

ФИЗИЧЕСКАЯ ЭЛЕКТРОНИКА И НАНОЭЛЕКТРОНИКА

УДК 621.382.32

АНАЛИТИЧЕСКАЯ АППРОКСИМАЦИЯ ЧИСЛЕННОЙ ЗАВИСИМОСТИ ПОЛОЖЕНИЯ КВАЗИУРОВНЯ ФЕРМИ В КВАНТОВОЙ ЯМЕ ОТ ПОТЕНЦИАЛА ЗАТВОРА ДЛЯ РАЗРАБОТКИ КОМПАКТНОЙ МОДЕЛИ GaAs НЕМТ-ТРАНЗИСТОРА

А. А. Попов, младший научный сотрудник лаборатории «50ohm Lab» ТУСУР, Томск, Россия;
orcid.org/0000-0001-6010-4459, e-mail: artem.a.popov@tusur.ru

Рассматривается задача аналитической аппроксимации численной зависимости положения квазиуровня Ферми в квантовой яме от потенциала затвора для гетероструктуры на основе Al-GaAs/GaAs. Целью работы является анализ принципов получения аналитических аппроксимирующих выражений с учётом допущений для трёх диапазонов напряжений на затворе, соответствующих различным значениям поверхностной концентрации носителей заряда в канале гетероструктурного полевого транзистора с высокой подвижностью электронов. Приводится обоснование применения сглаживающих функций для получения общего выражения, аппроксимирующего численную зависимость в широком диапазоне напряжений. Предлагаются уточнения, позволяющие повысить точность аппроксимации численной зависимости в диапазонах напряжений на затворе, соответствующих низкой и высокой поверхностной концентрации носителей заряда. Полученное аналитическое выражение может быть использовано для разработки физической компактной модели GaAs НЕМТ-транзистора на основе поверхностного потенциала.

Ключевые слова: НЕМТ-транзистор, компактная модель, аналитическая аппроксимация, квазиуровень Ферми, поверхностная концентрация носителей заряда, гетероструктура, численное решение, сглаживающая функция.

DOI: 10.21667/1995-4565-2021-76-109-125

Введение

СВЧ монолитные интегральные схемы (МИС) широко используются во многих областях техники для усиления и коммутации СВЧ-сигналов. Проектирование принципиальной схемы является одним из основных этапов разработки СВЧ МИС. Для решения этой задачи применяют программы схемотехнического моделирования, входящие в состав практически всех коммерческих систем автоматизированного проектирования радиоэлектронной аппаратуры (САПР РЭА).

В СВЧ МИС в качестве активного компонента используются гетеробиполярные (НБТ) или полевые транзисторы с высокой подвижностью электронов (НЕМТ). На данный момент практически все компактные модели НЕМТ-транзисторов, представленные в популярных программах схемотехнического моделирования, являются формальными. При синтезе формальных моделей физические процессы в приборе не анализируются. Уравнения формальной модели получают путём экспертного подбора комбинации элементарных математических функций, в результате чего поведение уравнений относительно внешних зажимов повторяет поведение реального прибора [1]. Сложность синтеза формальной модели заключается в получении уравнений с минимальным количеством параметров, но при этом максимально точно аппроксимирующих экспериментальные характеристики. Процедура идентификации (экстракции) параметров формальных моделей достаточно трудоёмка, поскольку

наиболее распространённые в индустрии модели насчитывают более 80 взаимосвязанных параметров, не все из которых имеют физическое обоснование [2-5].

Физические компактные модели, применяемые, в основном, в кремниевой электронике, имеют ряд преимуществ над формальными. Они синтезируются на основе физических представлений о работе прибора, вследствие чего параметры модели имеют связь с параметрами техпроцесса. Это позволяет использовать модель для предсказания характеристик прибора при изменении технологических параметров, а также оценивать характеристики разрабатываемой интегральной схемы до появления нового и стабильного техпроцесса. Не менее важным отличием физических компактных моделей от формальных является масштабируемость относительно геометрических параметров прибора. В формальных моделях возможность масштабирования достигается за счёт использования аппроксимирующих функций, которые не всегда могут быть физически обоснованными, в то время как в физических моделях геометрические параметры изначально входят в список параметров модели и используются в уравнениях для расчёта основных электрофизических характеристик.

Анализ литературных источников показывает, что попытки создания физических компактных моделей для НЕМТ-транзисторов предпринимались с начала 1980-х годов, но широкой популярности предложенные подходы не находили вплоть до 2018 года, когда международный совет по компактным моделям (Compact Model Council, или СМС) завершил процедуру стандартизации двух физических компактных моделей для НЕМТ-транзисторов на основе GaN [6].

Для синтеза физической компактной модели НЕМТ-транзистора прежде всего необходимо получить аналитические выражения для зависимости поверхностной концентрации носителей заряда в канале n_s от потенциала затвора V_g . Первая аналитическая модель была предложена в работе [7] для НЕМТ-транзистора на основе гетероструктуры AlGaAs/GaAs. Зонная диаграмма данной гетероструктуры представлена на рисунке 1.

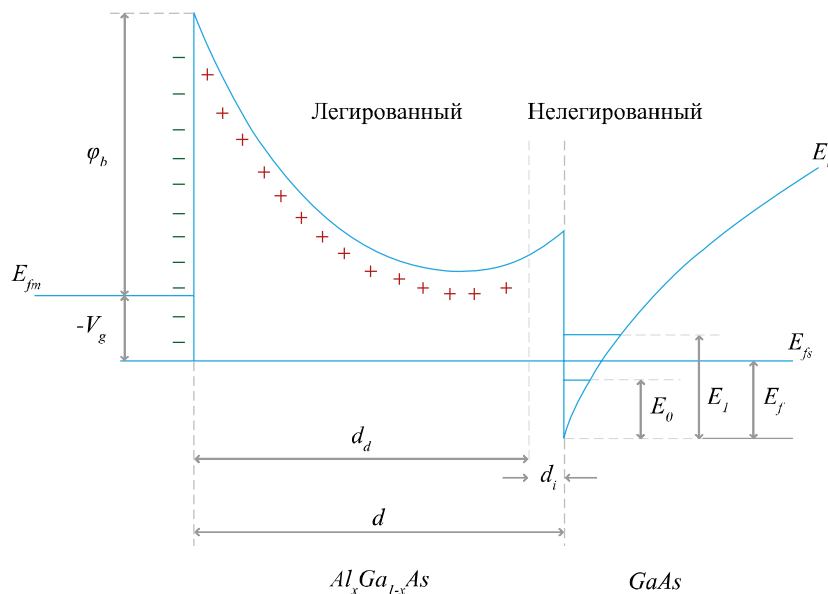


Рисунок 1 – Зонная диаграмма гетероструктуры AlGaAs/GaAs. На затвор подано отрицательное напряжение, достаточное для того, чтобы полностью обеднить слой AlGaAs и частично – слой двумерного электронного газа

Figure 1 – Band diagram of AlGaAs/GaAs heterostructure. The gate is biased with negative voltage that is enough to completely deplete AlGaAs layer and partially 2DEG layer

Основное ограничение данной модели связано с тем, что в выражении для поверхностного заряда в квантовой яме Q_s не учитывается изменение положения квазиуровня Ферми E_f . В результате зависимость n_s от напряжения на затворе имеет линейный характер, что не со-

гласуется с численным решением $n_s = f(V_g)$ и экспериментальными данными. В работе [8] изменение квазиуровня Ферми учитывается в виде линейной зависимости от n_s , в результате чего модель достаточно точно аппроксимирует численное решение для значений n_s , равных $5 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ и $1,5 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$. Однако в подпороговой области и области насыщения данная аппроксимация не применима, поскольку приводит к большой погрешности расчёта n_s . Более точные результаты были получены в работе [9], где зависимость $n_s = f(E_f)$ представлена в виде квадратичного полинома. Однако процедура расчёта коэффициентов полинома достаточно сложна и предполагает использование метода наименьших квадратов, а также метода сингулярного разложения матрицы. При этом в подпороговой области результат аппроксимации также значительно отличается от численного решения. Кроме того, в работе не представлено явное выражение для зависимости n_s или E_f от потенциала затвора V_g , в результате чего при получении уравнений модели для токов и зарядов могут потребоваться дополнительные аппроксимирующие выражения. В [10] авторы предложили явное выражение $n_s = f(V_g)$, используя при этом полиномиальную аппроксимацию зависимости n_s от E_f . В данной работе для расчёта коэффициентов полинома решается система из трёх уравнений для трёх значений n_s , соответствующих основным режимам работы транзистора: в подпороговой, активной области и области насыщения. Результаты данной работы были использованы при получении уравнений вольт-амперной характеристики псевдоморфного НЕМТ-транзистора (pHEMT) на основе гетероструктуры AlGaAs/InGaAs/GaAs [11].

Основной недостаток использования полиномиальной зависимости $n_s = f(E_f)$ или $E_f = f(n_s)$ состоит в эмпирической природе получаемых коэффициентов полинома. В итоговой модели теряется связь между её параметрами и параметрами технологического процесса. Данный недостаток может быть устранён только в случае расчёта полиномиальных коэффициентов на основе численной зависимости непосредственно при моделировании, но при этом значительно снижается вычислительная эффективность модели, что делает её непригодной для практических применений в программах схемотехнического моделирования. Альтернативный подход, который впоследствии был использован в стандартизированной модели GaN НЕМТ-транзистора, основан на «сшивании» кусочных аппроксимаций численной зависимости $n_s = f(V_g)$ с помощью сглаживающих функций [12]. Первоначально в предложенной модели учитывался только первый энергетический уровень в квантовой яме E_0 , поскольку согласно численным расчётам зависимости $n_s = f(V_g)$ для гетероструктуры на основе AlGaAs/GaN квазиуровень Ферми в широком диапазоне напряжений на затворе находится значительно ниже второго энергетического уровня E_1 . Впоследствии данный подход был распространён на приборы на основе гетероструктуры AlGaAs/GaAs, где вклад в n_s второго энергетического уровня E_1 становится существенным [13].

При исследовании данного подхода были обнаружены неточности, приводящие к существенной погрешности аппроксимации численного решения $E_f = f(V_g)$. Целью настоящей работы является детальное рассмотрение аппроксимирующих выражений для их уточнения и последующего использования в физической компактной модели НЕМТ-транзистора на основе GaAs.

Численная зависимость положения квазиуровня Ферми от напряжения на затворе

В работе [7] показано, что зависимость поверхностной концентрации носителей в квантовой яме от положения квазиуровня Ферми может быть выражена, как

$$n_s = DV_{th} \left[\ln \left(\exp \left(\frac{E_f - E_0}{V_{th}} \right) + 1 \right) + \ln \left(\exp \left(\frac{E_f - E_1}{V_{th}} \right) + 1 \right) \right], \quad (1)$$

где D – эффективная плотность состояний в приближении треугольной квантовой ямы; $V_{th} = \frac{kT}{q}$ – тепловой потенциал (k – постоянная Больцмана, T – температура, q – заряд электрона); E_0 и E_1 – первый и второй энергетический уровень в квантовой яме соответственно; E_f – положение квазиуровня Ферми в квантовой яме.

В свою очередь положение энергетических уровней в квантовой яме зависит от поверхностной концентрации носителей заряда n_s [7]:

$$E_0 \approx \gamma_0 (n_s)^{2/3}, \quad (2)$$

$$E_1 \approx \gamma_1 (n_s)^{2/3}, \quad (3)$$

где γ_0 и γ_1 – параметры материала, определяемые экспериментально.

При условии, что примесь в барьерном слое гетероструктуры полностью ионизована, поверхностная концентрация носителей может быть выражена как [13]

$$n_s = \frac{\varepsilon \varepsilon_0}{qd} (V_g - V_{off} - E_f) = \frac{\varepsilon \varepsilon_0}{qd} (V_{go} - E_f), \quad (4)$$

где ε – диэлектрическая проницаемость барьерного слоя гетероструктуры; ε_0 – электрическая постоянная; d – суммарная толщина барьерного слоя ($d = d_d + d_i$); V_g – потенциал на затворе; V_{off} – пороговое напряжение.

Стоит отметить, что пороговое напряжение V_{off} в (4) включает в себя высоту барьера Шоттки, разрыв зоны проводимости и потенциал отсечки [7, 9]. В случае гетероструктуры на основе AlGaIn/GaN V_{off} также включает потенциал, обусловленный возникновением пьезоэффекта на границе гетероперехода [14, 15].

Подставив выражения (2), (3) в (1) и заменив n_s на (4), получим трансцендентное уравнение, которое связывает положение квазиуровня Ферми с потенциалом на затворе:

$$\begin{aligned} \frac{\varepsilon \varepsilon_0}{qd} (V_{go} - E_f) = DV_{th} & \left[\ln \left(\exp \left(\frac{E_f - \gamma_0 \left[\frac{\varepsilon \varepsilon_0}{qd} (V_{go} - E_f) \right]^{2/3}}{V_{th}} \right) + 1 \right) + \right. \\ & \left. + \ln \left(\exp \left(\frac{E_f - \gamma_1 \left[\frac{\varepsilon \varepsilon_0}{qd} (V_{go} - E_f) \right]^{2/3}}{V_{th}} \right) + 1 \right) \right]. \end{aligned} \quad (5)$$

Уравнение (5) было решено численным методом относительно E_f для нескольких значений потенциала на затворе в диапазоне от -1,3 до 6 В. Нижняя граница диапазона была выбрана таким образом, чтобы учесть режим работы нормально открытого транзистора в подпороговой области и в то же время обеспечить сходимость численного расчёта. Верхняя граница напряжения на затворе в реальных приборах ограничивается высотой барьера Шоттки (около 0,8 В), но для обеспечения устойчивости расчёта итоговой компактной модели в про-

цессе схемотехнического моделирования данная граница была установлена значительно выше порогового напряжения диода затвора. При решении уравнения использовались параметры для гетероструктуры на основе AlGaAs/GaAs, представленные в таблице.

Параметры модели для гетероструктуры на основе AlGaAs/GaAs

Model parameters for AlGaAs/GaAs-based heterostructure

Параметр	Описание	Значение
ϵ	Относительная диэлектрическая проницаемость барьерного слоя	11,47
d , м	Толщина барьерного слоя	$4 \cdot 10^{-8}$
γ_0 , $\text{В} \cdot \text{м}^{4/3}$ [7]	Параметр материала, определяемый экспериментально	$2,5 \cdot 10^{-12}$
γ_1 , $\text{В} \cdot \text{м}^{4/3}$ [7]	Параметр материала, определяемый экспериментально	$3,2 \cdot 10^{-12}$
D , $\text{м}^{-2} \text{В}^{-1}$ [7]	Эффективная плотность состояний	$3,24 \cdot 10^{17}$
V_{off} , В	Пороговое напряжение	-0,8

Полученные значения E_f использовались для расчёта поверхностной концентрации носителей, а также первого и второго энергетических уровней с помощью выражений (4) и (2), (3). Графики полученных зависимостей E_f , n_s , E_0 и E_1 от потенциала на затворе представлены на рисунке 2.

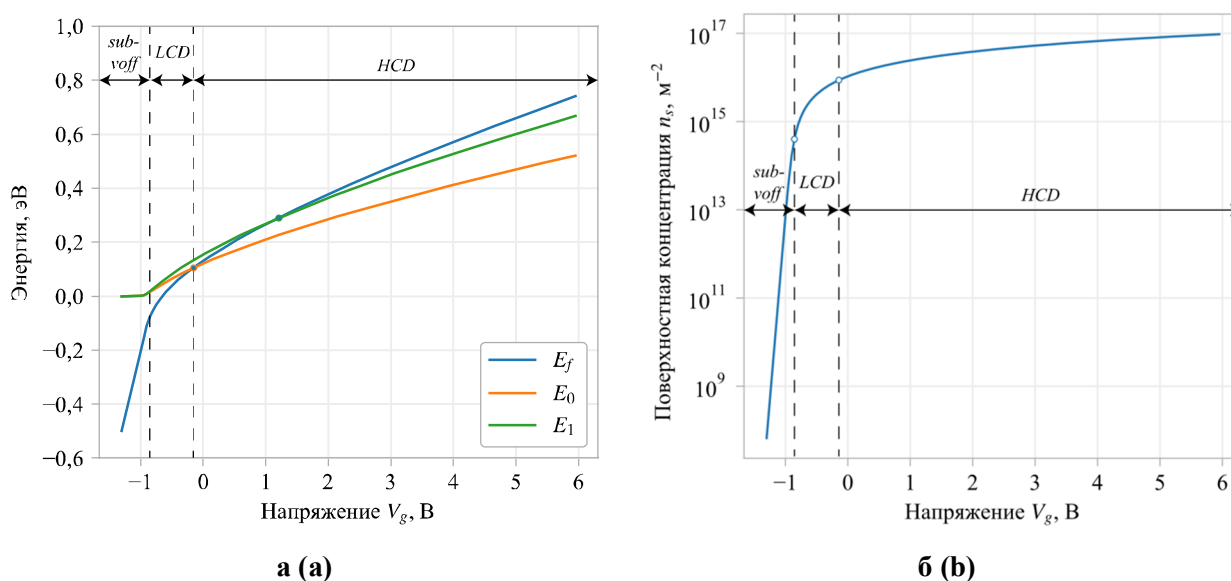


Рисунок 2 – Результаты численного решения зависимостей E_f , E_0 и E_1 (а) и n_s (б) от потенциала затвора V_g для гетероструктуры на основе AlGaAs/GaAs при $T = 300$ К

Figure 2 – Numerical solutions for E_f , E_0 и E_1 (a) and n_s (b) versus gate voltage V_g for AlGaAs/GaAs-based heterostructure at 300 K

Из рисунка 2, а видно, что относительно энергетических уровней E_0 и E_1 зависимость E_f от V_g имеет несколько характерных участков:

1) при напряжении $V_g < V_{\text{off}}$ (участок обозначен как «sub-voff») уровень E_f находится ниже уровней E_0 и E_1 , что свидетельствует о крайне низкой поверхностной концентрации носителей в слое двумерного электронного газа. Также стоит отметить, что на данном участке $|E_f| \gg E_0$, $|E_f| \gg E_1$ и $|E_f| \cong |V_{go}|$;

2) при $V_g > V_{off}$ и $E_f < E_0$ (участок обозначен как «LCD») уровень E_f расположен вблизи E_0 . Следовательно, в данном диапазоне напряжений V_g поверхностная концентрация носителей заряда выше, чем при $V_g < V_{off}$;

3) при $V_{off} > V_g > 1,25$ В (входит в участок, обозначенный как «HCD») уровень $E_f > E_0$. Следовательно, электроны в квантовой яме занимают весь энергетический уровень E_0 ;

4) при $V_g \geq 1,25$ В (входит в участок, обозначенный как «HCD») уровень E_f перекрывает второй энергетический уровень E_1 . Следовательно, в данном диапазоне напряжений наблюдается наибольшая поверхностная концентрация носителей, формирующих двумерный электронный газ в квантовой яме.

Согласно работе [13], для получения аналитического уравнения, аппроксимирующего рассчитанную численно зависимость $E_f = f(V_g)$, сперва требуется вывести выражения для выявленных характерных участков с учётом некоторых допущений.

Выражение для квазиуровня Ферми в подпороговой области

Рассмотрим участок напряжений на затворе, соответствующий $V_g < V_{off}$. Из численной зависимости видно, что в данном диапазоне напряжений $|E_f| \gg E_0$ и $|E_f| \gg E_1$. Следовательно, $E_f - E_0 \approx E_f$ и $E_f - E_1 \approx E_f$. Также отметим, что при $V_g < V_{off}$ квазиуровень Ферми лежит в отрицательной области значений (ниже зоны проводимости). Следовательно, выражение $\exp\left(\frac{E_f}{V_{th}}\right)$ будет принимать положительное значение, не превосходящее единицу.

Обозначим квазиуровень Ферми в данной области напряжений, как $E_f^{sub-voff}$, а поверхностную концентрацию как $n_s^{sub-voff}$. Тогда, используя в уравнении (1) приведённые допущения и приближение $\ln(x+1) \approx x$ при $x \in (-1; 1)$, выражение для $n_s^{sub-voff}$ можем записать в виде:

$$n_s^{sub-voff} = DV_{th} \left[\exp\left(\frac{E_f^{sub-voff}}{V_{th}}\right) + \exp\left(\frac{E_f^{sub-voff}}{V_{th}}\right) \right] = 2DV_{th} \exp\left(\frac{E_f^{sub-voff}}{V_{th}}\right). \quad (6)$$

Выразим из (4) квазиуровень Ферми, обозначив удельную ёмкость заряда под затвором как $C_g = \frac{\epsilon\epsilon_0}{d}$:

$$E_f = V_{go} - \frac{qn_s}{C_g}. \quad (7)$$

Подставив (5) в (4), перенесём отрицательный экспоненциальный множитель в левую часть уравнения и домножим обе части на $\frac{q}{C_g V_{th}}$:

$$\frac{q}{C_g V_{th}} n_s^{sub-voff} \exp\left(\frac{q}{C_g V_{th}} n_s^{sub-voff}\right) = \frac{q}{C_g V_{th}} 2DV_{th} \exp\left(\frac{V_{go}}{V_{th}}\right). \quad (8)$$

Левая часть уравнения (8) представляет собой функцию Ламберта. Разложив левую часть уравнения в ряд и ограничившись первым членом ряда, получим выражение для зависимости $n_s^{sub-voff}$ от напряжения на затворе в области $V_g < V_{off}$:

$$n_s^{sub-voff} = 2DV_{th} \exp\left(\frac{V_{go}}{V_{th}}\right). \quad (9)$$

Подставляя (9) в (7), получаем аналогичную зависимость для квазиуровня Ферми:

$$E_f^{sub-voff} = V_{go} - \frac{2qDV_{th}}{C_g} \exp\left(\frac{V_{go}}{V_{th}}\right). \quad (10)$$

Сравним полученные выражения для $E_f^{sub-voff}$ и $n_s^{sub-voff}$ с результатами численного решения (рисунок 3).

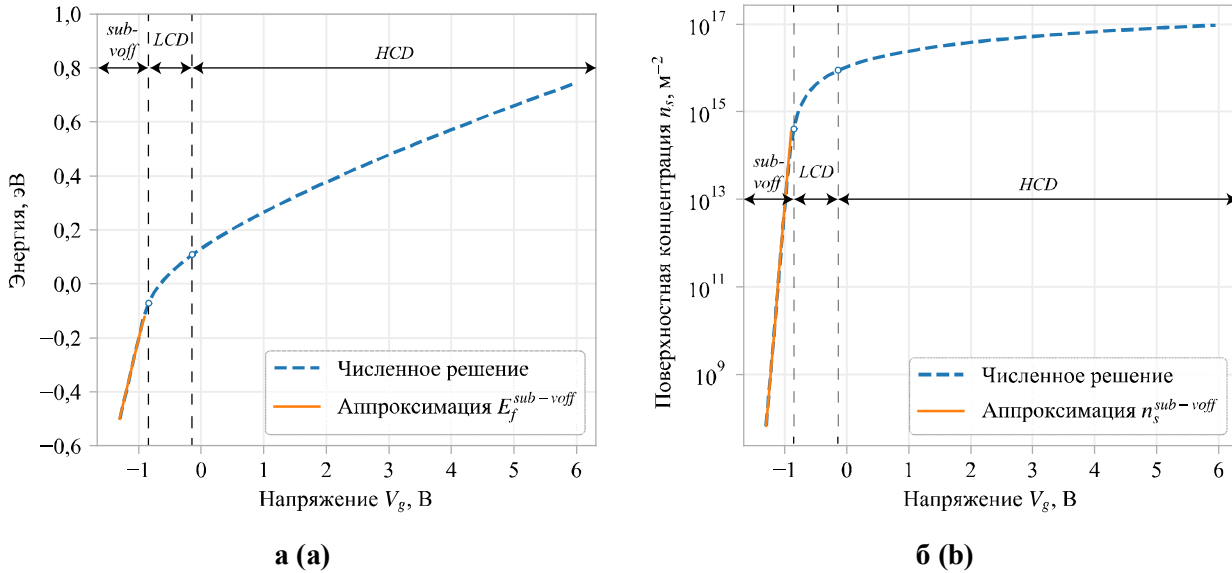


Рисунок 3 – Аналитическая аппроксимация численного решения

$E_f = f(V_g)$ (а) и $n_s = f(V_g)$ (б) при $V_g < V_{off}$

Figure 3 – Analytical approximation of numerical solution

for $E_f = f(V_g)$ (a) and $n_s = f(V_g)$ (b) at $V_g < V_{off}$

Из рисунка 3 видно, что полученные аналитические выражения (9) и (10) с достаточной точностью аппроксимируют численное решение в области напряжений на затворе $V_g > V_{off}$.

Выражение для квазиуровня Ферми в области $V_g > V_{off}$ и $E_f < E_0$

Рассмотрим поведение численной зависимости (рисунок 2, а) на участке напряжений $V_g > V_{off}$, когда $E_f < E_0$. Данную область будем называть областью с низкой поверхностной концентрацией носителей заряда (и обозначим её как n_s^{LCD}), поскольку квазиуровень Ферми E_f^{LCD} в данном случае лежит ниже энергетических уровней E_0 и E_1 , но вблизи уровня E_0 . Так как в рассматриваемой области $E_f < E_1$, то в формуле (1) вкладом экспоненциального множителя, где фигурирует E_1 , можно пренебречь. Тогда, учитывая, что $E_f < E_0$, при выведении выражения для n_s^{LCD} также можно использовать приближение $\ln(x+1) \approx x$:

$$n_s^{LCD} = DV_{th} \left[\ln \left(\exp \left(\frac{E_f^{LCD} - E_0}{V_{th}} \right) + 1 \right) \right] = DV_{th} \exp \left(\frac{E_f^{LCD} - E_0}{V_{th}} \right). \quad (11)$$

Выразим из (11) квазиуровень Ферми и подставим вместо E_0 выражение (2):

$$E_f^{LCD} = \gamma_0 (n_s^{LCD})^{2/3} + V_{th} \ln \left(\frac{n_s^{LCD}}{DV_{th}} \right). \quad (12)$$

Подставив в (12) выражение (4) и введя новую переменную $\beta = \frac{\varepsilon \varepsilon_0}{qdDV_{th}} = \frac{C_g}{qdDV_{th}}$, полу-

чим:

$$E_f^{LCD} = \gamma_0 \left[\frac{C_g}{q} (V_{go} - E_f^{LCD}) \right]^{2/3} + V_{th} \ln \left[\beta (V_{go} - E_f^{LCD}) \right]. \quad (13)$$

Далее разложим в ряд в окрестности нуля слагаемые правой части уравнения (13), ограничившись только первыми членами ряда:

$$E_f^{LCD} = \gamma_0 \left(\frac{C_g V_{go}}{q} \right)^{2/3} - \frac{2}{3} \gamma_0 \left(\frac{C_g V_{go}}{q} \right)^{2/3} \cdot \frac{E_f^{LCD}}{V_{go}} + V_{th} \ln(\beta V_{go}) - \frac{V_{th} E_f^{LCD}}{V_{go}} = \\ \gamma_0 \left(\frac{C_g V_{go}}{q} \right)^{2/3} + V_{th} \ln(\beta V_{go}) - \frac{E_f^{LCD}}{V_{go}} \left(\frac{2}{3} \gamma_0 \left(\frac{C_g V_{go}}{q} \right)^{2/3} + V_{th} \right). \quad (14)$$

Выражая из (14) квазиуровень Ферми, получаем:

$$E_f^{LCD} = V_{go} \frac{V_{th} \ln(\beta V_{go}) + \gamma_0 \left(\frac{C_g V_{go}}{q} \right)^{2/3}}{V_{go} + V_{th} + \frac{2}{3} \gamma_0 \left(\frac{C_g V_{go}}{q} \right)^{2/3}}. \quad (15)$$

Для того, чтобы получить зависимость поверхностной концентрации от напряжения на затворе, необходимо подставить (15) в (4):

$$n_s^{LCD} = \frac{C_g}{q} (V_{go} - E_f^{LCD}) = \frac{C_g V_{go}}{q} \left(\frac{V_{go} + V_{th} [1 - \ln(\beta V_{go})] - \frac{\gamma_0}{3} \left(\frac{C_g V_{go}}{q} \right)^{2/3}}{V_{go} + V_{th} + \frac{2}{3} \gamma_0 \left(\frac{C_g V_{go}}{q} \right)^{2/3}} \right). \quad (16)$$

Сравнение полученных выражений для квазиуровня Ферми E_f^{LCD} и поверхностной концентрации n_s^{LCD} с результатами численного решения в области $V_g > V_{off}$ при $E_f < E_0$ представлено на рисунке 4.

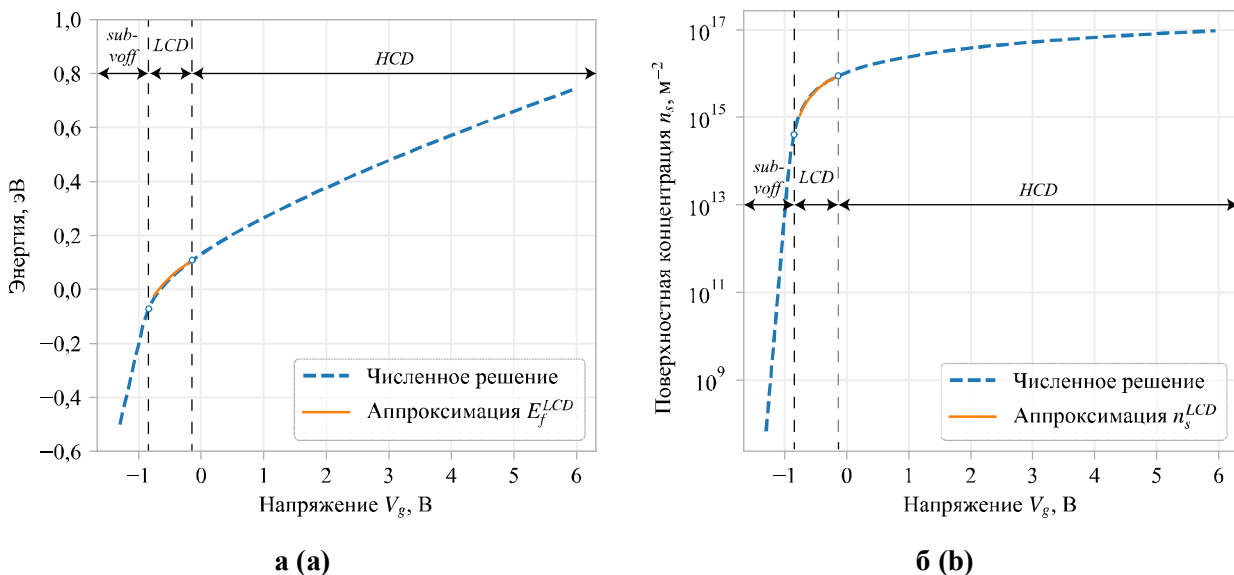


Рисунок 4 – Аналитическая аппроксимация численного решения

$E_f = f(V_g)$ (а) и $n_s = f(V_g)$ (б) при $V_g > V_{off}$ и $E_f < E_0$

Figure 4 – Analytical approximation of numerical solution

for $E_f = f(V_g)$ (a) and $n_s = f(V_g)$ (b) at $V_g > V_{off}$ and $E_f < E_0$

Из рисунка 4 видно, что полученные аналитические выражения (15) и (16) также достаточно точно аппроксимируют результаты численного решения в области напряжений $V_g > V_{off}$ при $E_f < E_0$. Стоит отметить, что полученные выражения (9-10) и (15-16) в точности соответствуют выражениям, предложенным в работе [13]. Однако, как будет показано далее, выражения для области напряжений $V_g > V_{off}$ при $E_f < E_0$ и $E_f < E_1$ из данной работы требуют уточнений.

Выражение для квазиуровня Ферми в области $V_g > V_{off}$ при $E_f > E_0$ и $E_f > E_1$

Рассмотрим поведение численной зависимости (рисунок 2) на участке напряжений $V_g > V_{off}$, когда $E_f > E_0$ и $E_f > E_1$. Строго говоря, в данной области напряжений имеется два характерных участка, где необходимо учитывать как первый, так и второй энергетический уровень в квантовой яме. В оригинальной работе [13] указывается, что аппроксимирующее выражение, полученное для второго участка (где $E_f > E_1$), также может использоваться без потери точности и для участка, где $E_0 < E_f < E_1$. В связи с этим для рассматриваемой области напряжений будем считать, что $E_f > E_1$. Данную область будем называть областью с высокой поверхностной концентрацией носителей заряда n_s^{HCD} , в которой квазиуровень Ферми обозначим, как E_f^{HCD} . Учитывая, что $E_f > E_0$ и $E_f > E_1$, подэкспоненциальные выражения в (1) имеют значения больше единицы, поэтому единицей под логарифмом можно пренебречь:

$$n_s^{HCD} = DV_{th} \left\{ \ln \left[\exp \left(\frac{E_f^{HCD} - E_0}{V_{th}} \right) \right] + \ln \left[\exp \left(\frac{E_f^{HCD} - E_1}{V_{th}} \right) \right] \right\} = D [2E_f^{HCD} - (E_0 + E_1)]. \quad (17)$$

Выразим из (17) квазиуровень Ферми и подставим выражения (2), (3), связывающие положение энергетических уровней с поверхностной концентрацией носителей:

$$E_f^{HCD} = \frac{n_s^{HCD}}{2D} + \frac{(\gamma_0(n_s^{HCD})^{2/3} + \gamma_1(n_s^{HCD})^{2/3})}{2} = \frac{n_s^{HCD}}{2D} + (n_s^{HCD})^{2/3} \cdot \frac{\gamma_0 + \gamma_1}{2}. \quad (18)$$

Введём переменную $\eta = \frac{\gamma_0 + \gamma_1}{2}$ и подставим в (18) выражение для поверхностной концентрации носителей (4), учитывая, что $C_g = \frac{\epsilon\epsilon_0}{d}$:

$$E_f^{HCD} = \frac{C_g}{2Dq} (V_{go} - E_f^{HCD}) + \eta \left[\frac{C_g}{q} (V_{go} - E_f^{HCD}) \right]^{2/3}. \quad (19)$$

По аналогии с выводом выражения (14) разложим каждое из слагаемых правой части уравнения в ряд в окрестности нуля, ограничившись только первыми членами ряда и учитывая, что $\beta = \frac{C_g}{qDV_{th}}$:

$$E_f^{HCD} = \frac{\beta V_{th}}{2} (V_{go} - E_f^{HCD}) + \eta \left(\frac{C_g V_{go}}{q} \right)^{2/3} - \frac{2}{3} \eta \left(\frac{C_g V_{go}}{q} \right)^{2/3} \cdot \frac{E_f^{HCD}}{V_{go}}. \quad (20)$$

Выражая из (20) квазиуровень Ферми, получаем:

$$E_f^{HCD} = V_{go} \frac{\frac{\beta V_{th} V_{go}}{2} + \eta \left(\frac{C_g V_{go}}{q} \right)^{2/3}}{V_{go} \left(1 + \frac{\beta V_{th}}{2} \right) + \frac{2}{3} \eta \left(\frac{C_g V_{go}}{q} \right)^{2/3}}. \quad (21)$$

Отметим, что полученное выражение отличается от предложенного в работе [13]: в числителе и знаменателе у слагаемых, в которых присутствует переменная β , присутствует множитель $1/2$. На рисунке 5 представлено сравнение результатов аппроксимации численной зависимости с помощью выражения (21) и выражения, предложенного в [13].

По аналогии с (16) получим выражение для поверхностной концентрации n_s^{HCD} , подставив (21) в (4):

$$n_s^{HCD} = \frac{C_g}{q} (V_{go} - E_f^{HCD}) = \frac{C_g V_{go}}{q} \left(\frac{V_{go} - \frac{\eta}{3} \left(\frac{C_g V_{go}}{q} \right)^{2/3}}{V_{go} \left(1 + \frac{\beta V_{th}}{2} \right) + \frac{2}{3} \eta \left(\frac{C_g V_{go}}{q} \right)^{2/3}} \right). \quad (22)$$

Очевидно, что по сравнению с выражением для n_s^{HCD} из работы [13] в (22) в знаменателе вместо множителя β используется $\beta/2$.

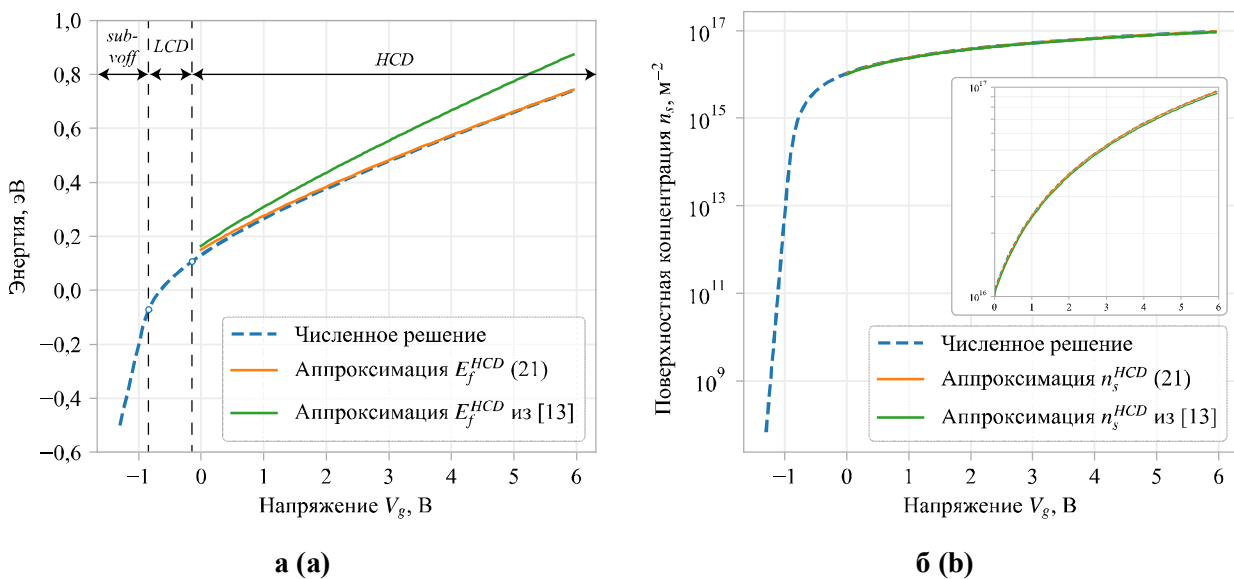


Рисунок 5 – Сравнение аналитических аппроксимаций численного решения

$E_f = f(V_g)$ (а) и $n_s = f(V_g)$ (б) при $V_g > V_{off}$, $E_f > E_0$ и $E_f > E_1$,

с помощью выражений (21), (22) и выражений, предложенных в [13]

Figure 5 – Comparison of analytical approximations of numerical solution

for $E_f = f(V_g)$ (a) and $n_s = f(V_g)$ (b) at $V_g > V_{off}$, $E_f > E_0$ and $E_f > E_1$,

by expressions (21), (22) and expressions from [13]

Из рисунка 5 видно, что выражения (21-22) достаточно точно аппроксимируют численные зависимости в заданном диапазоне напряжений на затворе, в то время как различие между численным решением $E_f = f(V_g)$ и выражением для E_f^{HCD} , предложенным в [13], увеличивается с ростом напряжения V_g .

Общее выражение для областей с низкой и высокой поверхностной концентрацией носителей

С точки зрения создания компактной модели более предпочтительно использовать одно аналитическое выражение, способное аппроксимировать численную зависимость $E_f = f(V_g)$ во всём диапазоне напряжений на затворе. Следовательно, для полученных ранее аппроксимирующих выражений (10), (15) и (21), а также для (9), (16) и (22) необходимо определить некоторые сглаживающие функции. Рассмотрим подход к определению таких функций в ра-

боте [13]. Ввиду того, что выражения (16) и (22) достаточно похожи, авторы предлагают объединить их с помощью сглаживающих функций вида

$$V_{gox}(V_{go}) = \frac{V_{go} \cdot \alpha}{\sqrt{V_{go}^2 + \alpha^2}}, \quad (23)$$

где α – параметр функции.

Поведение функции (23) можно проанализировать, рассмотрев предельные случаи. При малых значениях V_{go} (когда $V_{go}^2 \ll \alpha_x^2$), знаменатель функции стремится к α_x . Поскольку в числителе также присутствует α_x , то в результате функция стремится к значению, равному V_{go} . В случае, когда $V_{go}^2 \gg \alpha_n^2$, то есть при больших значениях V_{go} , знаменатель функции стремится к V_{go} и значение функции стремится к α_x . Таким образом, данная функция осуществляет плавный переход от V_{go} к α_x с ростом V_{go} .

Сравнивая числители второго множителя в выражениях (16) и (22), нетрудно заметить, что при переходе от n_s^{LCD} к n_s^{HCD} слагаемое $V_{th}[1 - \ln(\beta V_{go})]$ должно обращаться в нуль. Следовательно, при замене в этом слагаемом переменной V_{go} на функцию (23) с параметром $\alpha = \frac{e}{\beta}$, с ростом V_{go} выражение под логарифмом будет стремиться к единице и всё слагаемое будет стремиться к нулю. Для упрощения записи итоговых выражений в работе [13] функция (23) с параметром $\alpha = \frac{e}{\beta}$ обозначена как V_{gon} .

При сравнении знаменателей в выражениях (16) и (22) становится очевидно, что при переходе от n_s^{LCD} к n_s^{HCD} сумма $V_{go} + V_{th}$ должна обращаться в $V_{go} \left(1 + \frac{\beta V_{th}}{2}\right)$. Для этого, по аналогии с [13], вместо суммы $V_{go} + V_{th}$ в (16) будем использовать выражение $V_{go} \left(1 + \frac{V_{th}}{V_{god}}\right)$, в котором V_{god} – это функция (23) с параметром $\alpha = \frac{2}{\beta}$. Тогда при малых значениях V_{go} переменная V_{god} будет стремиться к V_{go} и выражение будет стремиться к $V_{go} + V_{th}$. С ростом V_{go} переменная V_{god} будет стремиться к $\frac{2}{\beta}$, в результате чего выражение будет стремиться к $V_{go} \left(1 + \frac{\beta V_{th}}{2}\right)$. Стоит отметить, что в работе [13] в функции V_{god} параметр $\alpha = \frac{1}{\beta}$, поскольку в исходных выражениях для n_s^{LCD} и n_s^{HCD} , как уже было показано ранее, отсутствует дополнительный множитель в слагаемых, где фигурирует переменная β .

Также при переходе от n_s^{LCD} к n_s^{HCD} коэффициент γ_0 должен переходить в η . Для этого в работе [13] предлагается использовать сглаживающую функцию на основе гиперболического тангенса:

$$\gamma_{eff} = \gamma_0 + (\eta - \gamma_0) \tanh\left(\frac{V_{go}}{V_0}\right), \quad (24)$$

где V_0 – значение напряжения V_{go} , при котором осуществляется переход от γ_0 к η .

В предельном случае, при $V_{go} = 0$ В, гиперболический тангенс в функции (24) обращается в нуль и $\gamma_{eff} = \gamma_0 + (\eta - \gamma_0) \cdot 0 = \gamma_0$. При значениях $V_{go} \gg V_0$ множитель $\tanh\left(\frac{V_{go}}{V_0}\right)$ стремится к единице и функция (24) сводится к $\gamma_{eff} = \gamma_0 + (\eta - \gamma_0) \cdot 1 = \eta$. Для обеспечения плавного перехода от γ_0 к η авторы рекомендуют использовать значение параметра $V_0 = 1$ В.

В действительности значение V_0 зависит от входных параметров, при которых было получено численное решение уравнения (5). Так, в работе [11] приведены данные для параметров D и коэффициентов γ_0, γ_1 , характерных для гетероструктуры на основе Al-GaAs/InGaAs/GaAs. Значения этих параметров изменяются при варьировании процентного содержания индия в материале InGaAs. Следовательно, при определении корректного значения параметра V_0 необходимо руководствоваться условием минимального отклонения аппроксимации от численного решения.

Используя определённые ранее функции V_{gon} , V_{god} и γ_{eff} , запишем общее выражение для областей с низкой и высокой поверхностной концентрацией носителей заряда $n_s^{LCD-HCD}$:

$$n_s^{LCD-HCD} = \frac{C_g V_{go}}{q} \left(\frac{V_{go} + V_{th} \left[1 - \ln(\beta V_{gon}) \right] - \frac{\gamma_{eff}}{3} \left(\frac{C_g V_{go}}{q} \right)^{2/3}}{V_{go} \left(1 + \frac{V_{th}}{V_{god}} \right) + \frac{2}{3} \gamma_{eff} \left(\frac{C_g V_{go}}{q} \right)^{2/3}} \right). \quad (25)$$

Для упрощения дальнейших выкладок обозначим второй множитель в выражении (25) как

$$H(V_{go}) = \frac{V_{go} + V_{th} \left[1 - \ln(\beta V_{gon}) \right] - \frac{\gamma_{eff}}{3} \left(\frac{C_g V_{go}}{q} \right)^{2/3}}{V_{go} \left(1 + \frac{V_{th}}{V_{god}} \right) + \frac{2}{3} \gamma_{eff} \left(\frac{C_g V_{go}}{q} \right)^{2/3}}.$$

Подставив (25) в (4), выразим квазиуровень Ферми $E_f^{LCD-HCD}$, соответствующий областям с низкой и высокой поверхностной концентрацией носителей заряда:

$$E_f^{LCD-HCD} = V_{go} - \frac{q n_s^{LCD-HCD}}{C_g} = V_{go} - V_{go} H(V_{go}) = V_{go} \left[1 - H(V_{go}) \right]. \quad (27)$$

Сравнение результатов аппроксимации численных зависимостей $n_s = f(V_g)$ и $E_f = f(V_g)$ с помощью выражений (25) и (27) и выражений, полученных в работе [13], представлено на рисунке 6. Стоит отметить, что в явном виде в [13] представлено выражение только для $n_s^{LCD-HCD}$ и его отличие от (25) заключается в значении параметра α функции V_{god} . Таким образом, выражение для $E_f^{LCD-HCD}$, соответствующее результатам работы [13], получили по аналогии с (27), используя в функции V_{god} значение параметра $\alpha = \frac{1}{\beta}$.

Из рисунка 6 видно, что (25) и (27) достаточно точно аппроксимируют зависимости $E_f = f(V_g)$ и $n_s = f(V_g)$ соответственно. В случае использования выражений из [13] различие между численным решением и аппроксимацией увеличивается с ростом напряжения на затворе. Очевидно, что это различие связано с использованием некорректного значения для параметра α в функции V_{god} , поэтому далее сравнение результатов аппроксимации с численным решением будем представлять только для скорректированных выражений.

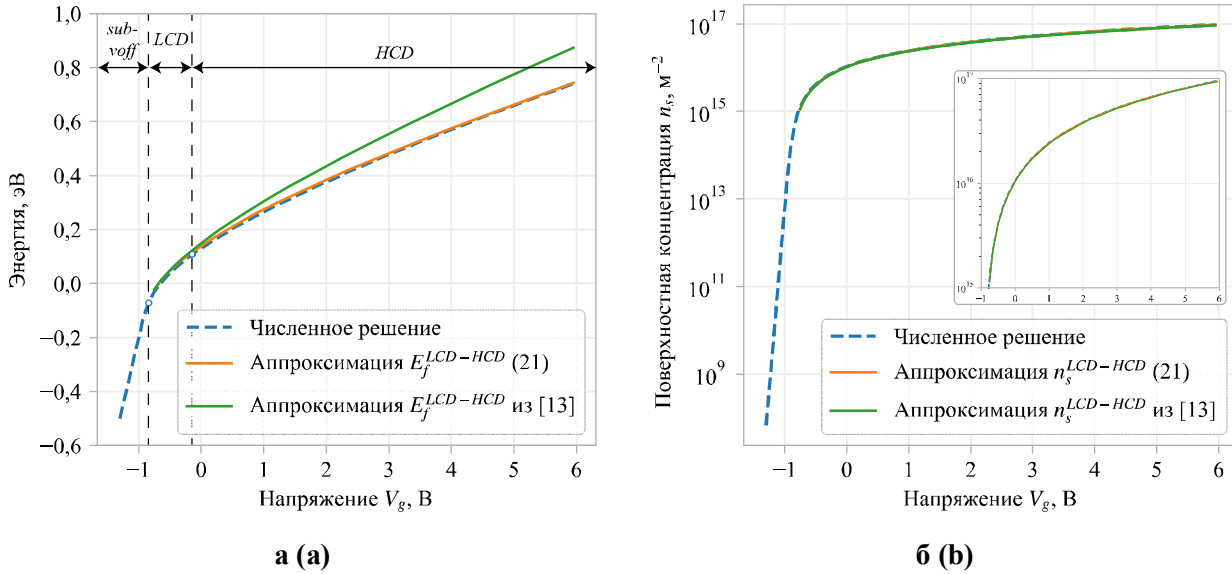


Рисунок 6 – Сравнение аналитических аппроксимаций численного решения $E_f = f(V_g)$ (а) и $n_s = f(V_g)$ (б) с помощью выражений (25), (27) и выражений из [13]

Figure 6 – Comparison of analytical approximations of numerical solution for $E_f = f(V_g)$ (a) and $n_s = f(V_g)$ (b) by expressions (25), (27) and expressions from [13]

Общее выражение для всего диапазона напряжений на затворе

Для того, чтобы получить общие выражения для положения квазиуровня Ферми $E_f^{unified}$ и поверхностной концентрации носителей заряда $n_s^{unified}$, аппроксимирующие численные решения в широком диапазоне напряжений на затворе, необходимо объединить изначально полученное выражение (9) для подпороговой области с выражением (25). В работе [13] авторы предлагают для этой цели следующее выражение:

$$n_s^{unified} = \frac{2V_{th} \cdot \frac{C_g}{q} \cdot \ln \left[1 + \exp \left(\frac{V_{go}}{2V_{th}} \right) \right]}{G(V_{go}^+) + \frac{C_g}{qD} \cdot \exp \left(-\frac{V_{go}}{2V_{th}} \right)}, \quad (28)$$

$$G(V_{go}^+) = \frac{C_g V_{go}^+}{qn_s^{LCD-HCD}(V_{go}^+)}, \quad (29)$$

$$V_{go}^+ = \frac{1}{2} \left(V_{go} + \sqrt{V_{go}^2 + 4\Delta^2} \right), \quad (30)$$

где Δ имеет порядок теплового потенциала V_{th} .

Рассмотрим предельные случаи для функции (30). При $V_{go} < 0$ и $|V_{go}| \gg 2\Delta$ функция принимает значение порядка V_{th} , в то время как при $V_{go} > 0$ и $|V_{go}| \gg 2\Delta$ её значение стремится к V_{go} . Проанализируем выражение (28), в котором используется функция (30). Поскольку при больших отрицательных значениях V_{go} функция V_{go}^+ стремится к нулю (имеет порядок теплового потенциала), то согласно (29), слагаемое $G(V_{go}^+)$ в знаменателе также будет стремиться к нулю. Тогда выражение (28) будет сводиться к виду:

$$n_s^{unified} = \frac{2V_{th} \cdot \frac{C_g}{q} \cdot \ln \left[1 + \exp \left(\frac{V_{go}}{2V_{th}} \right) \right]}{\frac{C_g}{qD} \cdot \exp \left(-\frac{V_{go}}{2V_{th}} \right)} = 2DV_{th} \ln \left[1 + \exp \left(\frac{V_{go}}{2V_{th}} \right) \right] \cdot \exp \left(\frac{V_{go}}{2V_{th}} \right). \quad (31)$$

Принимая во внимание, что при $V_{go} < 0$ выражение $\exp \left(\frac{V_{go}}{2V_{th}} \right)$ лежит в диапазоне $(-1; 1)$, воспользуемся приближением $\ln(x+1) \approx x$ при $x \in (-1; 1)$:

$$n_s^{unified} = 2DV_{th} \ln \left[1 + \exp \left(\frac{V_{go}}{2V_{th}} \right) \right] \cdot \exp \left(\frac{V_{go}}{2V_{th}} \right) = 2DV_{th} \exp \left(\frac{V_{go}}{2V_{th}} \right). \quad (32)$$

Следовательно, при $V_{go} < 0$ или $(V_g < V_{off})$ выражение (28) сводится к (9), что соответствует поверхностной концентрации носителей заряда в подпороговой области напряжений.

Рассмотрим случай, когда $V_{go} > 0$ (или $V_g > V_{off}$). В данном случае функция (30) принимает значение аргумента V_{go} , а экспоненциальный множитель $\exp \left(\frac{V_{go}}{2V_{th}} \right)$ в знаменателе (28) стремится к нулю. В то же время множитель в числителе $\exp \left(\frac{V_{go}}{2V_{th}} \right) \gg 1$, поэтому

$\ln \left[1 + \exp \left(\frac{V_{go}}{2V_{th}} \right) \right] \approx \frac{V_{go}}{2V_{th}}$. Тогда выражение (28) сводится к виду:

$$n_s^{unified} = \frac{2V_{th} \cdot \frac{C_g}{q} \cdot \frac{V_{go}}{2V_{th}}}{G(V_{go})} = n_s^{LCD-HCD}. \quad (33)$$

По аналогии с (27) получаем выражение для квазиуровня Ферми $E_f^{unified}$, подставляя (28) и (25) в (4):

$$E_f^{unified} = V_{go} - \frac{q}{C_g} n_s^{unified} = V_{go} - \frac{2V_{th} \ln \left[1 + \exp \left(\frac{V_{go}}{2V_{th}} \right) \right]}{\frac{1}{H(V_{go})} + \frac{C_g}{qD} \cdot \exp \left(-\frac{V_{go}}{2V_{th}} \right)}. \quad (34)$$

Далее сравним результат аппроксимации численного решения с помощью выражений (28) и (34) в широком диапазоне напряжений на затворе (рисунок 7).

Из рисунка 7 видно, что выражения (28) и (34) позволяют аппроксимировать численные зависимости $E_f = f(V_g)$ и $n_s = f(V_g)$ на всех рассматриваемых участках напряжений на затворе. Для количественной оценки точности полученных выражений использовалось значение средней абсолютной ошибки в процентах (mean absolute percentage error или *MAPE*):

$$MAPE(y, \hat{y}) = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} \frac{|y_i - \hat{y}_i|}{\max(\epsilon, |y_i|)}, \quad (35)$$

где n – количество точек; y_i – значение численного решения в i -й точке; $\hat{y}_i$ – значение аналитической зависимости в i -й точке; ϵ – точность числа с плавающей точкой (для случая если $y_i = 0$).

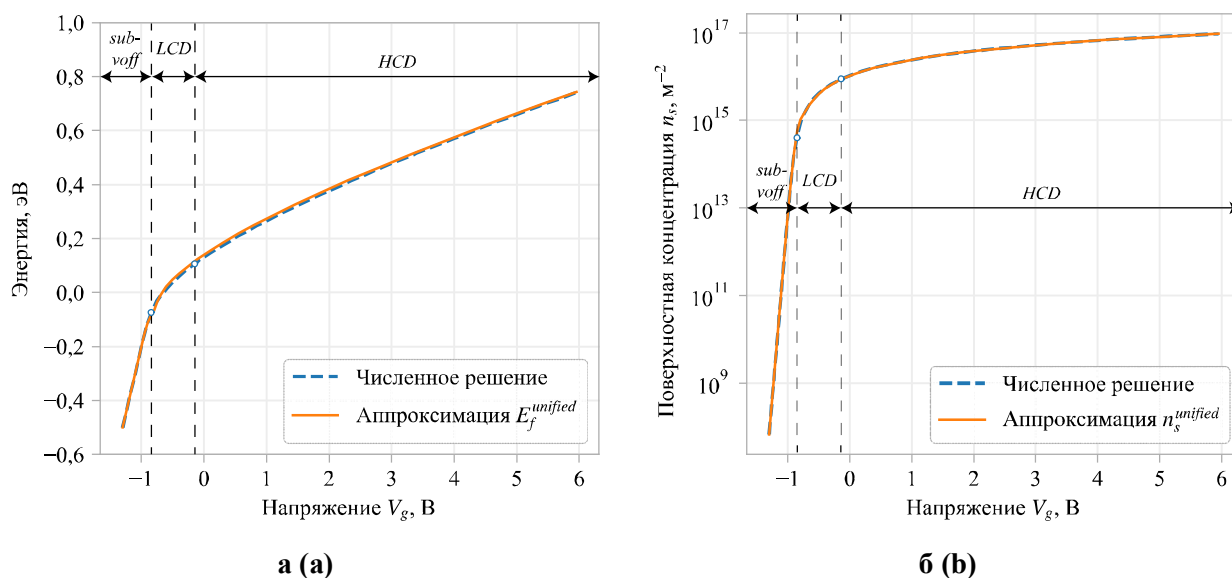


Рисунок 7 – Результаты аппроксимации численного решения $E_f = f(V_g)$ (а) и $n_s = f(V_g)$ (б) с помощью выражений (28), (34) в широком диапазоне напряжений на затворе
Figure 7 – Results of approximation of numerical solution for $E_f = f(V_g)$ (a) and $n_s = f(V_g)$ (b) by expressions (28), (34) over the wide range of gate voltages

Рассчитанные значения средней абсолютной ошибки аппроксимации численных зависимостей с помощью выражений (28) и (34) в процентах составили 7,8 % для $E_f = f(V_g)$ и 1,1 % для $n_s = f(V_g)$ соответственно. В свою очередь рассчитанные значения MAPE для выражений, предложенных в [13], составляют 20,3 % для $E_f = f(V_g)$ и 2,9 % для $n_s = f(V_g)$ соответственно. Следовательно, предложенные в настоящей работе выражения позволяют повысить точность аппроксимации численной зависимости $E_f = f(V_g)$ на 12,5 %, а зависимости $n_s = f(V_g)$ на 1,8 %. В рассматриваемой задаче наибольший интерес представляет аппроксимация зависимости $E_f = f(V_g)$, поскольку на её основе рассчитывается значение поверхностного потенциала, которое впоследствии используется для расчёта вольт-амперных и вольт-фарадных характеристик модели. Таким образом, точность полученных аппроксимирующих выражений позволяет использовать их для создания физической компактной модели тока стока GaAs HEMT-транзистора.

Заключение

По результатам исследования были предложены уточнения, позволяющие на 12,5 % повысить точность аппроксимации численной зависимости положения квазиуровня Ферми в квантовой яме от потенциала затвора в областях напряжений, соответствующих низкой и высокой поверхностной концентрации носителей заряда в канале транзистора. Итоговые выражения для квазиуровня Ферми и концентрации носителей получены путём «сшивания» упрощённых аналитических аппроксимаций с помощью сглаживающих функций. Обоснование применения сглаживающих функций было проведено в ходе детального анализа аппроксимирующих выражений и принимаемых для них допущений. Высокая точность полученных выражений подтверждается путём их качественного и количественного сравнения с зависимостями, рассчитанными численно. В дальнейших исследованиях данные выражения будут использоваться при создании физической компактной модели тока стока HEMT-транзистора на основе гетероструктуры AlGaAs/GaAs.

Исследование выполнено за счёт гранта Российского научного фонда (проект № 19-79-10036).

Библиографический список

1. Денисенко В. В. Компактные модели МОП-транзисторов для SPICE в микро- и наноэлектронике. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. 408 с.
2. Curtice W. R., Ettenberg M. A Nonlinear GaAs FET Model for Use in the Design of Output Circuits for Power Amplifiers // IEEE Trans. Microw. Theory Tech. 1985, vol. 33, no 12, pp. 1383-1394.
3. Statz H. et al. GaAs FET device and circuit simulation in SPICE // IEEE Trans. Electron Devices. 1987, vol. 34, no 2, pp. 160-169.
4. Materka A., Kacprzak T. Computer Calculation of Large-Signal GaAs FET Amplifier Characteristics. IEEE Trans. Microw. Theory Tech. 1985, vol. 33, no 2, pp. 129-135.
5. Angelov I., Zirath H., Rosman N. A new empirical nonlinear model for HEMT and MESFET devices. IEEE Trans. Microw. Theory Tech. IEEE, 1992, vol. 40, no 12, pp. 2258-2266.
6. Berke T. Si2 Approves IC Design Simulation Standards for Gallium Nitride Devices [Электронный ресурс]. 2018. URL: <https://si2.org/2018/03/14/gallium-nitride-models/>.
7. Delagebeaudeuf D., Linh N. Metal-(n) AlGaAs-GaAs Two-Dimensional Electron Gas FET. IEEE Trans. Electron Devices. 1982, vol. 29, no 6, pp. 955-960.
8. Drummond T. J. et al. Model for modulation doped field effect transistor // IEEE Electron Device Lett. 1982, vol. 3, no 11, pp. 338-341.
9. Kola S., Golio J. M., Maracas G. N. An analytical expression for Fermi level versus sheet carrier concentration for HEMT modeling. IEEE Electron Device Lett. 1988, vol. 9, no 3, pp. 136-138.
10. DasGupta N., DasGupta A. An analytical expression for sheet carrier concentration vs gate voltage for HEMT modelling // Solid. State. Electron. 1993, vol. 36, no 2, pp. 201-203.
11. Remashan K., Radhakrishnan K. A compact analytical I-V model of AlGaAs/InGaAs/GaAs p-HEMTs based on non-linear charge control model. Microelectron. Eng. 2004, vol. 75, no 2, pp. 127-136.
12. Khandelwal S., Goyal N., Fjeldly T. A. A Physics-Based Analytical Model for 2DEG Charge Density in AlGaAs/GaN HEMT Devices. IEEE Trans. Electron Devices. 2011, vol. 58, no 10, pp. 3622-3625.
13. Khandelwal S., Goyal N., Fjeldly T. A. A precise physics-based compact model for 2-DEG charge density in GaAs HEMTs applicable in all regions of device operation. Solid. State. Electron. Elsevier Ltd, 2013, vol. 79, pp. 22-25.
14. Cheng X., Wang Y. A Surface-Potential-Based Compact Model for AlGaAs/GaN MODFETs // IEEE Trans. Electron Devices. 2011, vol. 58, no 2, pp. 448-454.
15. Li M., Wang Y. 2-D Analytical Model for Current-Voltage Characteristics and Transconductance of AlGaAs/GaN MODFETs // IEEE Trans. Electron Devices. 2008, vol. 55, no 1, pp. 261-267.

UDC 621.382.32

ANALYTICAL APPROXIMATION OF NUMERICAL CALCULATION OF QUASI FERMI LEVEL IN QUANTUM WELL VERSUS GATE VOLTAGE FOR COMPACT MODELING OF GaAs HEMT

A. A. Popov, Junior Researcher at 50ohm Lab, TUSUR, Tomsk, Russia;
orcid.org/0000-0001-6010-4459, e-mail: artem.a.popov@tusur.ru

The problem of deriving an analytical approximation for numerical calculation of quasi Fermi level versus gate voltage in the quantum well of AlGaAs/GaAs-based heterostructure is studied. The aim is to analyze the principles of deriving analytical approximation expressions in terms of the introduced assumptions for three gate voltage regions corresponding to different surface charge densities formed in a HEMT channel. Application of interpolation functions to infer the unified expression valid in the wide range of gate voltages is justified. To increase the approximation accuracy in low and high surface charge density regions, improvements to the existing expressions are proposed. Obtained analytical expression can be used to develop a physics-based surface potential compact model of GaAs HEMT.

Key words: HEMT, compact model, analytical approximation, quasi Fermi level, surface charge density, heterostructure, numerical solution, interpolation function.

DOI: 10.21667/1995-4565-2021-76-109-125

References

1. **Denisenko V. V.** *Kompaktnye modeli MOP-tranzistorov dlja SPICE v mikro- i nanojelektronike.* (Compact MOSFET models for SPICE in micro- and nanoelectronics). Moscow, Fizmatlit, 2010, 408 p. (in Russian).
2. **Curtice W. R., Ettenberg M.** A Nonlinear GaAs FET Model for Use in the Design of Output Circuits for Power Amplifiers. *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.* 1985, vol. 33, no 12, pp. 1383-1394.
3. **Statz H. et al.** GaAs FET device and circuit simulation in SPICE. *IEEE Trans. Electron Devices.* 1987, vol. 34, no 2, pp. 160-169.
4. **Materka A., Kacprzak T.** Computer Calculation of Large-Signal GaAs FET Amplifier Characteristics. *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.* 1985, vol. 33, no 2, pp. 129-135.
5. **Angelov I., Zirath H., Rosman N.** A new empirical nonlinear model for HEMT and MESFET devices. *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.* IEEE, 1992, vol. 40, no 12, pp. 2258-2266.
6. **Berke T.** Si2 Approves IC Design Simulation Standards for Gallium Nitride Devices [Electronic resource]. 2018. URL: <https://si2.org/2018/03/14/gallium-nitride-models/>.
7. **Delagebeaudeuf D., Linh N.** Metal-(n) AlGaAs-GaAs Two-Dimensional Electron Gas FET. *IEEE Trans. Electron Devices.* 1982, vol. 29, no 6, pp. 955-960.
8. **Drummond T. J. et al.** Model for modulation doped field effect transistor. *IEEE Electron Device Lett.* 1982, vol. 3, no 11, pp. 338-341.
9. **Kola S., Golio J. M., Maracas G. N.** An analytical expression for Fermi level versus sheet carrier concentration for HEMT modeling. *IEEE Electron Device Lett.* 1988, vol. 9, no 3, pp. 136-138.
10. **DasGupta N., DasGupta A.** An analytical expression for sheet carrier concentration vs gate voltage for HEMT modeling. *Solid. State. Electron.* 1993. vol. 36, no 2, pp. 201-203.
11. **Remashan K., Radhakrishnan K.** A compact analytical I-V model of AlGaAs/InGaAs/GaAs p-HEMTs based on non-linear charge control model. *Microelectron. Eng.* 2004, vol. 75, no 2, pp. 127-136.
12. **Khandelwal S., Goyal N., Fjeldly T. A.** A Physics-Based Analytical Model for 2DEG Charge Density in AlGaN/GaN HEMT Devices. *IEEE Trans. Electron Devices.* 2011, vol. 58, no 10, pp. 3622-3625.
13. **Khandelwal S., Goyal N., Fjeldly T. A.** A precise physics-based compact model for 2-DEG charge density in GaAs HEMTs applicable in all regions of device operation. *Solid. State. Electron.* Elsevier Ltd, 2013, vol. 79, pp. 22-25.
14. **Cheng X., Wang Y.** A Surface-Potential-Based Compact Model for AlGaN/GaN MODFETs. *IEEE Trans. Electron Devices.* 2011, vol. 58, no 2, pp. 448-454.
15. **Li M., Wang Y.** 2-D Analytical Model for Current-Voltage Characteristics and Transconductance of AlGaN/GaN MODFETs. *IEEE Trans. Electron Devices.* 2008, vol. 55, no 1, pp. 261-267.