

УДК 004.724

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ПЛАНИРОВАНИЯ И РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РАЗНОРОДНЫХ РЕСУРСОВ В ПРОМЫШЛЕННЫХ СЕТЯХ

Д. А. Перепелкин, д.т.н., доцент, декан ФВТ РГРТУ, Рязань, Россия;
orcid.org/0000-0003-4775-5745, e-mail: dmitryperpelkin@mail.ru

А. М. Фам, аспирант РГРТУ, Рязань, Россия;
orcid.org/0000-0002-3055-3568, e-mail: phamanhminh231@gmail.com

Целью работы является разработка математических и программных средств моделирования процессов планирования и распределения разнородных ресурсов в промышленных сетях. Предложены два подхода применения функциональных зависимостей случайных величин ресурсов к модели GERT-сети: параллельный и последовательный, что соответствует процессам планирования и распределения ресурсов. Предложенные в работе подходы позволяют расширить возможности классических GERT-сетей. Для обобщения процесса внедрения и автоматизации расчетов разработана система компьютерного моделирования. Также предложены основные этапы математического моделирования промышленных сетей на основе GERT-моделей. Разработан алгоритм планирования и распределения разнородных ресурсов в промышленных сетях. Разработана система компьютерного моделирования ResourceModeler, позволяющая вычислять законы распределения выходных величин в GERT-сети с применением линейных функциональных зависимостей с учетом разнородности ресурсов.

Ключевые слова: промышленные телекоммуникационные сети, математическое моделирование, компьютерное моделирование, GERT-сети, разнородные ресурсы, плотность распределения вероятностей, характеристическая функция.

DOI: 10.21667/1995-4565-2021-77-68-80

Введение

За прошедшие годы проведено множество исследований по использованию теории GERT-сетей для моделирования телекоммуникационных систем [1-7]. Исследование сетевых моделей с применением функциональных зависимостей случайных величин является новым перспективным направлением, позволяющим расширить возможности классических GERT-сетей. Это позволяет анализировать одновременно две величины или две операции, между которыми существует зависимость. Зависимые величины или операции могут быть одного и того же типа или различных типов в зависимости от требований задачи. Применение функциональной зависимости к модели GERT-сети обычно состоит из двух подходов: параллельного (этап планирования) и последовательного (этап распределения).

Параллельный подход

В параллельном подходе в модели GERT-сети дополнительно добавляется величина ресурсов. Соответственно случайная величина ресурса R выражается через случайную величину времени T функциональной зависимостью: $R = \phi(T)$. Схема сети ресурсов построена точно так же, как схема сети времени. Это означает, что помимо нахождения закона распределения времени необходимо также найти закон распределения ресурсов. Вычислительная область расширяется до нового пространства, параллельного исходному пространству и связанного функциональными зависимостями. Этот процесс рассматривается как планирование ресурсов для выполнения заданной работы. Примеры и результаты расчетов аналитическими или численными методами подробно представлены в [8].

Последовательный подход

В отличие от параллельного подхода, последовательный подход расширяет схему GERT-сети в той же области вычислений. Распределение специфических ресурсов операций будет выражено через ресурсы другой операции. Другими словами, значения параметров зависимых дуг будут рассчитаны на основе параметров базовой дуги и функциональной зависимости. Что нужно сделать, так это рассчитать оставшиеся параметры и провести анализ сетевой модели. По результатам исследования сделать оценку распределения ресурсов в сети. Процесс реализации описан в [9].

Еще один подход заключается в применении параллельного и последовательного подходов на одной и той же модели. Но в связи с его сложным характером здесь упоминаться не будет. На рисунке 1 показаны последовательный и параллельный подходы.

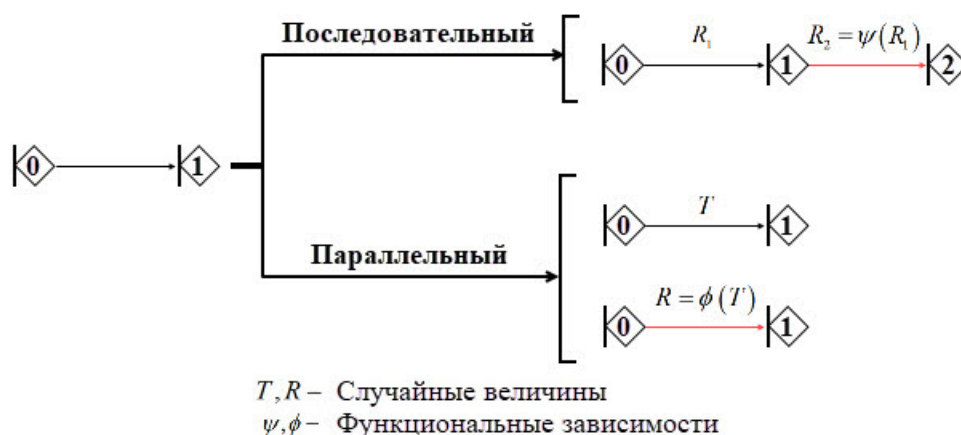


Рисунок 1 – Последовательный и параллельный подходы применения функциональной зависимости к сетевой модели
Figure 1 – Sequential and parallel approaches to applying functional dependency to a network model

Для обобщения процесса внедрения и автоматизации расчетов разработаны алгоритм и система компьютерного моделирования процессов планирования и распределения разнородных ресурсов в промышленных телекоммуникационных сетях.

Основные этапы математического моделирования промышленных телекоммуникационных сетей на основе GERT-моделей

Пусть имеется непрерывная случайная величина X с плотностью $f(x)$. Случайная величина Y выражается через случайную величину X функциональной зависимостью: $Y = \phi(X)$. Рассмотрим случай, когда функция $\phi(X)$ строго монотонна, непрерывна и дифференцируема в интервале (a, b) всех возможных значений случайной величины X . Требуется найти закон распределения случайной величины Y . Чтобы найти решение, необходимо пройти следующие этапы:

1. Нахождение функции $\phi_i(y) = x$, которая является обратной функцией функции $y = \phi_i(x)$, $i = \overline{1..n}$, где n – количество зависимой дуги в модели GERT-сети.
2. Вычисление производной функции $\phi_i'(y)$.
3. Вычисление плотности распределения вероятности i -й зависимой дуги $g_i(y)$ по формуле:

$$g_i(y) = \frac{dG_i(y)}{dy} = f_i[\phi_i(y)] \phi_i'(y),$$

где $G_i(y)$ – функция распределения случайной величины Y .

4. Преобразование исходной сети по методу эквивалентных упрощающих преобразований или по формуле Мейсона в эквивалентную сеть, состоящую из одной дуги, характеризующейся эквивалентной W -функцией $W_E(s) = p_E M_E(s)$, где p_E – вероятность прохождения стока, $M_E(s)$ – эквивалентная производящая функция моментов [10-11].

5. Определение закона распределения искомой случайной величины аналитическим или численным методом

Плотность распределения вероятности эквивалентной дуги $g_E(y)$ определяется следующим образом [12]:

$$g_E(y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\zeta y} \chi_E(\zeta) d\zeta, \quad (1)$$

где $\chi_E(\zeta)$ – характеристическая функция эквивалентной дуги.

Численный метод

Для обеспечения условий интегрирования введем нормально распределенную случайную величину с математическим ожиданием $\mu = 0$, дисперсией $\sigma^2 = 1$ и плотностью $\bar{g}(y)$. Найдем плотность распределения $\tilde{g}_E(y) = g_E(y) + \bar{g}(y)$ при условии независимости случайных величин. Тогда плотность вероятности $g_E(y)$:

$$\tilde{g}_E(y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\zeta y} X_E(\zeta) d\zeta,$$

где $X_E(\zeta) = \chi_E(\zeta) \exp(-0,5\zeta^2)$; $\exp(-0,5\zeta^2)$ – характеристическая функция величины $\bar{g}(y)$; ζ – действительная переменная. После нахождения плотности $\tilde{g}_E(y)$ должна быть найдена искомая плотность распределения $g_E(y)$. Это достигается использованием тривиального численного метода трансформации законов распределения на основе решения системы линейных уравнений [13].

Аналитический метод

В уравнении (1) выполняется замена переменных: $z = i\zeta$. Функцию, получающуюся в результате замены переменных, обозначим через $\Phi_E(z)$. С использованием теории вычетов окончательное уравнение имеет следующую форму [14]:

$$g_E(y) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{+i\infty} e^{zy} \Phi_E(z) dz = \sum_{k=1}^n \text{Res} \left[e^{zy} \Phi_E(z) \right].$$

6. Если сетевая модель содержит много типов ресурсов, для определения закона распределения определенного типа необходимо заменить производящие функции моментов всех типов, кроме рассматриваемого, на 1, а затем повторить этапы 4 и 5.

Алгоритм планирования и распределения разнородных ресурсов в промышленных телекоммуникационных сетях

В общем случае дуги в модели GERT-сети могут принимать любой вид непрерывного распределения и любой тип функциональной зависимости. Сначала рассмотрим только линейную функциональную зависимость $Y = kX$ из-за популярности и простоты нахождения обратной функции и ее производной. Проведенные исследования показали, что линейные преобразования экспоненциального и нормального распределений также дают экспоненциальное и нормальное распределения [15-16]. Если распределение экспоненциальное, то после функционального преобразования имеем:

$$g(y) = \frac{\lambda}{k} \exp \left\{ -\frac{\lambda}{k} y \right\}.$$

Если распределение нормальное, то:

$$g(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{(m-y)^2}{2k^2\sigma^2}\right\}.$$

Этим значениям соответствуют производящие функции моментов $M(s) = \frac{\lambda}{\lambda - k s}$ и $\exp\{ms + 0,5k^2\sigma^2 s^2\}$. На рисунке 2 приведена блок-схема алгоритма планирования и распределения разнородных ресурсов с применением линейных функциональных зависимостей.

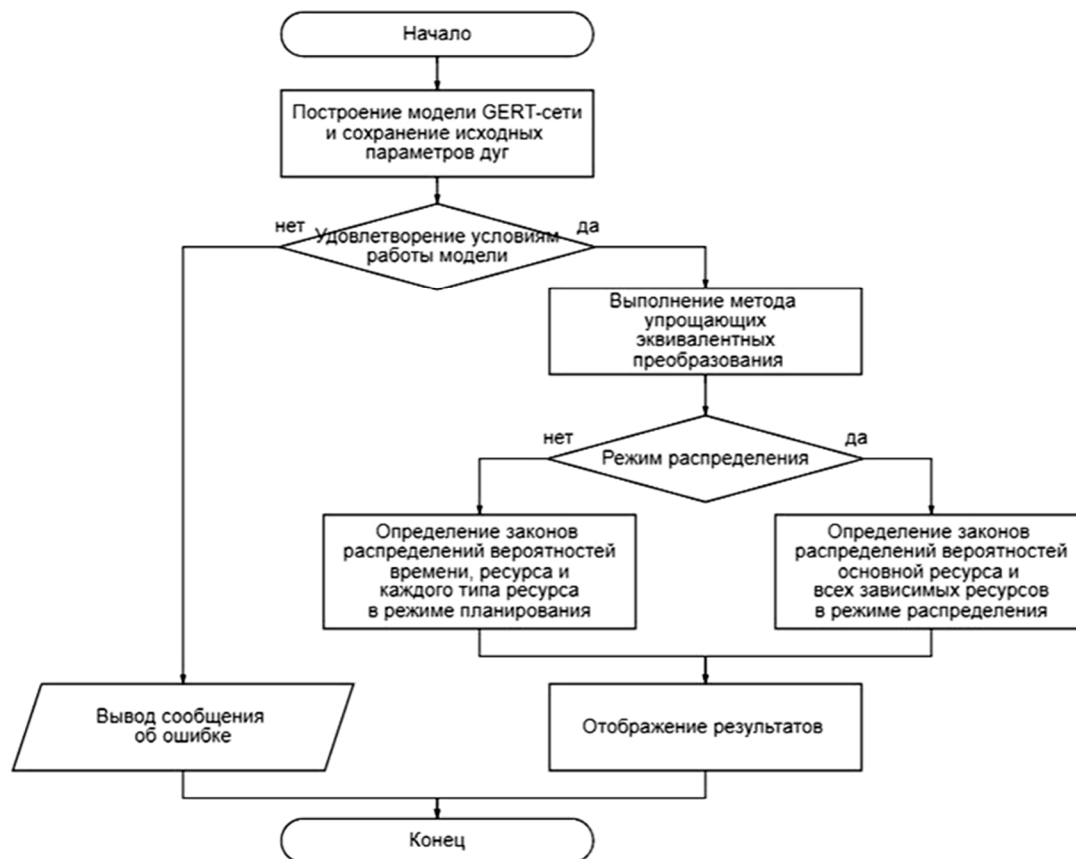


Рисунок 2 – Блок-схема алгоритма планирования и распределения разнородных ресурсов с применением линейных функциональных зависимостей

Figure 2 – Block diagram of an algorithm for planning and allocating heterogeneous resources using linear functional dependencies

Реализация алгоритма может быть описана более подробно следующим образом:

При построении модели GERT-сети и сохранении исходных параметров дуг необходимо выбрать режим расчета. В режиме планирования система фокусируется на отображении связи между временем выполнения операции и ресурсами, необходимыми для выполнения операции. А в режиме распределения система представляет взаимосвязь между основными и зависимыми ресурсами. Некоторые параметры не будут необходимы в определенном режиме, например вид распределения и его числовые характеристики зависимой дуги не требуется указывать в режиме распределения, так как они автоматически вычисляются через основную дугу. Вместо этого важно показать основную дугу и тип ресурсов зависимой дуги.

Удовлетворение условиям работы модели заключается в учете факторов, обеспечивающих корректность модели GERT-сети: в модели может быть только один сток и один исток; сумма вероятностей выходных дуг одного и того же узла должна быть равна 1 и т.д.

При выполнении метода эквивалентных упрощающих преобразований необходимо после каждого преобразования сохранять схему модели, которая понадобится при отображении результатов. Результатом процесса является сеть с единственной эквивалентной дугой, преобразованная из исходной сети. Данные последней дуги сформированы как механизм двоич-

ного дерева. То есть две дуги в сети путем типовых преобразований GERT-сети создадут новую эквивалентную дугу. Процесс преобразования повторяется до тех пор, пока в сети не останется только одна дуга. Пример сетевой модели GERT-сети показан на рисунке 3.

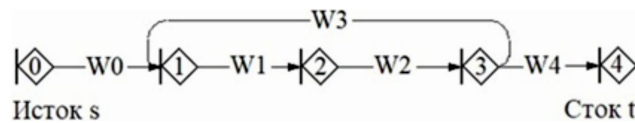


Рисунок 3 – Модель GERT-сети
Figure 3 – GERT network model

После выполнения преобразования получается схема двоичного дерева эквивалентных дуг, представленная на рисунке 4, в котором узлы TE_i дерева являются эквивалентными дугами из 2 дуг предыдущего шага метода упрощающих преобразований. Этот метод включает следующие типовые преобразования дуг: параллельные, последовательные и петли. W_i – исходные дуги.

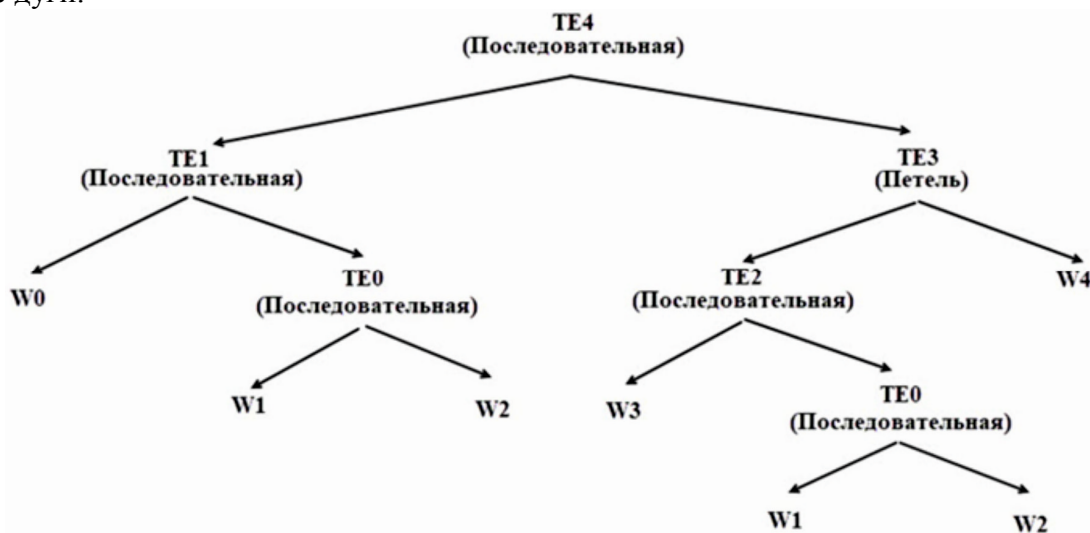


Рисунок 4 – Схема двоичного дерева эквивалентных дуг – результат метода упрощающих преобразований
Figure 4 – Binary tree diagram of equivalent arcs - result of simplification method

Последняя эквивалентная W -функция дуги TE_4 указанной выше сети имеет вид:

$$W_E(s) = \frac{W_0(s)W_1(s)W_2(s)W_4(s)}{1 - W_1(s)W_2(s)W_3(s)}.$$

После определения эквивалентной функции $W_E(s)$ переходим к вычислению значения плотности распределений вероятностей случайных величин. Для этого применяется численный метод с использованием формулы обращения и интерполяции характеристической функции многочленом Лагранжа второй степени [17]. При вычислении закона распределения определенного типа ресурса законы распределения других типов ресурсов будут заменены на нормальное распределение с нулевым математическим ожиданием и дисперсией, равной единице. Это означает, что остальные типы ресурсов использоваться не будут.

Система компьютерного моделирования ResourceModeler

Для ускорения и автоматизации процесса вычислений разработана система компьютерного моделирования ResourceModeler.

При создании системы были поставлены и решены следующие задачи:

- построена модель GERT-сети с интуитивно понятным и простым в использовании интерфейсом;

- система позволяет добавлять функции, представляющие функциональные зависимости во входных параметрах дуги;
- система рассчитывает плотность распределения вероятности выходной величины как в параллельном, так и в последовательном режимах;
- система разрешает зависимым дугам быть одного или различных типов;
- система отображает результаты расчета однородных или разнородных типов ресурсов в виде таблицы или графика;
- система позволяет сохранить каждый шаг метода эквивалентных упрощающих преобразований;
- система обеспечивает обратную совместимость с файлами известного программного обеспечения GertExplorer.

Система компьютерного моделирования состоит из нескольких структурных модулей:

1. Модуль модели GERT-сети

Для построения красивого и гибкого графического интерфейса технология WPF (Windows Presentation Foundation) является незаменимым выбором. Чтобы сократить время, необходимое для создания сложной графики, и оптимизировать производительность вывода, используется библиотека интерфейса GraphX Panthernet Software (бесплатная версия с открытым исходным кодом). Благодаря помощи этой библиотеки, можно легко построить модель GERT-сети со всеми необходимыми параметрами. Узлы легко перетаскивать и перемещать. Дуги разного цвета представляют разные типы ресурсов. Интерфейс рабочего окна системы компьютерного моделирования ResourceModeler и образец модели показаны на рисунке 5.

К основным параметрам дуги относятся: название дуги, вероятность выполнения, тип зависимой дуги или режим расчета, тип зависимости, тип ресурса. Некоторые параметры появляются только в определенном режиме, например в режиме планирования будет тип распределения, а в режиме распределения будет зависимая дуга. На рисунке 6 представлены окна параметров дуги в режиме планирования и распределения.

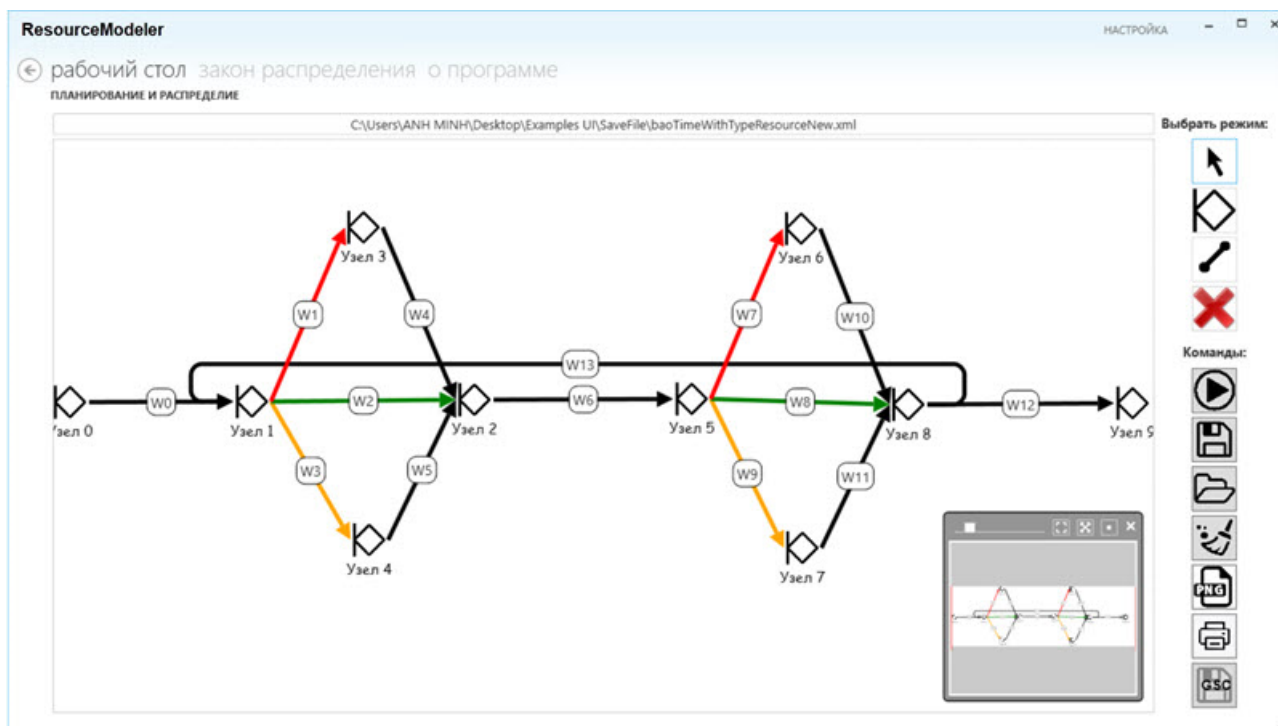


Рисунок 5 – Интерфейс системы компьютерного моделирования ResourceModeler и образец модели GERT-сети

Figure 5 – The interface of the computer simulation system ResourceModeler and a sample of the GERT network model

а (a)

б (b)

Рисунок 6 – Окна параметров дуги в режиме планирования (а) и распределения (б)

Figure 6 – Arc parameters windows in distribution mode (a) and planning mode (b)

Система компьютерного моделирования позволяет использовать до 5 различных типов ресурсов в одной модели (рисунок 7). Каждый тип будет показан разными цветами.

Рисунок 7 – Выбор типов ресурсов

Figure 7 – Choosing resource types

2. Модуль функции

Методы обработки данных и расчета для нахождения законов распределения дуг сохраняются в этом модуле. Перед началом вычисления необходимо ввести предел, шаг и точность расчета (рисунок 8). Предел расчета – это минимальное и максимальное значения y , в

этом участке вычисляется плотность распределения $g_E(y)$. Плотность распределения рассчитывается с определенной точностью в точках, равноудаленных друг от друга, равных значению шага.

Рисунок 8 – Значения параметров для моделирования
Figure 8 – Parameter values for simulation

Для вычисления значения плотности распределения вероятности $\tilde{g}_E(y)$ необходимо вычислить действительные $X_{E\text{Re}}(\zeta)$ и мнимые $X_{E\text{Im}}(\zeta)$ значения эквивалентной характеристической функции GERT-сети в узлах интерполяции. Для решения вышеуказанной задачи реализованы две функции: CalDistributionComplex и CalEquivalentComplex. Функция CalDistributionComplex рассчитает плотность вероятности в узлах интерполяции в комплексном виде. А функция CalEquivalentComplex рассчитает плотность вероятности в узлах интерполяции в комплексном виде с использованием типовых преобразований GERT-сети. Две функции являются взаимно рекурсивными. На рисунке 9 представлена блок-схема разработанных функций.

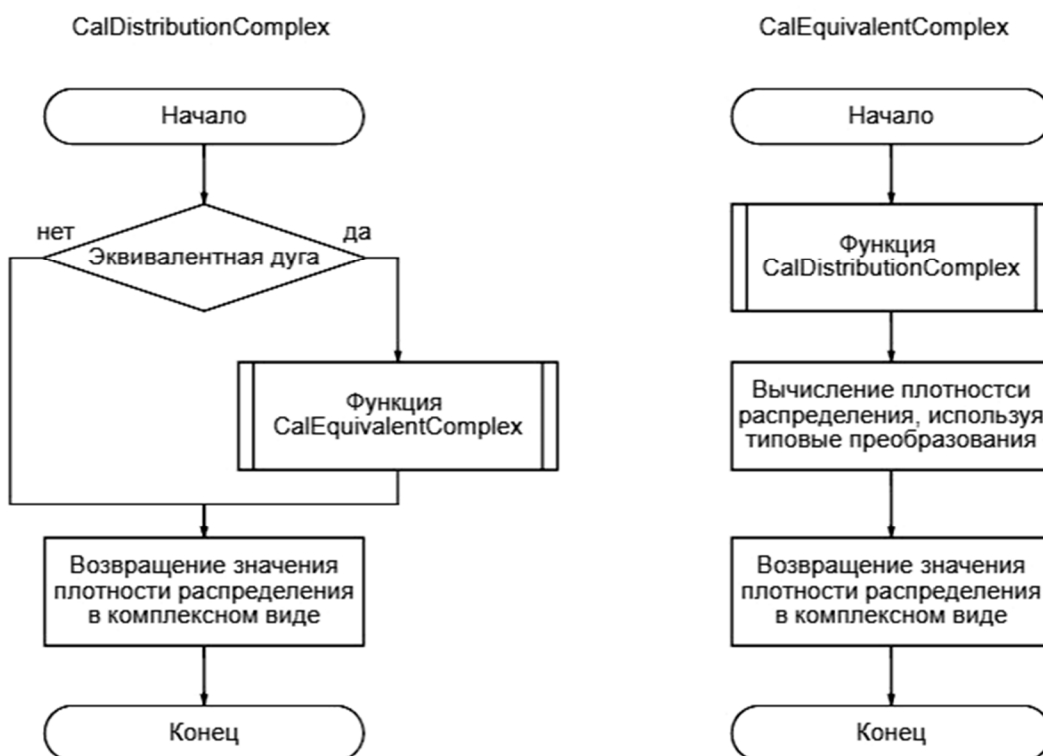


Рисунок 9 – Блок-схема функций CalDistributionComplex и CalEquivalentComplex
Figure 9 – Flowchart of CalDistributionComplex and CalEquivalentComplex functions

3. Модуль результата

В данном модуле результаты расчета и шаги метода эквивалентных упрощающих преобразований отображаются в виде отдельного окна. В зависимости от выбранного режима возможны различия в представлении результатов. Если выбран режим планирования, то система найдет законы распределения величины времени, ресурсов и каждого типа ресурса.

Плотности вероятностей времени и ресурсов в режиме планирования представлены на рисунке 10. Функция распределения и плотность вероятности приведены в виде таблицы значений на рисунке 11.

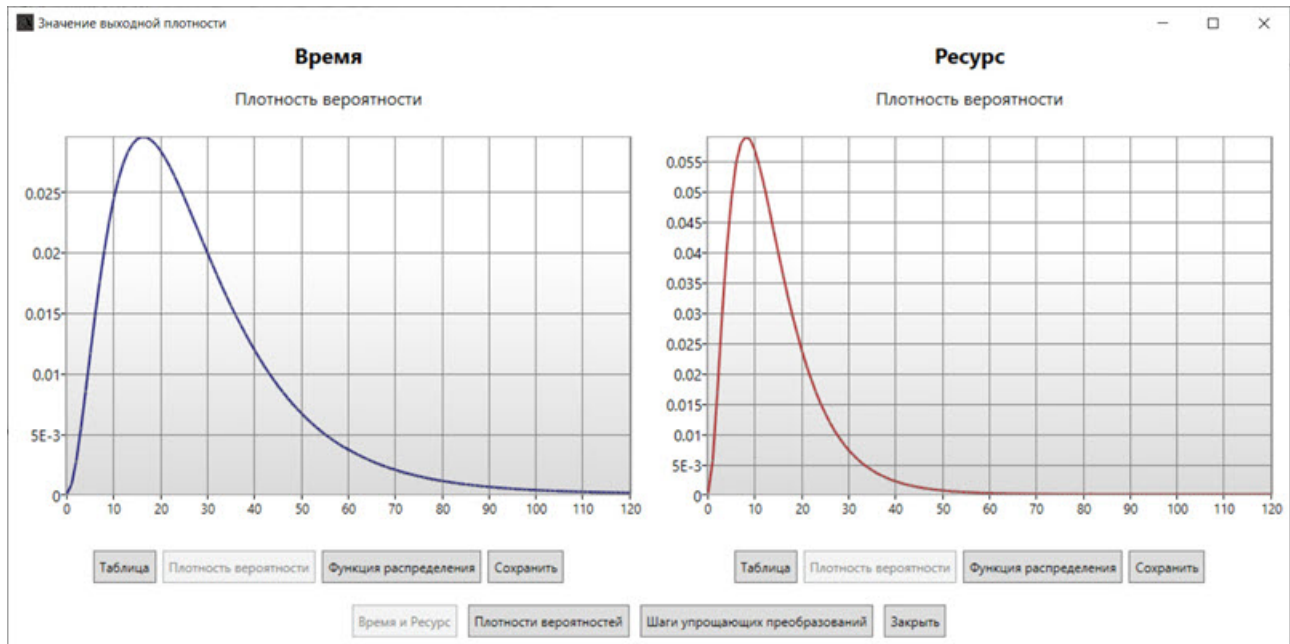


Рисунок 10 – Плотности вероятностей времени и ресурса в режиме планирования
Figure 10 – Probability densities of time and resource in planning mode

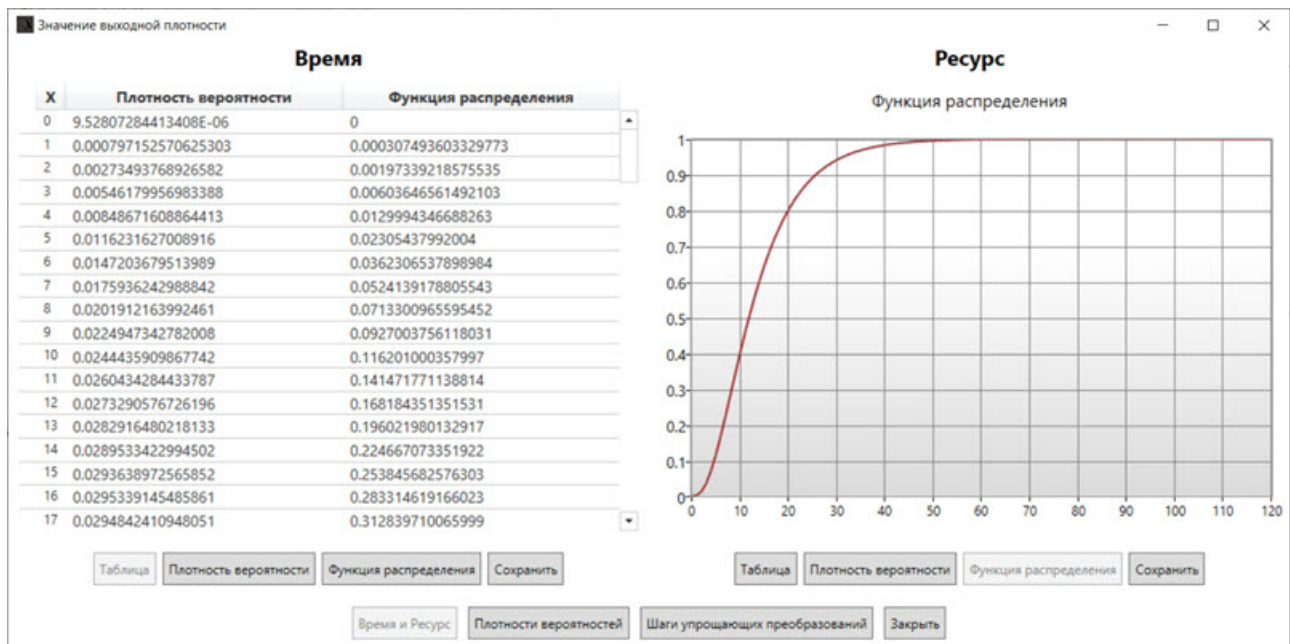


Рисунок 11 – Плотности вероятностей времени и ресурса в виде таблицы значений
Figure 11 – Probability densities of time and resource in the form of a table of values

На рисунке 12 показаны законы распределения базового ресурса и зависимых от него ресурсов в режиме распределения.

Сохранение каждого шага эквивалентных упрощающих преобразований позволяет пользователю исследовать каждое изменение в процессе преобразования исходной сети в эквивалентную сеть, состоящую из одной дуги. На рисунке 13 приведено изменение сетевой модели на каждом шаге преобразования.

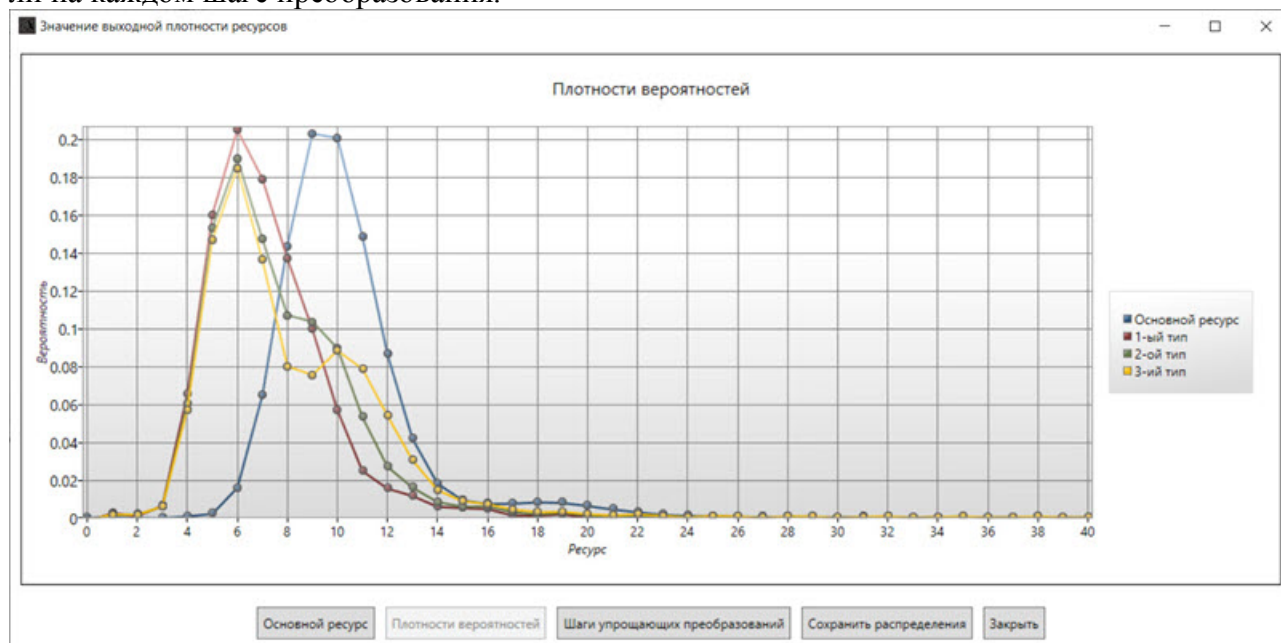


Рисунок 12 – Плотности вероятностей базовых и зависимых ресурсов в режиме распределения
Figure 12 – Probability densities of basic and dependent resources in distribution mode

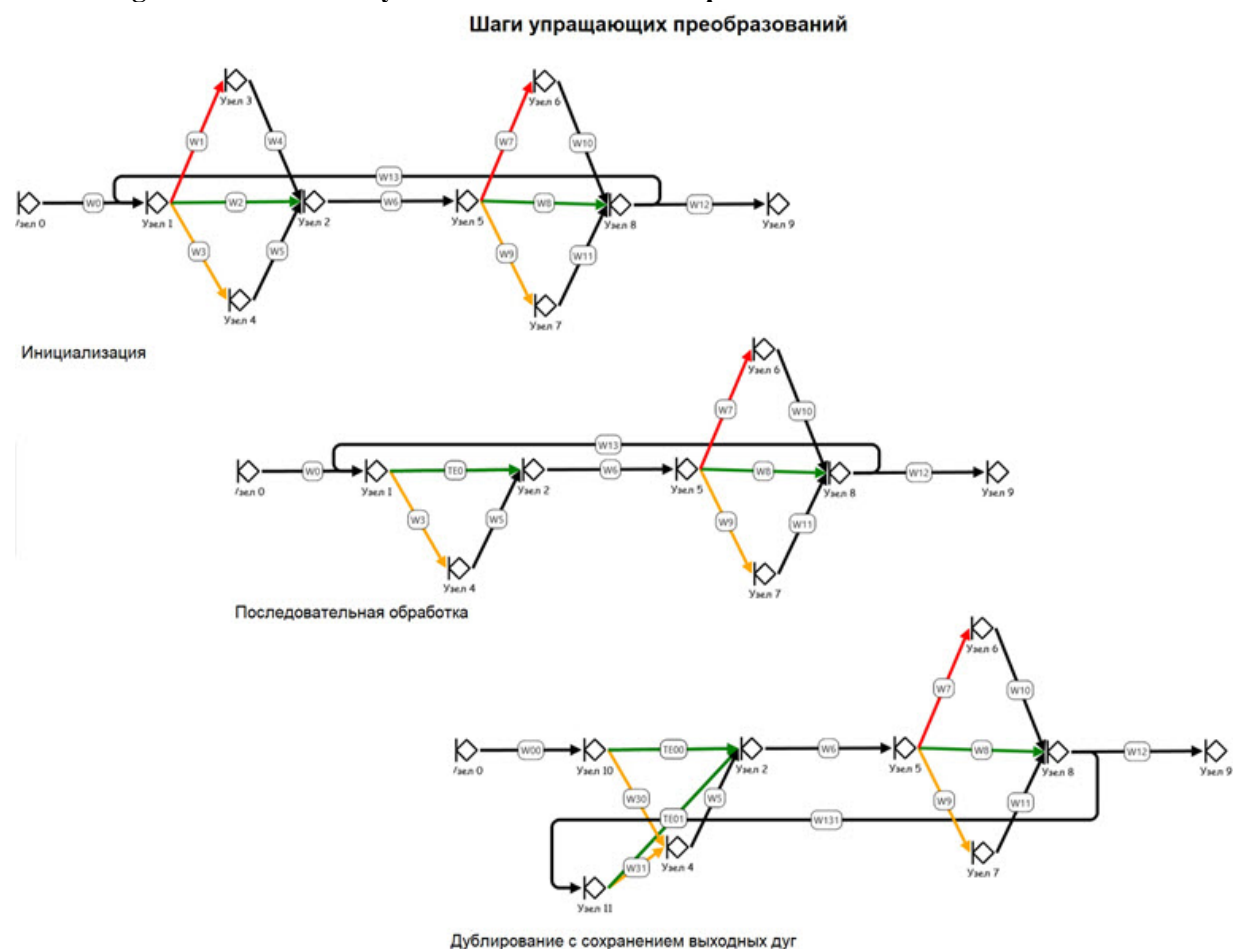


Рисунок 13 – Изменение сетевой модели на каждом шаге преобразования
Figure 13 – Changing the network model at each step of the transformation

Заключение

В статье рассмотрены последовательный и параллельный подходы расширения возможностей классических GERT-сетей. Предложены основные этапы математического моделирования и алгоритм применения функциональных зависимостей к модели GERT-сети. Разработана система компьютерного моделирования ResourceModeler для планирования и распределения разнородных ресурсов. На основе полученных результатов показаны преимущества разработанной системы компьютерного моделирования, а именно: выявление всего процесса преобразования исходной сети в конечную эквивалентную сеть методом упрощающих преобразований, применение функциональных зависимостей и вычисление законов распределений разнородных ресурсов в модели GERT-сети. Также система ResourceModeler является инструментом для сравнения результатов, полученных численными и аналитическими методами.

Библиографический список

1. Шибанов А. П., Кравчук Н. В. Использование моделей GERT при оптимизации компьютерных сетей // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета, 2007. № 20. С. 69-75.
2. Шибанова О. А., Кравчук Н. В., Башев А. В., Шибанов А. П. Синхронизация каналов компьютерной сети при передаче трафика реального времени // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета, 2007. № 22. С. 53-57.
3. Корячко В. П., Шибанов В. А., Ижванов Ю. Л., Шибанов А. П. Нахождение распределения выходной величины GERT-сети со старением информации // Системы управления и информационные технологии, 2009. №4(38). С. 39-43.
4. Шибанов А. П. Метод эквивалентных упрощающих преобразований GERT-сетей и его приложения // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета, 2012. № 39-2. С. 76-83.
5. Корячко В. П., Скворцов С. В., Шибанов А. П., Перепелкин Д. А. Методы и технологии автоматизации проектирования высокопроизводительных систем и компьютерных сетей // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета, 2017. № 60. С. 94-104.
6. Шибанов А. П., Нгуен. А. З., Фам А. М. Аналитическая модель телекоммуникационного канала с контрольными операциями // Радиотехника, 2019. Т. 83. № 11(18). С. 35-40.
7. Перепелкин Д. А., Нгуен А. З., Фам А. М. Математические модели процесса передачи данных в телекоммуникационных сетях с контрольными операциями // Моделирование, оптимизация и информационные технологии, 2020 № 8(4). С. 1-10.
8. Перепелкин Д. А., Фам А. М., Нгуен А. З. Задача планирования объема разнородных ресурсов в промышленных GERT-сетях с функционально зависимыми случайными операциями // Системы управления и информационные технологии, 2020. № 4(82). С. 35-39.
9. Перепелкин Д. А., Фам А. М. Распределение ресурсов в раскрашенных GERT-сетях // Актуальные проблемы современной науки и производства: материалы V Всероссийской научно-технической конференции // Рязанский государственный радиотехнический университет им. В.Ф. Уткина. – Рязань, 2020. С. 182-188.
10. Филлипс Д., Гарсиа-Диас А. Методы анализа сетей: пер. с англ. М.: Мир, 1984. 496 с.
11. Pritsker A. A. Graphical Evaluation and Review Technique. MEMORANDUM RM-4973-NASA APREL 1966.
12. Корячко В. П., Кравчук Н. В., Шибанов А. П., Шибанов В. А. Основы теории GERT-сетей. М.: Горячая линия-Телеком, 2010. 207 с.
13. Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М. Численные методы. М.: Наука, 1987.
14. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1987.
15. Шибанов А. П., Нгуен. А. З. Использование стохастических сетей при планировании сборочных операций с функциями от случайных величин // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета, 2019. № 69. С. 86-92.
16. Вентцель Е. С., Овчаров Л. А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения. М: Высшая школа, 2000. 480 с.
17. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. В 2-х томах. Т.2. пер. с англ. М.: Мир, 1984.

UDC 004.724

MATHEMATICAL AND COMPUTER MODELING OF HETEROGENEOUS RESOURCES PLANNING AND ALLOCATION IN INDUSTRIAL NETWORKS

D. A. Perepelkin, Dr. Sc. (Tech.), associate professor, Dean of FCE RSREU, Ryazan, Russia;
orcid.org/0000-0003-4775-5745, e-mail: dmitryperepelkin@mail.ru

A. M. Pham, post-graduate student, RSREU, Ryazan, Russia;
orcid.org/0000-0002-3055-3568, e-mail: phamanhminh231@gmail.com

The aim of the work is to develop mathematical and software tools for modeling planning and allocating processes of heterogeneous resources in industrial networks. Two approaches to the application of functional dependencies of random values of resources to the model of GERT-network are proposed: parallel and sequential, which corresponds to the processes of planning and allocating resources. The approaches proposed in the work allow expanding the capabilities of classical GERT-networks. To generalize the process of implementation and automation of calculations, a computer modeling system has been developed. The main stages of mathematical modeling of industrial networks based on GERT-models are also proposed. An algorithm for planning and allocating of heterogeneous resources in industrial networks has been developed. A computer modeling system ResourceModeler has been developed, which allows calculating the distribution laws of output values in a GERT-network using linear functional dependencies based on the heterogeneity of resources.

Key words: industrial telecommunication networks, mathematical modeling, computer modeling, GERT-networks, heterogeneous resources, probability density function, characteristic function.

DOI: 10.21667/1995-4565-2021-77-68-80

References

1. **Shibanov A. P., Kravchuk N. V.** Ispol'zovanie modelej GERT pri optimizacii komp'juternyh setej. *Vestnik Rjazanskogo gosudarstvennogo radiotekhnicheskogo universiteta*, 2007, no. 20, pp. 69-75. (in Russian).
2. **Shibanova O. A., Kravchuk N. V., Bashev A. V., Shibanov A. P.** Sinhronizacija kanalov komp'juternoj seti pri peredache trafika real'nogo vremeni. *Vestnik Rjazanskogo gosudarstvennogo radiotekhnicheskogo universiteta*, 2007, no. 22, pp. 53-57. (in Russian).
3. **Korjachko V. P., Shibanov V. A., Izhvanov Ju. L., Shibanov A. P.** Nahozhdenie raspredelenija vyhodnoj velichiny GERT-seti so stareniem informacii. *Sistemy upravlenija i informacionnye tehnologii*, 2009, no. 4(38), pp. 39-43. (in Russian).
4. **Shibanov A. P.** Metod jekvivalentnyh uproszhajushhih preobrazovanij GERT-setej i ego prilozhenija. *Vestnik Rjazanskogo gosudarstvennogo radiotekhnicheskogo universiteta*, 2012, no. 39-2, pp. 76-83. (in Russian).
5. **Korjachko V. P., Skvortcov S. V., Shibanov A. P., Perepelkin D. A.** Metody i tehnologii avtomatizacii proektirovanija vysokoproizvoditel'nyh sistem i komp'juternyh setej. *Vestnik Rjazanskogo gosudarstvennogo radiotekhnicheskogo universiteta*, 2017, no. 60, pp. 94-104. (in Russian).
6. **Shibanov A. P., Nguen A. Z., Fam A. M.** Analiticheskaja model' telekommunikacionnogo kanala s kontrol'nymi operacijami. *Radiotekhnika*, 2019, vol. 83, no. 11(18), pp. 35-40. (in Russian).
7. **Perepelkin D. A., Nguen A. Z., Fam A. M.** Matematicheskie modeli processa peredachi dannyh v te-lekommunikacionnyh setjah s kontrol'nymi operacijami. *Modelirovanie, optimizacija i informacionnye tehnologii*. 2020, no. 8(4), pp. 1-10. (in Russian).
8. **Perepelkin D. A., Fam A. M., Nguen A. Z.** Zadacha planirovanija ob#ema raznorodnyh resursov v promyshlennyh GERT-setjah s funkcional'no zavisimymi sluchajnymi operacijami. *Sistemy upravlenija i informacionnye tehnologii*, 2020, no. 4(82), pp. 35-39. (in Russian).
9. **Perepelkin D. A., Fam A. M.** Raspredelenie resursov v raskrashennyh GERT-setjah. *Aktual'nye problemy sovremennoj nauki i proizvodstva: materialy V Vserossijskoj nauchno-tehnicheskoy konferencii /*

Rjazanskij gosudarstvennyj radiotekhnicheskij universitet imeni V.F. Utkina. Rjazan', 2020, pp. 182-188. (in Russian).

10. **Fillips D., Garsia-Dias A.** *Metody analiza setej*: Per. s angl. M.: Mir, 1984. 496 p. (in Russian).

11. **Pritsker A. A.** Graphical Evaluation and Review Technique. MEMORANDUM RM-4973-NASA APREL 1966.

12. **Korjachko V. P., Kravchuk N. V., Shibanov A. P., Shibanov V. A.** *Osnovy teorii GERT-setej*. Moscow: Gorjachaja linija-Telekom, 2010. 207 p. (in Russian).

13. **Bahvalov N. S., Zhidkov N. P., Kobel'kov G. M.** *Chislennye metody*. Moscow: Nauka, 1987. (in Russian).

14. **Lavrent'ev M. A., Shabat B. V.** *Metody teorii funkcij kompleksnogo peremennogo*. Moscow: Nauka, 1987. (in Russian).

15. **Shibanov A. P., Nguen. A. Z.** Ispol'zovanie stohasticheskikh setej pri planirovanii sborochnykh operacij s funkcijami ot sluchajnyh velichin. *Vestnik Rjazanskogo gosudarstvennogo radiotekhnicheskogo universiteta*, 2019, no. 69, pp. 86-92. (in Russian).

16. **Ventcel' E. S., Ovcharov L. A.** *Teorija verojatnostej i ee inzhenernye prilozhenija*. M: Vysshaja shkola, 2000. 480 p. (in Russian).

17. **Feller V.** *Vvedenie v teoriju verojatnostej i ee prilozhenija. V 2-h tomah*, vol. 2. Per. s angl. Moscow: Mir, 1984 (in Russian).