

УДК 621.315.592

СПИН-ОРБИТАЛЬНАЯ СВЯЗЬ СПАРЕННЫХ ДВУМЕРНЫХ ЭЛЕКТРОНОВ И ФАКТОР ЗАПОЛНЕНИЯ УРОВНЕЙ ЛАНДАУ В РЕЖИМЕ ДРОБНОГО КВАНТОВОГО ЭФФЕКТА ХОЛЛА

А. А. Корнилович, д.т.н., профессор кафедры МНЭЛ РГРТУ, Рязань, Россия;
orcid.org/0000-0001-8612-1986, e-mail: korn.alex.rgrtu@yandex.ru

В. Г. Литвинов, д.ф.-м.н., доцент, заведующий кафедрой МНЭЛ РГРТУ, Рязань, Россия;
orcid.org/0000-0001-6122-8525, e-mail: vglit@yandex.ru

Предложен механизм спаривания и соединения в кластеры двумерных электронов в сильном квантующем магнитном поле. Цель работы – найти взаимосвязь между фактором заполнения уровня Ландау и его номером N , результирующим спиновым S и магнитным m_L квантовыми числами, определяемыми L - S связью двумерных электронов. Разработан бесконтактный способ определения фактора заполнения уровня Ландау ν . Представлено объяснение дробного квантового эффекта Холла.

Ключевые слова: двумерные электроны, спин-орбитальная связь, уровни Ландау, фактор заполнения, дробный квантовый эффект Холла.

DOI: 10.21667/1995-4565-2021-77-130-140

Введение

В результате анализа существующих теорий дробного квантового эффекта Холла можно заключить, что вычисление фактора заполнения ν уровней Ландау осуществляется с использованием различных модельных представлений о свойствах электронов. В последние годы широкое признание получила теория Лафлина [1], базирующаяся на представлениях о многоэлектронной волновой функции и введении квазичастиц с дробным элементарным зарядом νe (e – элементарный заряд). Однако возникают некоторые затруднения при попытке обобщения теории Лафлина на дробные величины фактора заполнения ν для уровней Ландау с номерами $N > 1$. Описание свойств электронов с использованием известных теорий [1-3] и нахождение квантованного холловского сопротивления ρ_{xy} остаются открытыми вопросами. В настоящее время единая последовательная и самосогласованная теория дробного квантового эффекта Холла (ДКЭХ) отсутствует.

В настоящей работе кратко рассматривается бесконтактный метод определения фактора заполнения уровней Ландау ν . Описано устройство, в котором улучшены характеристики ранее разработанных методов и измерительных установок [4-8] для определения транспортных параметров вырожденного электронного газа. **Задачей работы** является описание механизма спаривания двумерных электронов и соединения их в кластеры для объяснения дробного квантового эффекта Холла. В приближении спин-орбитальной связи двумерных электронов получена формула вычисления фактора заполнения ν в зависимости от квантовых чисел, характеризующих состояния, возникающие при L - S связи взаимодействующих двумерных электронов. Приводится сравнение расчетных значений ν с ранее полученными экспериментальными результатами для слоев GaAs с двумерным электронным газом. Представлено новое объяснение дробного квантового эффекта Холла.

Теоретическая часть

Бесконтактный метод определения фактора заполнения уровней Ландау

При исследовании транспортных явлений в слоях GaAs с двумерным (2D) электронным газом контактными методами слаболегированные слои AlGaAs и GaAs в значительной сте-

пени влияют на результаты экспериментов. Бесконтактный метод определения концентрации носителей заряда [4] основан на наблюдении шубниковских осцилляций при наблюдении поглощения сверхвысокочастотного (СВЧ) излучения. Обычно период СВЧ-волны выбирается меньше времени релаксации квазиимпульса электрона и примерно одного порядка с периодом орбитального движения электрона [4]. В поле СВЧ-волны возникает электрический высокочастотный ток, имеющий составляющую, которая изменяется синфазно с электрическим полем СВЧ электромагнитной волны. Свободные электроны поглощают энергию поляризованной по левому кругу СВЧ-волны. С другой стороны, орбитальное движение электронов направлено противоположно, является правовращающим относительно направления магнитного поля. При переходе от инфракрасного лазерного излучения к СВЧ-излучению наблюдается рост чувствительности метода измерения концентрации. Это связано в основном с тем, что период зондирующего СВЧ-излучения очевидно больше периода инфракрасного лазерного излучения. Таким образом, по оценке соотношения сигнал/шум СВЧ-метод превышает в $10^3 - 10^4$ раз чувствительность известных оптических методов.

В бесконтактных методах определения транспортных параметров носителей заряда в полупроводниковых наносистемах на основе магнитных квантовых эффектов находят те величины индукции магнитного поля B_N и B_V , которые соответствуют экстремальным значениям поглощения падающего на изучаемый образец излучения. В сильном магнитном поле квантуется движение 2D-электронов. Это приводит к перестройке плотности энергетических состояний электронов по уровням E_N и подуровням E_V Ландау. Изменение магнитного поля $\bar{B}$ приводит к пересечению уровня E_N либо подуровня E_V квазиуровнем Ферми E_F . При этом наблюдается резонансное изменение поглощения мощности падающего на образец излучения. При равенстве энергий E_N и E_F выводится выражение для бесконтактного метода определения концентрации 2D-электронов по периодам шубниковских осцилляций $\Delta(B_N)^{-1}$ в области промежуточных значений B_N [4]:

$$n = \frac{e}{\pi \hbar} \left(\frac{B_{N+l}^{-1} - B_N^{-1}}{l} \right)^{-1}, \quad (1)$$

где $\hbar = h/2\pi$ – постоянная Дирака; h – постоянная Планка; l – число периодов осцилляций.

В сильном магнитном поле квантуется холловское сопротивление [5]:

$$\rho_{xy} = \frac{h B_V}{2e^2} \left(\frac{B_{N+l}^{-1} - B_N^{-1}}{l} \right). \quad (1')$$

Магнитное поле B_V соответствует максимальной мощности прошедшего через образец СВЧ-излучения, пропорциональной второй производной мощности падающего на образец СВЧ-излучения.

В зависимости от номера уровня уровни Ландау характеризуются фактором заполнения 2D-электронами:

$$\nu = \frac{2}{B_V} \left(\frac{B_{N+l}^{-1} - B_N^{-1}}{l} \right)^{-1}. \quad (2)$$

Фактор заполнения уровней Ландау при спаривании и спин-орбитальной связи 2D-электронов

Спаривание двух электронов может проявляться эффективно в случаях перекрытия магнитных орбит малого радиуса при малых номерах N уровней Ландау. При движении двух электронов с равными скоростями V_1 и V_2 синфазно по двум коаксиальным орбитам в магнитном поле на малом расстоянии Δz друг от друга наблюдается взаимное притяжение электронов под действием магнитной силы, имеющей релятивистскую природу [6]. Вследствие кулоновского взаимодействия должно иметь место также взаимное отталкивание электронов.

Однако оно компенсируется влиянием фона кристаллической решетки. На рисунке 1 представлены примеры магнитного взаимодействия электронов.

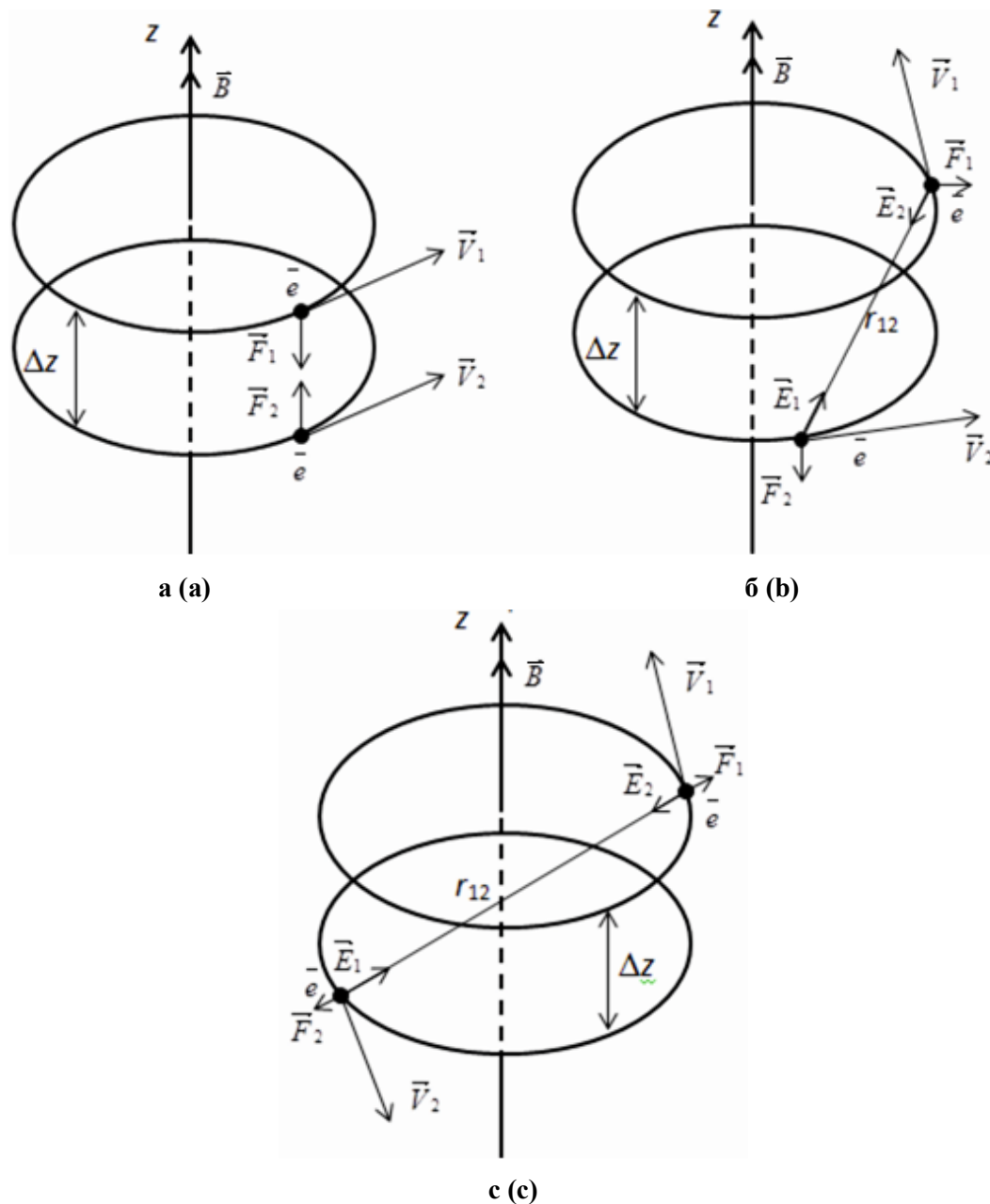


Рисунок 1 – Примеры взаимодействия двух электронов в результате действия магнитных сил

$$\vec{F}_1 = e\vec{V}_1 \times \frac{\vec{V}_2 \times \vec{E}_2}{c^2} \text{ и } \vec{F}_2 = e\vec{V}_2 \times \frac{\vec{V}_1 \times \vec{E}_1}{c^2}, \text{ где } c - \text{ скорость света в вакууме,}$$

$\Delta\varphi$ – разность фаз орбитального движения электронов; а – $\Delta\varphi = 0$ спаривание эффективно;

б – $\Delta\varphi = \pi/2$, в – $\Delta\varphi = \pi$, в случаях $\Delta\varphi > 0$ и $r_{12} > \Delta z$ электроны удаляются друг от друга;

E_1 и E_2 – напряженности электрического поля, создаваемые каждым из электронов на расстоянии r_{12} друг от друга

Figure 1 – Examples of the interaction of two electrons as a result of the action of magnetic forces

$$\vec{F}_1 = e\vec{V}_1 \times \frac{\vec{V}_2 \times \vec{E}_2}{c^2} \text{ and } \vec{F}_2 = e\vec{V}_2 \times \frac{\vec{V}_1 \times \vec{E}_1}{c^2}, \text{ where } c \text{ is light speed in vacuum,}$$

$\Delta\varphi$ is phase difference of electrons orbital motion; а – $\Delta\varphi = 0$ pairing is effective; for

б – $\Delta\varphi = \pi/2$, в – $\Delta\varphi = \pi$, in cases $\Delta\varphi > 0$ and $r_{12} > \Delta z$ electrons move away from each other;

E_1 and E_2 are electric field intensities created by each of the electrons at a distance r_{12} from each other

Для определения фактора заполнения ν нет необходимости находить волновую функцию взаимодействующих электронов. Достаточно найти векторные суммы орбитальных $\vec{M}_L$ и спиновых $\vec{M}_S$ моментов взаимодействующих в L - S связи электронов и их проекции на направления магнитного поля $\vec{B}$. Полный момент импульса i электронов

$$\vec{M}_J = \vec{M}_L + \vec{M}_S, \quad (3)$$

где $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$, $\vec{L} = \sum \vec{l}_i$, $\vec{S} = \sum \vec{s}_i$, l_i – орбитальное квантовое число электрона, s_i – спин электрона.

Проекция векторов момента импульса на направление вектора магнитной индукции $\vec{B}$, перпендикулярного к 2D-слою полупроводника

$$M_{zJ} = M_{zL} + M_{zS}; \quad m_J \hbar = m_L \hbar + S \hbar, \quad (4)$$

где $m_J = m_L + S$, m_L – результирующее магнитное квантовое число i электронов, взаимодействующих в L - S связи.

Сфазированные спаренные электроны при определенных условиях могут соединяться в кластеры с результирующим спином

$$S = m_J - 1, m_J - 2, \dots, 1, 0, -1, \dots, -(m_J + 1), \quad (5)$$

где $m_J = 1, 2, 3, \dots$

При $m_J = \text{const}$ с возрастанием магнитного поля B_v результирующее магнитное квантовое число увеличивается и может принимать значения

$$m_L = 1, 2, 3, \dots, 2m_J + 1. \quad (6)$$

Фактор заполнения ν и подуровень Ландау E_v характеризуются определенным набором квантовых чисел N , m_L , S , m_J . Максимальное число подуровней Ландау и значений фактора заполнения равно $2m_J + 1 = 2(m_L + S) + 1$. При увеличении магнитного поля m_L , подуровней Ландау пересекают квазиуровень Ферми E_F и освобождаются от электронов, $2m_J + 1 - m_L$ подуровней Ландау заполнены электронами. Фактор заполнения уровней Ландау уменьшается на $m_L / (2m_J + 1)$. Формула для определения фактора заполнения имеет следующий вид:

$$\nu = N - \frac{m_L}{2m_J + 1}. \quad (7)$$

Изменение фактора заполнения

$$\Delta \nu = \frac{m_L}{2m_J + 1} = \frac{m_L}{2(m_L + S) + 1}. \quad (8)$$

Если энергия подуровня Ландау, очевидно, составляет величину

$$E_v = \nu \hbar \frac{eB_v}{m^*}, \quad (9)$$

где m^* – эффективная масса электрона, то изменение энергии подуровня Ландау вследствие изменения фактора заполнения будет на величину

$$E_{\Delta \nu} = \Delta \nu \hbar \frac{eB_v}{m^*}.$$

Легко показать, что формула (7) справедлива и при нечетном числе электронов в кластерах. В кластерах с одинаковым фактором заполнения нечетное число электронов приблизительно в 2 раза больше четного числа электронов. При $m_J = \text{const}$ и нечетном числе электронов $\Delta m_L = -\Delta S = 2$. Тогда промежуточное число дискретных значений ν и E_v равно $m_L / 2$. Полное число ν и E_v равно $(2m_J + 1) / 2$, и выражение для фактора заполнения в случае нечетного числа электронов в кластерах совпадает с формулой (7).

Описание измерительной установки

На рисунке 2 представлена блок-схема устройства для бесконтактного определения фактора заполнения уровней Ландау и измерения зависимости пропускаемой мощности СВЧ-излучения от магнитного поля, проходящего сквозь 2D-слои GaAs. Генератор СВЧ-излучения 1 с частотой излучения несколько десятков ГГц возбуждает в волноводе с прямоугольным сечением осцилляции Н10. Далее СВЧ-излучение попадает в микроволновый вентиль 2, проходит через аттенюатор 3 в двойной Т-образный контур 4. После контура 4 и прохождения цилиндрического волновода СВЧ-излучение характеризуется осцилляциями Н11. В конце волновода располагается образец 5, который ориентирован активными слоями к фронту падающей волны. Магнитное поле может быть создано, например, сверхпроводящим магнитом 9. Образец ориентируют таким образом, чтобы плоскость 2D-слоя была перпендикулярна к линиям магнитного поля, которое можно медленно изменять в пределах от 0 до нескольких единиц Тл (в зависимости от типа магнита). Проходящая через образец волна Н11 достигает Т-схемы 6, попадает в волновод с прямоугольным сечением, превращается в волну Н10 и поступает в СВЧ-детектор 10. Полезный сигнал проходит через фильтр 11, который для повышения чувствительности настраивается на первую или вторую гармонику частоты модуляции. После прохождения через селективный усилитель 12 сигнал выпрямляется синхронным детектором 13 и поступает через АЦП платы сбора данных в ЭВМ 15. В ЭВМ реализован по технологии виртуальных инструментов виртуальный самописец, который отображает зависимость измеряемого полезного сигнала от сигнала от шунта сверхпроводящего магнита 9.

Модулирующая магнитное поле катушка 7 подключена к генератору низкой (звуковой) частоты 8. Напряжение от генератора 8 или удвоителя частоты 14 подается на опорный вход синхронного детектора 13. На информационный вход синхронного детектора подается сигнал с выхода селективного усилителя 12. В качестве усилителя 12 и детектора 13 используется, например, нановольтметр Unipan-232. Переключателем К устанавливается режим измерения сигнала, пропорционального либо первой, либо второй производной коэффициента прохождения волны по магнитному полю и продольному сопротивлению образца ρ_{xx} .

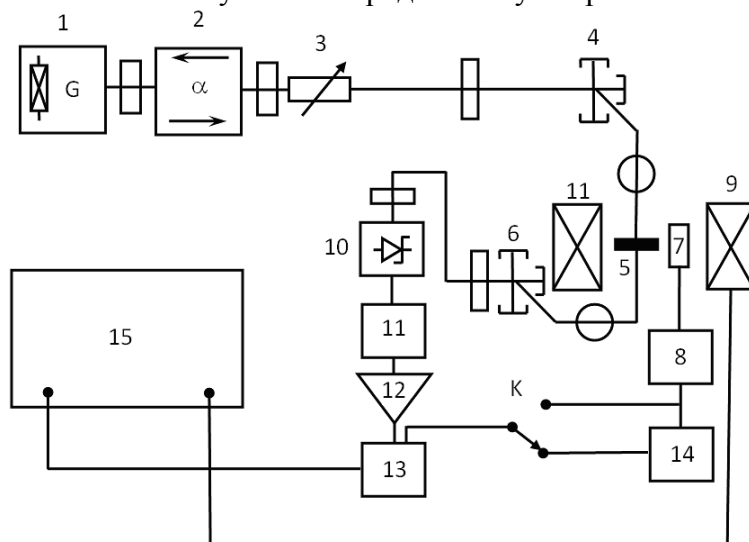


Рисунок 2 – Блок-схема устройства для бесконтактного определения фактора заполнения уровней Ландау

Figure 2 – Block diagram of the device for contactless determination of Landau levels filling factor

Описанный метод позволяет определять бесконтактным способом концентрацию 2D-электронов, квантованное холловское сопротивление ρ_{xy} и фактор заполнения уровней Ландау ν в полупроводниковых 2D-слоях толщиной порядка 1 – 10 нм с точностью до 0,5 %. Данный метод определения концентрации и фактора заполнения может быть использован для неразрушающего контроля транспортных параметров вырожденных двумерных структур.

**Результаты и обсуждения. Анализ зависимости фактора заполнения
от квантовых чисел N , m_L , S , m_J и числа электронов i в кластере**

В таблицах 1 и 2 представлены примеры значений квантовых чисел и изменений фактора заполнения $\Delta\nu$ при $m_J = \text{const}$, вычисленных по формуле (7).

Таблица 1 – i четное

Table 1 – i is even number

m_J	1		
m_L	1	2	3
S	0	–1	–2
i	2	2	4
$\Delta\nu$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	1

Таблица 2 – i нечетное

Table 2 – i is odd number

m_J	$2\frac{1}{2}$		
m_L	2	4	6
S	$\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{7}{2}$
i	3	5	7
$\Delta\nu$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	1

Из таблиц 1, 2 видно, что серии значений $\Delta\nu$ одинаковы при четном и нечетном числе электронов в кластерах. Из (7) следует, что при $S = -\frac{1}{2}$ фактор заполнения имеет четный знаменатель

$$\nu = N - \frac{1}{2}. \quad (10)$$

При $S \geq 0$ все значения $\Delta\nu$ находятся в первой половине переходной области $N \rightarrow N-1$, $0 < \Delta\nu < \frac{1}{2}$; во второй половине переходной области $S < -\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{2} \leq \Delta\nu \leq 1$. При $S = \text{const}$ кластеры образуются присоединением спаренных электронов с противоположными спинами. Обозначим $m_{LS} \equiv m_S$.

При $S = 0$

$$\Delta\nu_0 = \frac{m_0}{2m_0 + 1}. \quad (11)$$

При $S = \frac{1}{2}$

$$\Delta\nu_{\frac{1}{2}} = \frac{m_{\frac{1}{2}}}{2m_{\frac{1}{2}} + 2}, \quad (12)$$

где $m_{\frac{1}{2}} = 2m_0$ и $\Delta\nu_{\frac{1}{2}} = \Delta\nu_0$.

При $S = -1$

$$\Delta v_{-1} = \frac{m_{-1}}{2m_{-1} - 1}. \quad (13)$$

При $S = -\frac{3}{2}$

$$\Delta v_{-\frac{3}{2}} = \frac{m_{-\frac{3}{2}}}{2m_{-\frac{3}{2}} - 2}, \quad (14)$$

где $m_{-\frac{3}{2}} = 2m_{-1}$ и $\Delta v_{-\frac{3}{2}} = \Delta v_{-1}$.

Значения Δv , полученные из (11) – (14), представлены в таблицах 3 – 6.

Таблица 3 – i четное

Table 3 – i is even number

S	0				
m_L	1	2	3	4	5
i	2	2	4	4	6
Δv	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{5}{11}$

Таблица 4 – i нечетное

Table 4 – i is odd number

S	$\frac{1}{2}$				
m_L	2	4	6	8	10
i	3	5	7	9	11
Δv	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{5}{11}$

Таблица 5 – i четное

Table 5 – i is even number

S	-1				
m_L	2	3	4	5	6
i	2	4	4	6	6
Δv	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{6}{11}$

Таблица 6 – i нечетное

Table 6 – i is odd number

S	$-\frac{3}{2}$				
m_L	4	6	8	10	12
i	5	7	9	11	13
Δv	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{6}{11}$

Из таблиц 3 – 6 видно, что серии значений Δv для кластеров с четным и нечетным числом электронов одинаковы. В общем случае фактор заполнения не изменяется при следующих условиях:

$$\Delta m_L = 2fm_L, \quad \Delta S = \pm f. \quad (15)$$

В случае присоединения к спаренным электронам по одному электрону v не изменяется, когда

$$\Delta m_L = f m_L, \quad \Delta S = \pm \frac{f}{2}, \quad (15')$$

где $f = 1, 2, 3, \dots$ – число присоединений электронов к кластерам.

В частном случае, когда $S = -(m_j + 1)$, фактор заполнения $\nu = N - 1$.

При $S = -m_j$ и $N = 1$

$$\nu = \frac{1}{2m_j + 1}. \quad (16)$$

При $m_L = 0$ орбитальное движение электронов не разрешено.

При i нечетном $m_L = i - 1$, при i четном и m_L нечетном $m_L = i - 1$. Когда i и m_L четные $m_L = i = L$, тогда орбитальный момент параллелен магнитному полю $\vec{B}$. При $m_L = i - 1 = L - 1$ орбитальный момент первой пары электронов направлен под углом $\pi/3$ к магнитному полю $\vec{B}$ и описывает конус вокруг $\vec{B}$.

При выполнении условий (15') к спаренным электронам присоединяются электроны с результирующим спином $\pm \frac{1}{2}$. Простой пример присоединения электрона со спином $\frac{1}{2}$ и $m_l = 1$ приведен в таблице 7.

Таблица 7 – Анализ присоединения электрона со спином $\frac{1}{2}$

Table 7 – Analysis of attaching the electron with a spin $\frac{1}{2}$

$\Delta \nu$	$\frac{1}{3}$						
m_L	1	2	3	4	5	6	7
S	0	$\frac{1}{2}$	1	$1\frac{1}{2}$	2	$2\frac{1}{2}$	3
i	2	3	4	5	6	7	8

Присоединение электронов к спаренным электронам с противоположными спинами превращает «кластер-бозон» в «кластер-фермион», затем «кластер-фермион» в «кластер-бозон» при постоянном факторе заполнения. В результате возрастает число состояний с различным набором квантовых чисел, характеризующих подуровень Ландау с фактором заполнения $\nu = N - \frac{1}{3}$.

Разность соседних значений фактора заполнения $\delta \nu$ уменьшается с увеличением m_j и числа электронов i в кластерах

$$\delta \nu = \frac{1}{4m_j^2 - 1}. \quad (17)$$

С увеличением i уменьшается магнитная сила притяжения между электронами и присоединение электронов к кластерам прекращается.

В таблице 8 приведены значения квантовых чисел N , m_L , S , m_j и чисел электронов i , вычисленные по формуле (7) на основе известных из литературы экспериментально определенных значений фактора заполнения уровней Ландау [9].

Из таблицы 8 видно, что значения квантовых чисел N , m_L , S , m_j и чисел электронов i и экспериментальные значения фактора заполнения находятся в хорошем согласии с результатами, полученными по формуле (7). Значения ν , равные $6/9$ и $2/3$, полученные при одинаковом значении магнитного поля и при различном наборе квантовых чисел, объясняются усло-

вием (15). В кластерах проявляется смешанная поляризация электронов. При $N = 3$ и $S = 1$ спаренные электроны имеют спиновый момент, направленный вдоль магнитного поля, а при $S = -1$ – против поля. При этом $m_L = i = L$, а состояния с $m_L = L - 1$ не наблюдаются. Это можно объяснить увеличением радиусов орбит электронов и уменьшением расстояния между кластерами.

Таблица 8 – Результаты вычисления квантовых чисел и чисел электронов i на основе известных экспериментальных данных

Table 8 – Calculation results of quantum numbers N , m_L , S , m_J and numbers of electrons i based on known experimental data

N	3			2			1														
ν	$\frac{19}{7}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{7}{3}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{7}{5}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{6}{9}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{3}$	0	0	
$\Delta\nu$	$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{3}$	1	1	
m_J	3		1	1	2	1	2	3	4	1	2	3	4		4	3	2	1	1	0	
m_L	2		2	1	3	2	1	2	3	1	2	3	4		5	4	3	2	3	1	
S	1	$-\frac{1}{2}$	-1	0	-1	-1	1	1	1	0	0	0	0	$-\frac{1}{2}$	-1	-1	-1	-1	-2	-1	
i	2		2	2	4	2	2	2	4	2	2	4	4		6	4	4	2	4	2	

Из анализа спин-орбитальной связи двумерных электронов следует, что ДКЭХ является также спин-орбитальным квантовым эффектом. В переходной области $N \rightarrow N - 1$ квантование обусловлено L-S связью спаренных двумерных электронов без изменения радиуса орбит. При L-S связи формируются в первую очередь кластеры при минимальных квантовых числах N , m_L , S , m_J и числе электронов, равном двум. При одинаковом факторе заполнения «кластеры-фермионы» с полуцелым спином содержат приблизительно в два раза больше электронов, чем «кластеры-бозоны» с целым спином. Можно предположить, что основной вклад в изменение продольного сопротивления ρ_{xx} вносят «кластеры-бозоны». При малом N с увеличением числа электронов в кластере увеличивается расстояние между кластерами. В середине переходной области спин «кластера-бозона» $S = 0$ и присоединение одного электрона со спином $S = -\frac{1}{2}$ превращают «кластер-бозон» в «кластер-фермион». Фактор заполнения при $S = -\frac{1}{2}$ имеет четный знаменатель $\nu = N - \frac{1}{2}$. При увеличении магнитного поля $\bar{B}$ с сохранением нормального компонента B_n состояния с $S = -\frac{1}{2}$ для фактора заполнения с четным знаменателем исчезают. Это объясняется переворотом спинов электронов.

Заключение

Метод спин-орбитальной связи спаренных двумерных электронов в условиях сильного квантующего магнитного поля позволяет объяснить все наблюдаемые экспериментально значения фактора заполнения с нечетным и с четным знаменателем, с четным и с нечетным числом электронов в кластерах, с номером уровня Ландау $N \geq 1$.

Для наблюдения значений фактора заполнения при $N > 1$ и повышенных значениях числа электронов в кластерах перспективно применение бесконтактного метода определения фактора заполнения.

Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования РФ (FSSN-2020-0003) в Региональном центре зондовой микроскопии коллективного пользования (РЦЗМкп) при ФГБОУ ВО «ПГПТУ».

Библиографический список

1. Laughlin R. B. Nobel lecture: Fractional quantization // *Reviews of Modern Physics*. 1999, vol. 71, Issue 4, pp. 863-874.
2. Jain J. K. Composite fermion approach for fractional quantum Hall effect // *Phys. Rev. Lett.*, 1989, vol. 63, pp. 199-202.
3. Иорданский С. В. Дробный квантовый эффект Холла, правило Джайна и топологические текстуры. Письма в журнал экспериментальной и технической физики. 2003, vol. 77, no. 5, pp. 292-295.
4. Корнилович А. А., Студеникин С. А., Булдыгин А. Ф. Способ бесконтактного определения концентрации свободных носителей заряда в полупроводниках. Патент РФ №. 2037911. Опубликовано 19.06.1995.
5. Корнилович А. А. Способ бесконтактного определения квантованного холловского сопротивления полупроводников. Патент РФ № 2368982. Опубликовано 27.09.2009.
6. Корнилович А. А. Физика в примерах. Учебник. Новосибирск. Издательство НГТУ. 2003. 280 с.
7. Корнилович А. А., Литвинов В. Г. Способ бесконтактного определения квантованного холловского сопротивления полупроводников и устройство для его осуществления. Патент РФ №. Опубликовано 23.05.2018.
8. Kornilovich A. A., Litvinov V. G. Contactless Determination of Free Charge Carriers Concentration and Quantized Hall Resistance of 2D Semiconductor Nanostructures // 2017 6th Mediterranean Conference on Embedded Computing (Meco), Mediterranean Conference on Embedded Computing, eds. Stojanovic R., Jozwiak L., Lutovac B., Kubatova H., IEEE, 2017, pp. 297-300.
9. Willett R., Eisenstein J. P., Störmer H. L., Tsui D. C., Gossard A. C., English J. H. Observation of an even-denominator quantum number in the fractional quantum Hall effect // *Phys. Rev. Lett.*, 1987, vol. 59, pp. 1776-1779.

UDC 621.315.592

SPIN-ORBIT COUPLING OF TWO-DIMENSIONAL ELECTRONS AND LANDAU LEVELS FILLING FACTOR IN FRACTIONAL QUANTUM HALL EFFECT

A. A. Kornilovich, Dr. Sc. (Tech.), professor, RSREU, Ryazan, Russia;
orcid.org/0000-0001-8612-1986, e-mail: korn.alex.rgrtu@yandex.ru

V. G. Litvinov, Dr. Sc. (Phys. and Math.), Head of the Department, Micro- and Nanoelectronics Department, RSREU, Ryazan, Russia;
orcid.org/0000-0001-6122-8525, e-mail: vglit@yandex.ru

A mechanism for pairing and joining two-dimensional electron clusters in a strong quantizing magnetic field is proposed. The aim of this work is to obtain the dependence of the filling factor on the Landau level number N the resulting spin S and magnetic m_L quantum numbers determined by the L-S bond of two-dimensional electrons. A contactless method for determining the Landau level filling factor ν has been developed. An interpretation of the fractional quantum Hall effect is given.

Key words: two-dimensional electrons, spin-orbit coupling, Landau levels, fill factor, fractional quantum Hall effect.

DOI: 10.21667/1995-4565-2021-77-130-140

References

1. Laughlin R. B. Nobel lecture: Fractional quantization. *Reviews of Modern Physics*. 1999, vol. 71, issue 4, pp. 863-874.
2. Jain J. K. Composite fermion approach for fractional quantum Hall effect. *Phys. Rev. Lett.* 1989, vol. 63, pp. 199-202.
3. Iordanski S. V. Fractional quantum Hall effect, Jain's rule, and topological textures. *JETP Letters*. 2003, vol. 77, no. 5, pp. 247-250.

4. **Kornilovich A. A., Studenkin S. A., Buldygin A. F.** *Sposob beskontaktnogo opredeleniya koncentracii svobodnykh nositelej zaryada v poluprovodnikah* (A way of the contactless determination of the concentration of free charge carriers in semiconductors). Patent RF no. 2037911. Publd. 19.06.1995. (in Russian).

5. **Kornilovich A. A.** *Sposob beskontaktnogo opredeleniya kvantovannogo hollovskogo soprotivleniya poluprovodnikov* (A way of the contactless determination of the quantized Hall resistance in semiconductors). Patent RF no. 2368982. Publd. 27.09.2009. (in Russian).

6. **Kornilovich A. A.** *Fizika v primerax: Uchebnik*. Novosibirsk: Izdatelstvo NGTU. 2003. 280 p. (in Russian).

7. **Kornilovich A. A., Litvinov V. G.** *Sposob beskontaktnogo opredeleniya kvantovannogo hollovskogo soprotivleniya poluprovodnikov i ustrojstvo dlya ego osushchestvleniya* (Method of contactless determination of quantized hall resistance of semiconductors and device for its realization). Patent RF no. 2654935. Publd. 23.05.2018. (in Russian).

8. **Kornilovich A. A., Litvinov V. G.** Contactless Determination of Free Charge Carriers Concentration and Quantized Hall Resistance of 2D Semiconductor Nanostructures. *2017 6th Mediterranean Conference on Embedded Computing (Meco), Mediterranean Conference on Embedded Computing*, eds. Stojanovic R., Jozwiak L., Lutovac B., Kubatova H., IEEE, 2017, pp. 297-300.

9. **Willett R., Eisenstein J. P., Störmer H. L., Tsui D. C., Gossard A. C., English J. H.** Observation of an even-denominator quantum number in the fractional quantum Hall effect. *Phys. Rev. Lett.*, 1987, vol. 59, pp. 1776-1779.