепления теплоизоляции (в) установки направленной кристаллизации GT-DSS450TM от напряжения питания для прямых участков индукторов.

На рисунке 6 представлены зависимости тока в индукторах (а), наведенных токов в стенках камеры (б) и раме для крепления теплоизоляции (в) установки направленной кристаллизации GT-DSS450TM от напряжения питания для угловых участков индукторов.

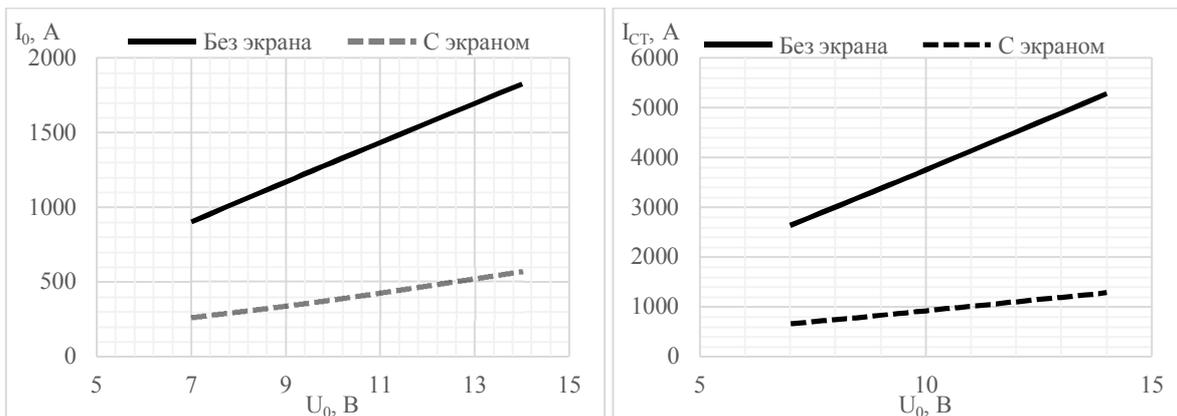




в (с)

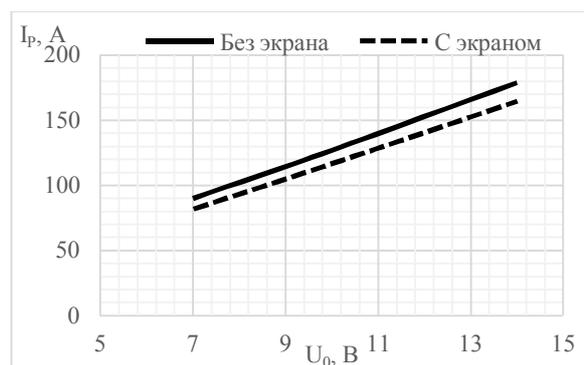
**Рисунок 5 – Зависимости величины токов в элементах конструкции установки направленной кристаллизации GT-DSS450TM от напряжения питания, рассчитанные для прямых участков индукторов: а – ток в индукторах, б – наведенный ток в стенке рабочей камеры, в – наведенный ток в каркасе рамы для крепления теплоизоляции**

**Figure 5 – Dependence of currents in structural elements of GT-DSS450TM directional solidification unit on supply voltage calculated for straight sections of inductors: а – current in inductors, б – induced current in the wall of working chamber, с – induced current in the frame for thermal insulation fastening**



а (а)

б (б)



в (с)

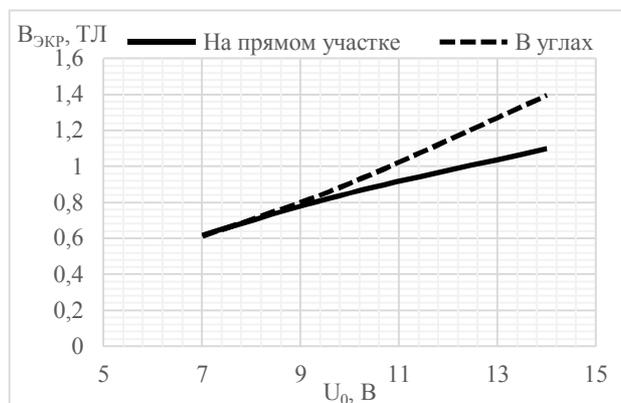
**Рисунок 6 – Зависимости величины токов в элементах конструкции установки направленной кристаллизации GT-DSS450TM от напряжения питания, рассчитанные для угловых участков индукторов: а – ток в индукторах, б – наведенный ток в стенке рабочей камеры, в – наведенный ток в каркасе рамы для крепления теплоизоляции**

**Figure 6 – Dependence of currents in structural elements of GT-DSS450TM directional solidification unit on supply voltage calculated for corner sections of inductors: а – current in inductors, б – induced current in the wall of working chamber, с – induced current in the frame for thermal insulation fastening**

Из приведенных выше зависимостей видно, что использование ферромагнитных экранов позволяет снизить ток в индукторах более чем в 1,5 раза для прямых (рисунок 5, а) и более чем в 3 раза для угловых участков индукторов (рисунок 6, а) при условии равенства напряжений питания. При этом наведенный ток в стенке рабочей камеры для прямых участков (рисунок 5, б) индукторов снижается также в 1,5 раза, а для угловых (рисунок 6, б) участков – в 4 раза. Следует заметить, что добавление ферромагнитных экранов между индукторами и стенкой рабочей камеры приводит к незначительному снижению эффективности перемешивания. Так, по расчетам, максимальная скорость перемешивания расплава на поверхности при добавлении ферромагнитных экранов в случае прямых участков индуктора снизилась всего на 13 %. Для угловых участков индуктора снижения максимальной скорости перемешивания расплава скорости не наблюдается, а разница не превышает 2-3 %. Таким образом, использование ферромагнитных экранов на угловых участках индукторов позволяет снизить потребляемую мощность индукторов в 6 раз практически без снижения эффективности перемешивания.

Кроме того, использование ферромагнитных экранов обеспечивает снижение наведенных токов в каркасе рамы для крепления теплоизоляции (рисунки 5, в и 6, в), вследствие чего она будет дополнительно нагреваться. Однако использование ферромагнитных экранов полностью не решает проблемы нагрева, поскольку величина протекающих через каркас клетки токов будет достаточно большой. Данный эффект опасен отсутствием охлаждения каркаса рамы, в результате чего рама может деформироваться в результате нагрева и потерять свою механическую прочность. Для устранения электромагнитной связи между индукторами и каркасом теплоизоляционной клетки необходимо внести диэлектрические разрывы в каркасе, что исключит появление замкнутых контуров, по которым будут протекать индукционные токи.

На рисунке 7 представлены зависимости максимальной величины магнитной индукции в ферромагнитном экране для прямых и угловых участков индукторов.



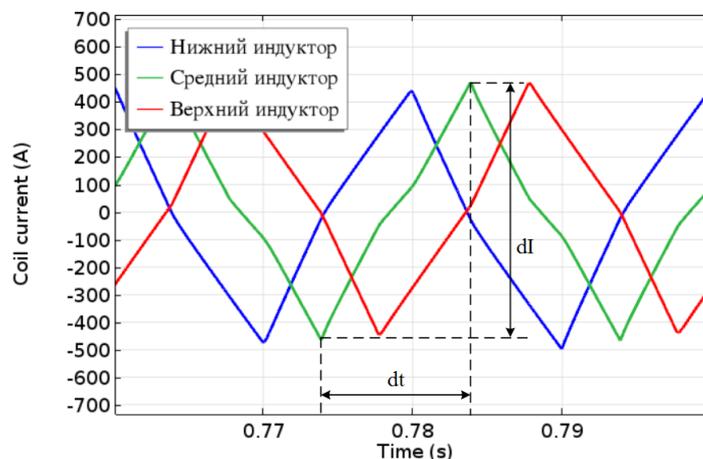
**Рисунок 7 – Зависимости максимальной величины магнитной индукции в ферромагнитном экране для прямых и угловых участков индукторов**  
**Figure 7 – Dependences of magnetic induction maximum value in ferromagnetic screen for straight and corner sections of inductors**

Полученные на рисунке 7 данные показывают, что при питании индукторов импульсным напряжением амплитудой выше 10 В может произойти перенасыщение ферромагнитных экранов, поскольку большинство ферромагнетиков имеют величину насыщения от 0,8 до 1,5 Тл. Данные зависимости будут использованы при выборе материалов, из которых будут изготавливаться ферромагнитные экраны.

Затем были выполнены расчеты индуктивности индукторов без ферромагнитных вставок и со вставками для прямых и угловых участков индукторов. Полученные значения величин индуктивностей были рассчитаны исходя из соотношения:

$$L_{\text{инд}} = \frac{2 \cdot U_A}{\frac{dI}{dt}} \quad (6)$$

В данном случае величина  $dt$  известна и равна половине периода следования импульсов питания  $-0,01$  с (рисунок 8).



**Рисунок 8 – Треугольные импульсы тока в индукторах при амплитуде напряжении питания 7 В**  
**Figure 8 – Triangular current impulses in inductors at supply voltage of 7 V**

Величина индуктивности индуктора без ферромагнитных экранов для прямых участков составила 150 мкГн, а для угловых – 77 мкГн. Соответственно индуктивность реального индуктора, имеющего форму квадрата со скругленными углами, должна иметь среднее значение между полученными – около 110 мкГн. Следует заметить, что использование ферромагнитных экранов приведет к повышению эффективной индуктивности индукторов, которую необходимо будет учитывать при проектировании источника импульсного питания и устройства компенсации индуктивных выбросов тока.

### Заключение

В ходе работы были проведены теоретические исследования по электромагнитной совместимости и согласованию разрабатываемых индукторов с внутренними элементами рабочей камеры установки направленной кристаллизации GT-DSS450TM. Было установлено, что при протекании через индукторы переменного импульсного тока в таких элементах установки, как рамы для крепления теплоизоляции и стенка рабочей камеры, возникают наведенные токи достаточно высокой амплитуды. Наиболее сильное взаимодействие стенки рабочей камеры с индукторами происходит на угловых областях, где индукторы тесно прижимаются к рабочей камере.

Для ослабления данной электромагнитной связи между индукторами и стенками вакуумной камеры был добавлен ферромагнитный экран из электротехнической стали. Были проведены исследования влияния ферромагнитного экрана на величину амплитуды тока в индукторах, на величину наведенных токов в элементах конструкции установки направленной кристаллизации GT-DSS450, на величину скорости перемешивания расплава кремния на поверхности. Полученные результаты моделирования показали, что использование ферромагнитных экранов на угловых участках индукторов позволяет снизить потребляемую мощность индукторов практически в 6 раз без снижения эффективности перемешивания. Также были получены зависимости максимальной величины магнитной индукции в ферромагнитных экранах.

### Библиографический список

1. Müller G. Fundamentals of Melt Growth, in Perspectives on Inorganic, Organic, and Biological. Crystal Growth: From Fundamentals to Applications. 2015.

2. **Brice J.C., Rudolph P.** Crystal Growth, in Ullmann's Encyclopedia of Industrial Chemistry. 7<sup>th</sup> edition, electronic release (Wiley-VCH, Weinheim, Germany, 2007).
3. **Delannoy Y.** Purification of silicon for photovoltaic applications // Journal of Crystal Growth. 2012. Volume 360. P. 61-67.
4. **Li P., Ren S., Jiang D., Li J., Zhang L., Tan Y.** Effect of alternating magnetic field on the removal of metal impurities in silicon ingot by directional solidification // Journal of Crystal Growth. 2016. Vol. 437. P. 14-19.
5. **Aleman C., Trassy C., Pateyron B., Li K.-I., Delannoy Y.** Refining of metallurgical-grade silicon by inductive plasma // Solar Energy Materials and Solar Cells. 2002. Vol. 72. P. 41-48.
6. **Dropka N., Frank-Rotsch C., Rudolph P.** Comparison of stirring efficiency of various non-steady magnetic fields during unidirectional solidification of large silicon melts // Journal of Crystal Growth. 2013. Vol. 365. P. 64-72.
7. **Rudolph P.** Travelling magnetic fields applied to bulk crystal growth from the melt: The step from basic research to industrial scale // Journal of Crystal Growth. 2008. Vol. 310. P. 1298-1306.
8. **Сливкин Е. В., Карabanов С. М., Суворов Д. В., Тарабрин Д. Ю.** Математическое моделирование системы магнитогидродинамического перемешивания расплава кремния экспериментальной установки направленной кристаллизации // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2019. № 68. С. 111-119.
9. **Qinghua Yu, Lijun Liu, Zaoyang Li, Peng Su.** Global simulations of heat transfer in directional solidification of multi-crystalline silicon ingots under a traveling magnetic field // Journal of Crystal Growth, Vol. 401. 2016. P. 285-290.
10. **Kudla Ch., Blumenau A. T., Büllesfeld F., Dropka N., Frank-Rotsch Ch., Kiessling F., Klein O., Lange P., Miller W., Rehse U., Sahr U., Schellhorn M., Weidemann G., Ziem M., Bethin G., Fornari R., Müller M., Sprekels J., Trautmann V., Rudolph P.** Crystallization of 640kg mc-silicon ingots under traveling magnetic field by using a heater-magnet module // Journal of Crystal Growth. 2013. Vol. 365. P. 54-58.

UDC 004.942

## MATHEMATICAL MODELING OF STRUCTURAL ELEMENTS AT MAGNETIC-HYDRODYNAMIC MIXING SYSTEM FOR SILICON MELT IN EXPERIMENTAL SYSTEM OF DIRECTIONAL SOLIDIFICATION

**E. V. Slivkin**, Ph.D (Tech.), associate professor of Industrial electronics department, RSREU, Ryazan, Russia; orcid.org/0000-0001-9906-8934, e-mail: e.slivkin@mail.ru

**S. M. Karabanov**, Dr. Sc. (Tech.), full professor, RSREU, Ryazan, Russia; orcid.org/0000-0003-3887-7062, e-mail: smkarabanov@gmail.com

**D. V. Suvorov**, Ph.D. (Tech.), associate professor of Industrial electronics department, RSREU, Ryazan, Russia; orcid.org/0000-0002-5118-5688, e-mail: dmitriy\_suvorov@mail.ru

**D. Yu. Tarabrin**, Ph.D. (Tech.), associate professor of Industrial electronics department, RSREU, Ryazan, Russia; orcid.org/0000-0003-0844-9032, e-mail: tarabrin-dmitriy@mail.ru

**N. V. Makarova**, Master student of the Department of Space Technologies, Engineer of the Information support department, RSREU, Ryazan, Russia;

orcid.org/0000-0002-1505-7670, e-mail: makarova.n.v@rsreu.ru

*The paper presents mathematical modeling of structural elements at magnetic-hydrodynamic mixing system for silicon melt in experimental system of directional solidification GT-DSS450TM.*

*The aim of this work is to assess the influence of magnetic field on structural elements in the system of directional solidification, such as a frame for attaching insulation and walls of working chamber and to model possible negative effects of this influence. A series of calculations were carried out to determine parameters such as induced currents in structural elements, the speed of mixing on the surface of melt, efficient*

inductance of inductors. A method for minimizing the parasitic effect of magnetic field on chamber walls is proposed.

The studies were carried out by the method of mathematical modeling using COMSOL Multiphysics software package.

**Key words:** mathematical modeling, silicon, magnetohydrodynamic mixing, ferromagnetic screen.

**DOI:** 10.21667/1995-4565-2020-74-119-128

### References

1. **Müller G.** Fundamentals of Melt Growth, in Perspectives on Inorganic, Organic, and Biological. *Crystal Growth: From Fundamentals to Applications*. 2015.
2. **Brice J.C., Rudolph P.** Crystal Growth, in Ullmann's Encyclopedia of Industrial Chemistry. 7th edition, electronic release (Wiley-VCH, Weinheim, Germany, 2007).
3. **Delannoy Y.** Purification of silicon for photovoltaic applications. *Journal of Crystal Growth*. 2012. Vol. 360, pp. 61-67.
4. **Li P., Ren S., Jiang D., Li J., Zhang L., Tan Y.** Effect of alternating magnetic field on the removal of metal impurities in silicon ingot by directional solidification. *Journal of Crystal Growth*. 2016, vol. 437, pp. 14-19.
5. **Alemanly C., Trassy C., Pateyron B., Li K.-I., Delannoy Y.** Refining of metallurgical-grade silicon by inductive plasma. *Solar Energy Materials and Solar Cells*. 2002, vol. 72, pp. 41-48.
6. **Dropka N., Frank-Rotsch C., Rudolph P.** Comparison of stirring efficiency of various non-steady magnetic fields during unidirectional solidification of large silicon melts. *Journal of Crystal Growth*. 2013, vol. 365, pp. 64-72.
7. **Rudolph P.** Travelling magnetic fields applied to bulk crystal growth from the melt: The step from basic research to industrial scale. *Journal of Crystal Growth*. 2008, vol. 310, pp. 1298-1306.
8. **Slivkin E. V., Karabanov S. M., Suvorov D. V., Tarabrin D. Yu.** Matematicheskoe modelirovanie sistemy magnitogidrodinamicheskogo peremeshivaniya rasplava kremniya eksperimental'noj ustanovki napravlennoj kristallizacii. *Vestnik Ryazanskogo gosudarstvennogo radiotekhnicheskogo universiteta*. 2019, no. 68, pp. 111-119. (in Russian).
9. **Qinghua Yu, Lijun Liu, Zaoyang Li, Peng Su.** Global simulations of heat transfer in directional solidification of multi-crystalline silicon ingots under a traveling magnetic field. *Journal of Crystal Growth*. 2016, vol. 401, pp. 285-290.
10. **Kudla Ch., Blumenau A. T., Büllesfeld F., Dropka N., Frank-Rotsch Ch., Kiessling F., Klein O., Lange P., Miller W., Rehse U., Sahr U., Schellhorn M., Weidemann G., Ziem M., Bethin G., Fornari R., Müller M., Sprekels J., Trautmann V., Rudolph P.** Crystallization of 640kg mc-silicon ingots under traveling magnetic field by using a heater-magnet module. *Journal of Crystal Growth*. 2013, vol. 365, pp. 54-58.