

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, УПРАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

УДК: 004.932: 519.64

ЧАСТОТНЫЙ МЕТОД ФИЛЬТРАЦИИ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ПОМЕХ ЦИФРОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

А. И. Новиков, д.т.н., доцент, профессор кафедры ВМ РГРТУ, Рязань, Россия;
orcid.org/0000-0002-8166-8234, e-mail: novikovanatoly@yandex.ru

А. В. Пронькин, аспирант кафедры ЭВМ РГРТУ, Рязань, Россия;
orcid.org/0000-0003-2832-7462, e-mail: antoniopronkin@mail.ru

Н. О. Шамин, студент РГРТУ, Рязань, Россия;
orcid.org/0000-0001-9175-9095, e-mail: nikita.shamin97@gmail.com

Цель работы – разработка и экспериментальная проверка метода фильтрации периодических помех цифрового изображения на основе двумерного дискретного преобразования Фурье (ДПФ). Периодическим помехам на изображении в виде прямолинейных полос либо в виде линий более сложной структуры, но при этом периодических, отвечают локальные максимумы амплитудного спектра, полученного в результате выполнения прямого ДПФ. Для фильтрации периодических помех необходимо обнаружить локальные максимумы, выполнить обнуление коэффициентов Фурье в окрестности локальных максимумов и применить обратное ДПФ к видоизмененной матрице коэффициентов Фурье. Предложены простой метод обнаружения локальных максимумов на амплитудном спектре и приближенный метод формирования областей обнуления коэффициентов Фурье в окрестности локальных максимумов. Проведены исследования результатов фильтрации периодических помех различной формы, интенсивности и, в частности, в условиях аддитивного дискретного белого шума.

Ключевые слова: периодические помехи, фильтрация, дискретное преобразование Фурье, амплитудный спектр, локальный экстремум, оценка математического ожидания.

DOI: 10.21667/1995-4565-2021-78-130-141

Введение

Периодические помехи на изображении проявляются, как правило, в виде белых или темных горизонтальных полос (рисунок 1, а), либо расположенных под некоторым углом к горизонтальной оси (рисунок 1, б) и следующих с некоторым шагом.

Периодические помехи не столь типичны для цифровых изображений в отличие, например, от импульсных помех и, тем более, дискретного белого шума, сопровождающего практически все измерительные устройства. Возможно, по этой причине данной теме уделяется не так много внимания в задачах обработки цифровых изображений [1-3]. С другой стороны, задачи обнаружения и удаления периодических компонент в составе как одномерных, так и двумерных сигналов хорошо изучены [4, 5].

В основе методов фильтрации периодических помех лежит идея трансформации коэффициентов прямого двумерного преобразования Фурье перед выполнением обратного ДПФ таким образом, чтобы исключались определенные компоненты частотной области, соответствующие периодическим составляющим сигнала.

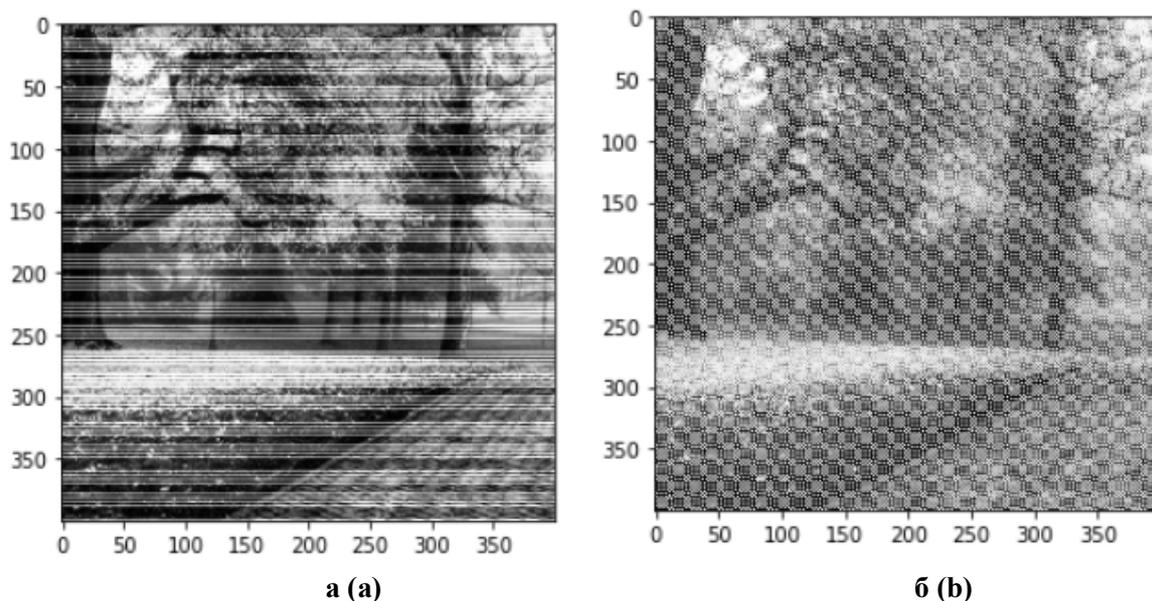


Рисунок 1 – Иллюстрация периодических помех:
а – горизонтальные полосы; б – наклонные линии

Figure 1 – Illustration of periodic interference: a – horizontal stripes; b – inclined lines

Теоретические исследования

Пусть $\mathbf{I} = (I_{ik})$, $i = \overline{0, M-1}$, $k = \overline{0, N-1}$, – матрица яркостей полутонового изображения размером $M \times N$. Прямое ДПФ изображения $\mathbf{I} = (I_{ik})$, задается формулой [6 - 8]

$$F_{st} = \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{k=0}^{N-1} I_{ik} e^{-j2\pi \left(\frac{is}{M} + \frac{kt}{N} \right)}, \quad s = \overline{0, M-1}, \quad t = \overline{0, N-1}. \quad (1)$$

Матрица $\mathbf{F} = (F_{st})$, $s = \overline{0, M-1}$, $t = \overline{0, N-1}$, коэффициентов прямого ДПФ («частотный прямоугольник» – по выражению Гонсалеса Р. и его соавторов в монографии [9]) имеет такой же размер, что и исходное изображение. В коэффициентах $F_{st} = \text{Re}(F_{st}) + j \text{Im}(F_{st})$, где j – мнимая единица, содержится информация о вкладе соответствующей частотной составляющей в исходный сигнал. Числовой оценкой этого вклада на каждой частоте являются значения амплитудного спектра

$$\text{Amp}_{st} = \left((\text{Re}(F_{st}))^2 + (\text{Im}(F_{st}))^2 \right)^{\frac{1}{2}}, \quad s = \overline{0, M-1}, \quad t = \overline{0, N-1}. \quad (2)$$

Периодическим составляющим в составе исходного изображения $\mathbf{I} = (I_{ik})$ отвечают локальные максимумы в составе амплитудного спектра. Так, амплитудные спектры изображений, приведенных на рисунке 1, а и 1, б, имеют следующий вид (рисунок 2, а и 2, б).

Задача фильтрации периодических помех заключается в поиске локальных экстремумов на множестве значений матрицы $\mathbf{A} = (\text{Amp}_{st})$ размером $M \times N$ с последующим удалением из состава спектра соответствующих частотных компонент. Решение задачи облегчается в случае только горизонтальных или вертикальных полос, а также только наклонных полос, расположенных под углами 45° или -45° . Для горизонтальных полос локальные экстремумы амплитудного спектра располагаются вдоль вертикальной оси Oy (рисунок 2, а), а для вертикальных – вдоль оси Ox . Для наклонных полос, расположенных под углами 45° или -45° локальные экстремумы амплитудного спектра располагаются соответственно вдоль диагоналей частотного прямоугольника (рисунок 2, б). При более сложной структуре периодического сигнала расположение локальных экстремумов амплитудного спектра на плоскости Oxy будет также более сложным. Поэтому обнаружение точек локальных экстремумов является самостоятельной задачей.

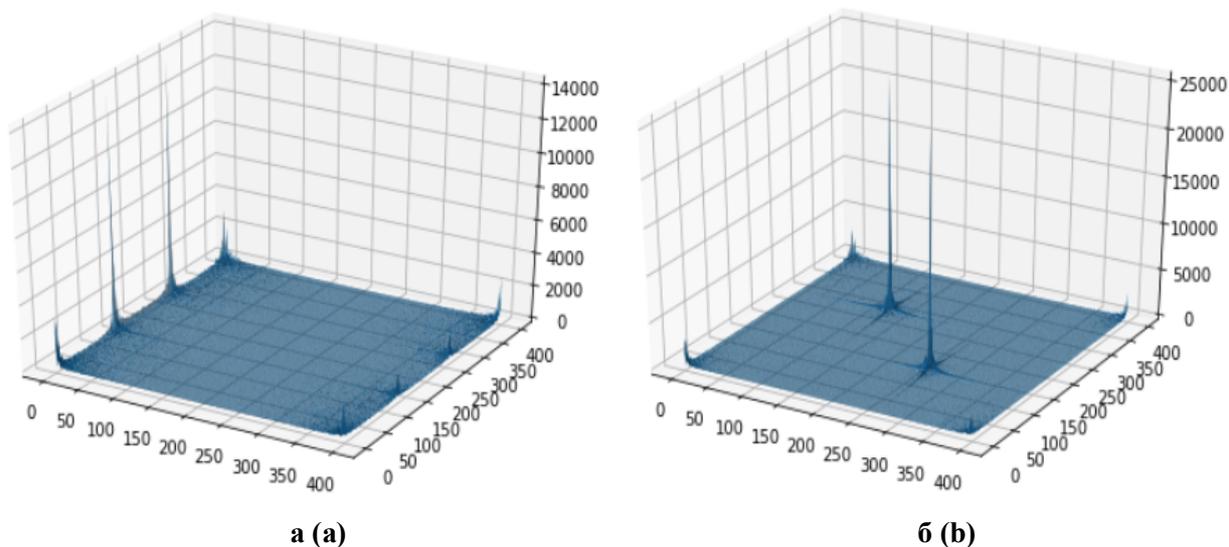


Рисунок 2 – Амплитудные спектры изображений, приведенных на рисунке 1, а и 1, б соответственно

Figure 2 – Amplitude spectra of the image shown in Figures 1, a and 1, b, respectively

Восстановление изображения в рамках дискретного ДПФ производится по формуле [6 – 8]

$$I_{ik} = \frac{1}{M \cdot N} \sum_{s=0}^{M-1} \sum_{t=0}^{N-1} F_{st} e^{j2\pi \left(\frac{is}{M} + \frac{kt}{N} \right)}, \quad i = \overline{0, M-1}, \quad k = \overline{0, N-1} \quad (3)$$

Для фильтрации периодических помех с помощью ДПФ необходимо исключить частотные компоненты в составе матрицы $\mathbf{A} = (Amp_{st})$, отвечающие периодическим составляющим. В окрестности каждого локального экстремума нужно выделить (локализовать) области, в каждой точке которых коэффициенты $\text{Re}(F_{st})$ и $\text{Im}(F_{st})$ полагаются равными нулю. После этого преобразования матрицы амплитудного спектра нужно выполнить обратное ДПФ по формуле (3). Отметим, что экстремальные значения амплитудного спектра в точке с координатами $(0,0)$ и в некоторой ее окрестности, отвечающей области низких частот, не подлежат обнулению.

Предлагаются два способа быстрого поиска точек локальных экстремумов амплитудного спектра. Первый (простейший способ) заключается в выполнении цепочки простейших преобразований амплитудного спектра, а именно:

– вычислить среднее значение $\overline{Amp} = \frac{1}{MN} \sum_{s=0}^{M-1} \sum_{t=0}^{N-1} Amp_{st}$ амплитудного спектра и вычесть

эту величину из каждого значения Amp_{st} , $s = \overline{0, M-1}$, $t = \overline{0, N-1}$. В результате такого преобразования получим матрицу

$$\mathbf{B} = \mathbf{A} - \overline{Amp} \cdot \mathbf{E}, \quad (4)$$

здесь \mathbf{E} – матрица размером $M \times N$, все элементы которой равны 1;

– после этого положить в матрице \mathbf{B} равными нулю все отрицательные значения. Получим новую матрицу $\tilde{\mathbf{B}}$, в которой отличными от нуля будут только элементы в окрестности локальных экстремумов;

– пройти окном 3×3 в скользящем режиме матрицу $\tilde{\mathbf{B}}$, проверяя в каждом ненулевом центральном элементе $\tilde{b}_{s_0 t_0}$ окна выполнение 8 неравенств $\tilde{b}_{s_0 t_0} > b_{st}$ по всем смежным элементам b_{st} (смежным по схеме восьмисвязной области). Точки, в которых выполняются эти неравенства, будут точками локальных экстремумов.

Открытым в этом способе остается вопрос о размерах и конфигурации окрестности точки локального экстремума, в которой нужно будет положить равными нулю коэффициенты $\text{Re}(F_{st})$ и $\text{Im}(F_{st})$ прямого ДПФ перед выполнением обратного ДПФ.

Второй способ заключается в применении детектора границ к изображению амплитудного спектра $\mathbf{A} = (\text{Amp}_{st})$. Такой подход даст возможность сразу сформировать локальные области в «окрестностях» точек локальных экстремумов. Окрестность точки локального экстремума – это замкнутая область, в каждой точке которой значения амплитудного спектра существенно превышают фоновые значения. Полагая равными нулю коэффициенты $\text{Re}(F_{st})$ и $\text{Im}(F_{st})$ прямого ДПФ в каждой точке внутри и на границе сформированного замкнутого контура, можно сразу переходить к выполнению обратного ДПФ, то есть к восстановлению изображения, свободного от периодических помех.

Прямое и обратное ДПФ имеют высокую вычислительную сложность. Поэтому для вычисления ДПФ целесообразно применять быстрое преобразование Фурье (БПФ) [10, 11]. Двумерное ДПФ можно вычислить в результате двукратного применения одномерного ДПФ: сначала одномерное ДПФ применяется к строкам, а затем – в полученном результате выполняется одномерное ДПФ по столбцам. Для выполнения одномерного ДПФ последовательно измерений длиной N по стандартным формулам требуется N^2 операций комплексного умножения и сложения. БПФ по основанию 2 имеет вычислительную сложность $O(N \log_2 N)$, а по основанию 4 – $O\left(\frac{3N}{4} \log_4 N\right)$ [10]. Для больших значений N ($N \geq 10_3$) применение БПФ обеспечивает выигрыш в числе вычислительных операций в десятки раз. Последовательное применение БПФ к двумерному изображению увеличит этот выигрыш в еще большей степени.

Экспериментальные исследования

Экспериментальную проверку прошли оба метода обнаружения точек локальных экстремумов и их окрестностей, предложенные в теоретической части. Оба способа подтвердили свою работоспособность. Однако первый способ, основанный на вычитании среднего значения $\overline{\text{Amp}}$ из каждого значения Amp_{st} , $s = \overline{0, M-1}$, $t = \overline{0, N-1}$ амплитудного спектра, позволяя легко обнаруживать точки локальных экстремумов, оставляет открытым вопрос о конфигурации и размерах окрестностей этих точек, в которых требуется обнулить коэффициенты прямого ДПФ. Второй способ, основанный на применении детектора границ, позволяет сразу находить окрестности точек локальных экстремумов амплитудного спектра в виде замкнутых контуров оснований «пиков». Поэтому далее рассматриваются результаты работы технологии подавления периодических помех по второму способу с применением детектора границ на этапе прореживания множества значений коэффициентов $\{\text{Re}(F_{st}), \text{Im}(F_{st})\}$ прямого ДПФ.

На рисунке 3, а приведено исходное изображение в оттенках серого размером 350×350 пикселей. На это изображение наложен шум в виде горизонтальных и наклонных белых полос. Полосы расположены с шагом в 7 пикселей, то есть по 50 полос каждого типа. Всего 100 полос. Зашумленное изображение приведено на рисунке 3, б.

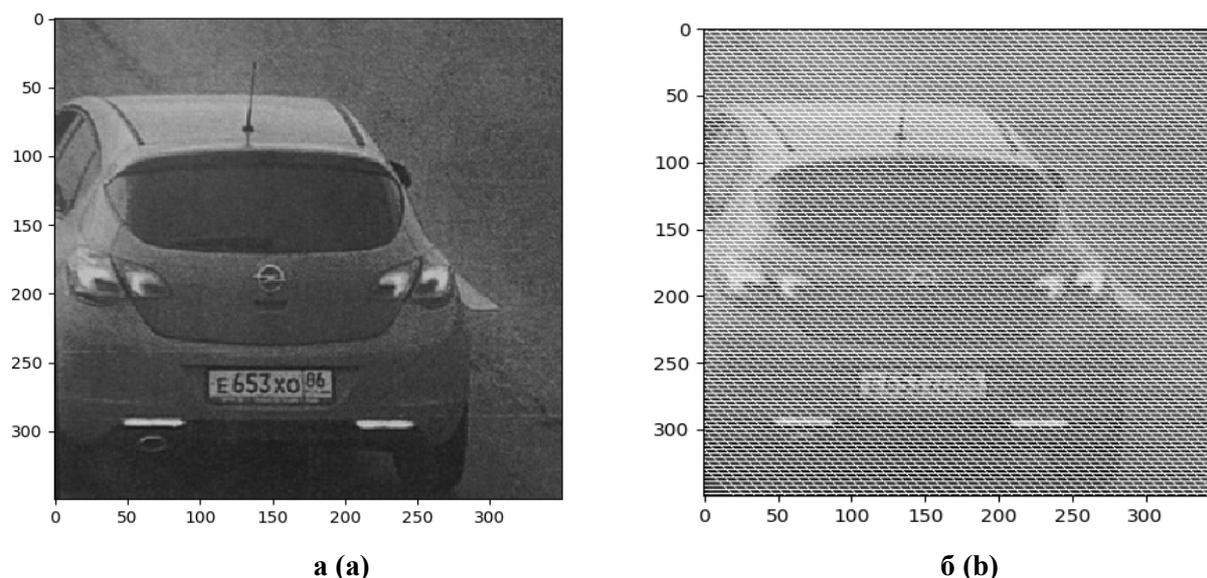


Рисунок 3 – Изображения: а – исходное, б – с наложенным периодическим шумом
Figure 3 – Images: a – initial, b – with superimposed periodic noise

К зашумленному изображению было применено прямое дискретное преобразование Фурье (1), и затем по формуле (2) вычислен амплитудный спектр. График амплитудного спектра приведен на рисунке 4,а.

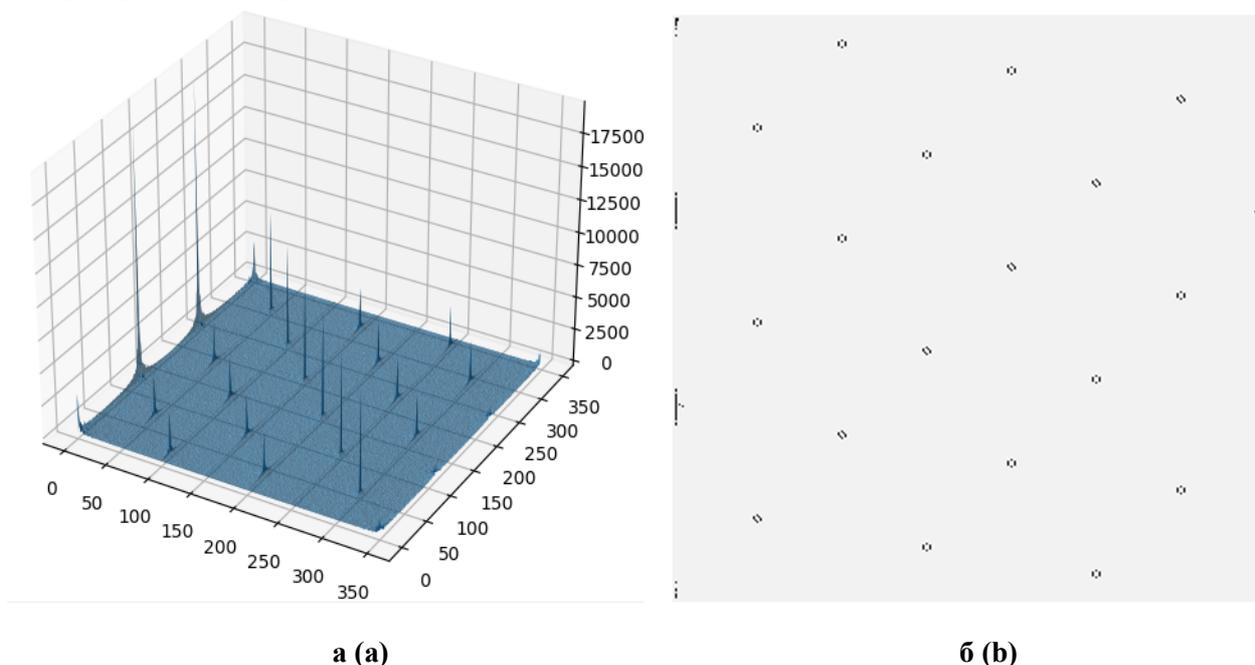


Рисунок 4 – Амплитудный спектр зашумленного изображения – а;
результаты работы детектора границ – б

Figure 4 – The amplitude spectrum of the noisy image – а;
the results of the boundary detector – б

Локальные экстремумы амплитудного спектра, отвечающие периодическим помехам, легко обнаруживаются на визуальном уровне. Как уже отмечалось ранее, положить равными нулю необходимо коэффициенты прямого ДПФ не только в точке локального экстремума, но и в некоторой ее окрестности. Автоматический поиск локальных экстремумов и их окрестностей, в которых коэффициенты прямого ДПФ значительно отличаются от фона, удобно осуществить с помощью детектора границ [12]. Для этого сохраняем амплитудный спектр в виде изображения и загружаем в программу «Автодетектор» [13, 14]. Результат выделения границ локальных экстремумов амплитудного спектра приведен на рисунке 4, б.

В программе «Автодетектор» реализован градиентный метод детектирования границ, предложенный в работе [12] и в расширенной версии с описанием «ручного» и автоматического вариантов программных реализаций – в работе [13]. Названный метод детектирования границ является аналогом и одновременно альтернативой широко известному методу Кенни (Canny) [15]. Он имеет два существенных отличия от метода Кенни. Во-первых, для оценивания частных производных в нем используется векторная маска $(-k, -k+1, \dots, -1, 0, 1, \dots, k-1, k)$ длины $2k+1$, обеспечивающая получение сглаженной оценки производной. Данное обстоятельство позволяет отказаться от предварительного сглаживания изображения, без которого не работает метод Кенни даже в условиях шумов небольшой интенсивности. Во-вторых, в нем применен алгоритм формирования порогов, обеспечивающий минимизацию числа коротких неинформативных линий в итоговом контурном изображении. Вычислительная сложность рассматриваемого детектора границ в 3 раза ниже, чем в методе Кенни.

На следующем шаге формируем маску для автоматического обнуления коэффициентов прямого ДПФ («вырезания» определенных частот спектра) перед выполнением обратного ДПФ. Для этого выполняем заливку областей внутри выделенных границ окрестностей точек экстремума амплитудного спектра, изображенных на рисунке 4, б. В результате получаем следующую маску (рисунок 5, а). После применения маски, изображенной на рисунке 5, а, к амплитудному спектру, приведенному на рисунке 4, а, получаем график амплитудного спектра с нулевыми значениями коэффициентов $\text{Re}(F_{st})$ и $\text{Im}(F_{st})$ прямого ДПФ в выделенных областях (рисунок 5, б).

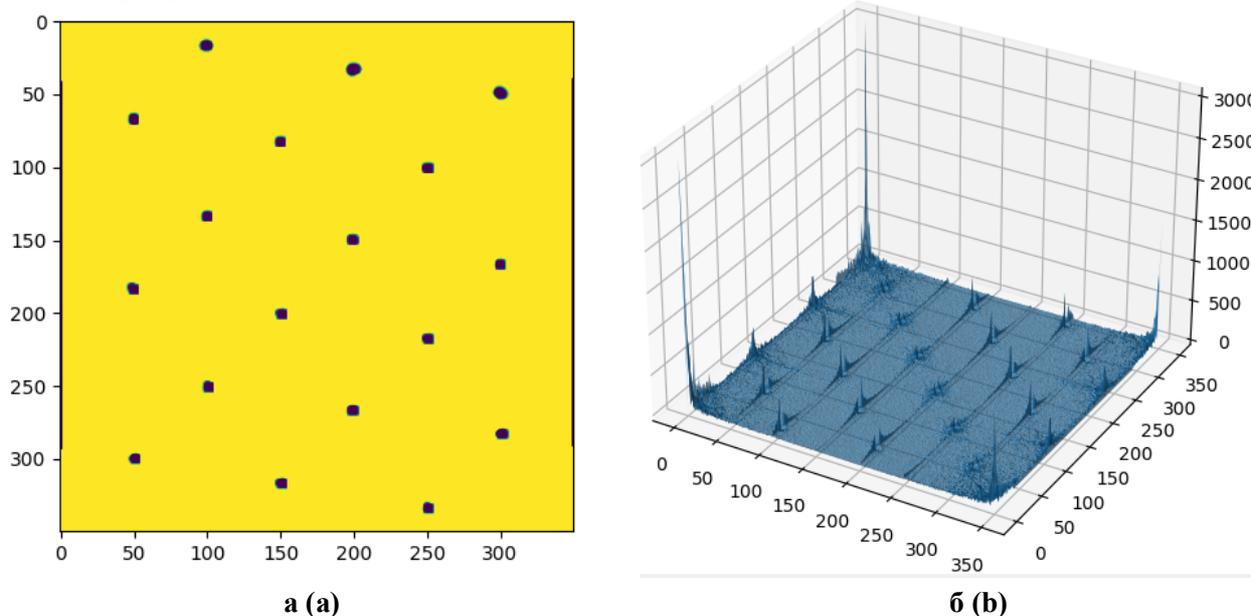
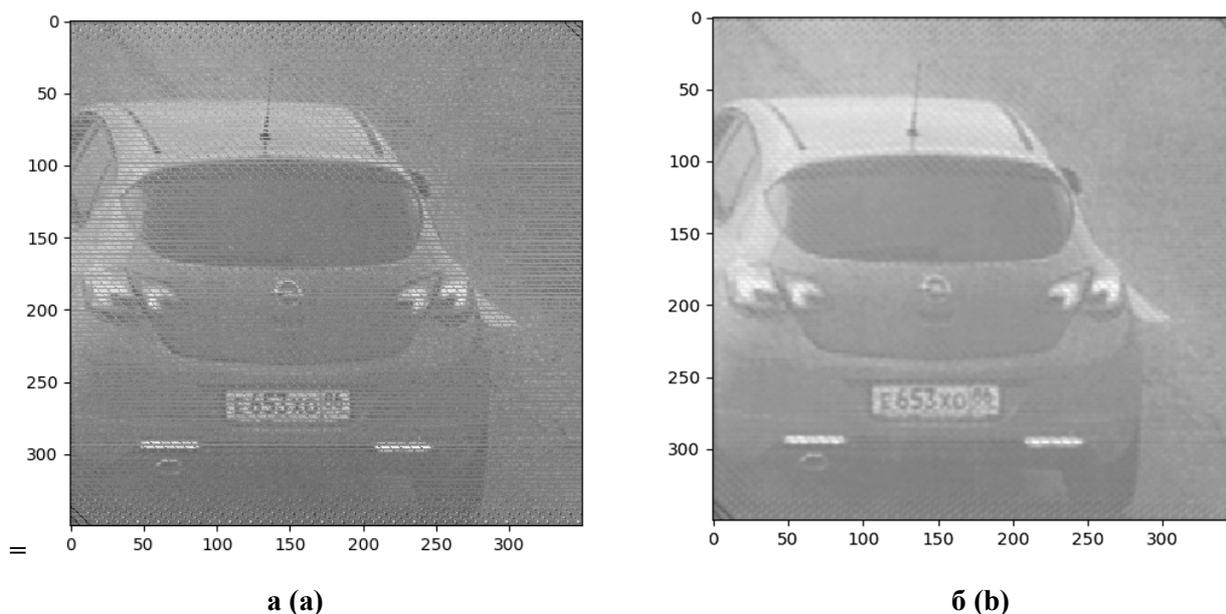


Рисунок 5 – Маска – а, амплитудный спектр с «вырезанными» частотами – б
Figure 5 – Mask – a, amplitude spectrum with «cut out» frequencies – b

На предпоследнем шаге алгоритма применяем обратное преобразование Фурье к прореженному набору коэффициентов $\{\text{Re}(F_{st}), \text{Im}(F_{st})\}$ прямого ДПФ. Результат применения обратного ДПФ приведен на рисунке 6, а. На изображении исчезли периодические помехи, но одновременно изменилась и яркость изображения.



а (a) **б (b)**
Рисунок 6 – Изображения: а – восстановленное, б – улучшенное
Figure 6 – Images: a – restored, b – improved

Для улучшения качества итогового изображения можно применить процедуры дополнительного сглаживания изображения пространственным фильтром с маской небольшого размера. Например, можно выполнить Гауссово размытие с маской размером 3×3 . В данном случае выполнены сглаживание изображения и преобразование гистограммы яркостей для придания изображению большей контрастности. Улучшенное таким образом изображение приведено на рисунке 6, б.

Необходимо отметить, что окрестность точки экстремума амплитудного спектра в рассматриваемой задаче не понимается в смысле математического определения окрестности точки. Ее конфигурация может быть сложнее, чем круг на плоскости. На рисунке 7 приведен фрагмент графика амплитудного спектра с центром в точке локального экстремума. Значения амплитуд в точке экстремума и в ближайших точках «обрезаны». Значения амплитуд в этих точках настолько велики, что без этой процедуры нельзя рассмотреть график амплитудного спектра при меньших его значениях.

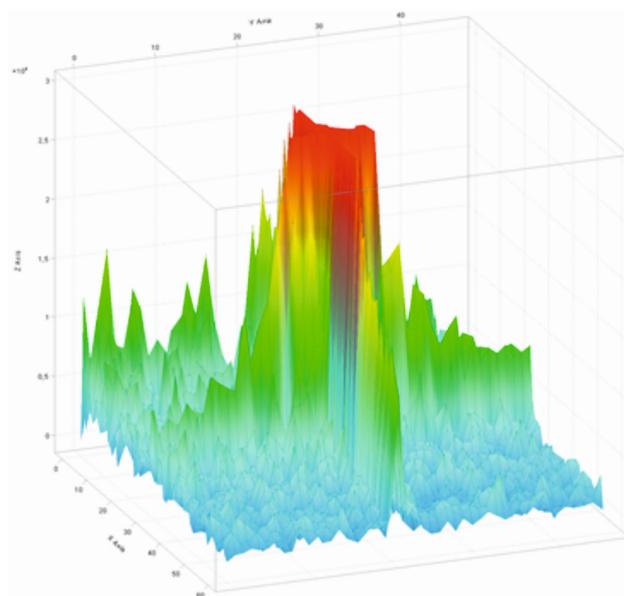


Рисунок 7 – Фрагмент графика амплитудного спектра
Figure 7 – Fragment of amplitude spectrum graph

Значения амплитудного спектра, существенно превышающие значения вне выделенной области, на этом графике (рисунок 7) расположены в основном в двух взаимно перпендикулярных плоскостях. Отмеченная особенность амплитудных спектров в окрестности точек локальных экстремумов объясняет конфигурацию областей, формируемых в таких случаях детектором границ.

В процессе экспериментальных исследований была выполнена большая серия экспериментов, в которых на изображение накладывались помехи одновременно и в виде горизонтальных линий, и линий под углом в -45° а также дополнительно налагался еще и дискретный Гауссов шум различной интенсивности. При этом в некоторых экспериментах периодические помехи были образованы не только смесью горизонтальных и наклонных белых полос, следующих, как и в предыдущем эксперименте, с шагом в 3 пикселя. На эти искажения дополнительно налагались еще горизонтальные полосы, образованные соприкасающимися полуокружностями радиусом в 3 пикселя. Эти полосы налагались с шагом в 7 пикселей. Такой набор периодических помех маловероятен на практике. Данный эксперимент призван показать потенциальные возможности ДПФ в подавлении периодических помех.

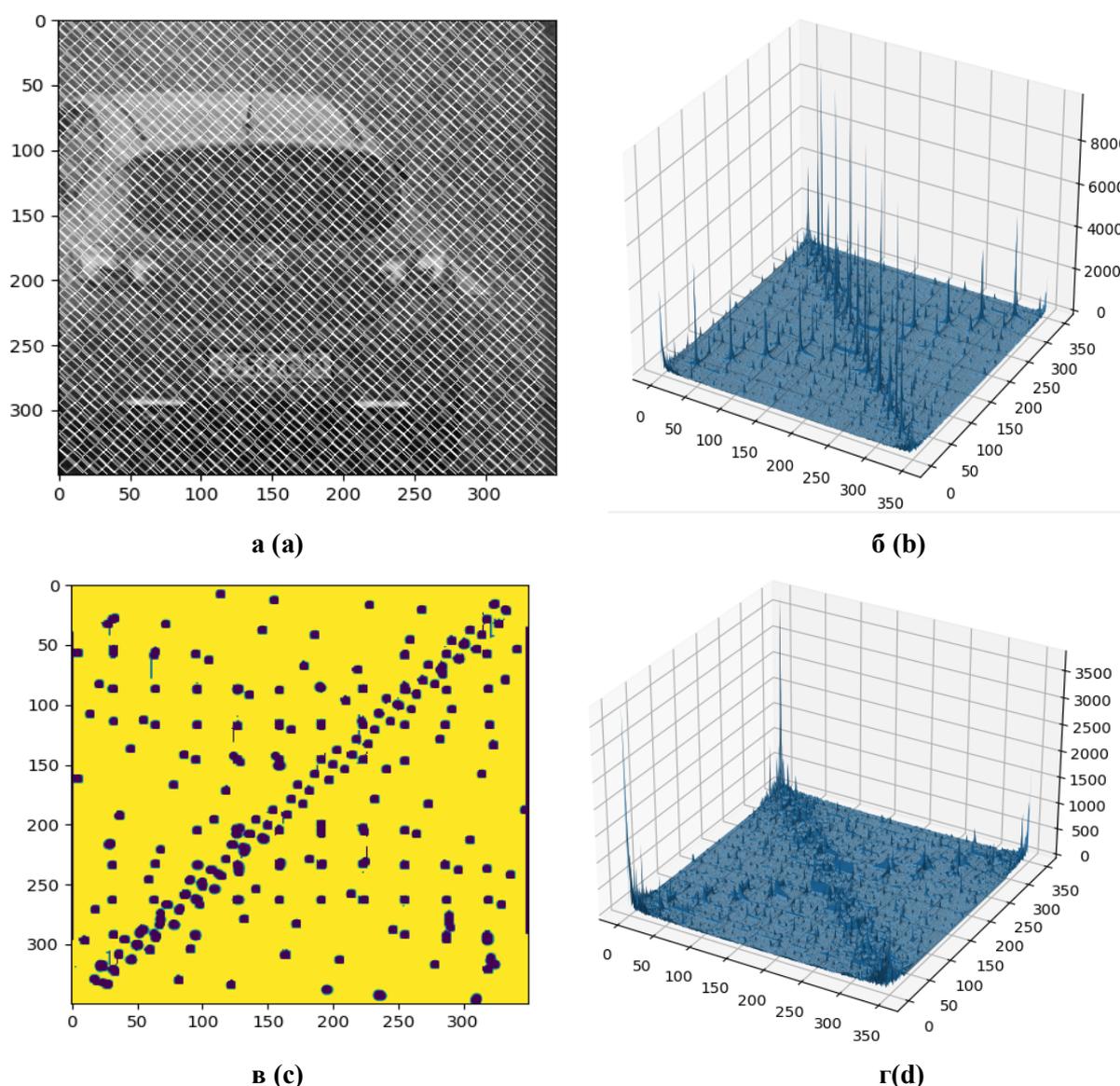


Рисунок 8 – Изображения и графики: а – с периодическими помехами; б – амплитудный спектр; в – сформированная маска; г – амплитудный спектр после наложения маски
Figure 8 – Images and graphs: a – with periodic interference; b – amplitude spectrum; c – formed mask; d – amplitude spectrum after applying the mask

Необходимо отметить, что сочетание помех в виде горизонтальных и наклонных линий более сложной структуры существенно меняет изображение (рисунок 8, а). Проявляется это и на графике амплитудного спектра. Значительно [по сравнению с предыдущим экспериментом (рисунок 4, а)] увеличилось число локальных экстремумов (рисунок 8, б).

Появилось большое число точек экстремума, имеющих малые значения амплитудного спектра в них по сравнению с экстремумами на диагоналях частотного прямоугольника. Несмотря на это, программа детектирования границ выделила окрестности подавляющего числа точек локальных экстремумов амплитудного спектра. Эти окрестности изображены на рисунке 8, в уже в виде областей заливки, образующих маску, которая затем использовалась для обнуления коэффициентов $\text{Re}(F_{st})$ и $\text{Im}(F_{st})$ прямого ДПФ в выделенных областях. График видоизмененного амплитудного спектра после «вырезания» определенных частотных областей приведен на рисунке 8, г.

На рисунке 9 приведено восстановленное изображение. Оно получено в результате применения обратного преобразования Фурье к прореженному набору коэффициентов $\{\text{Re}(F_{st}), \text{Im}(F_{st})\}$ прямого ДПФ. Следует отметить, что в этом эксперименте со сложным набором периодических помех после обработки зашумленного изображения по описанной методике остались определенные артефакты на изображении, свидетельствующие о том, что не были обнаружены некоторые экстремумы амплитудного спектра. Однако существенное улучшение изображения произошло. Читается номер автомобиля и достаточно хорошо видны основные элементы автомобиля. Вместе с тем, очевидно, что требуется определенная доработка алгоритма на этапе формирования областей экстремума амплитудного спектра для «вырезания» соответствующих частотных компонент спектра.

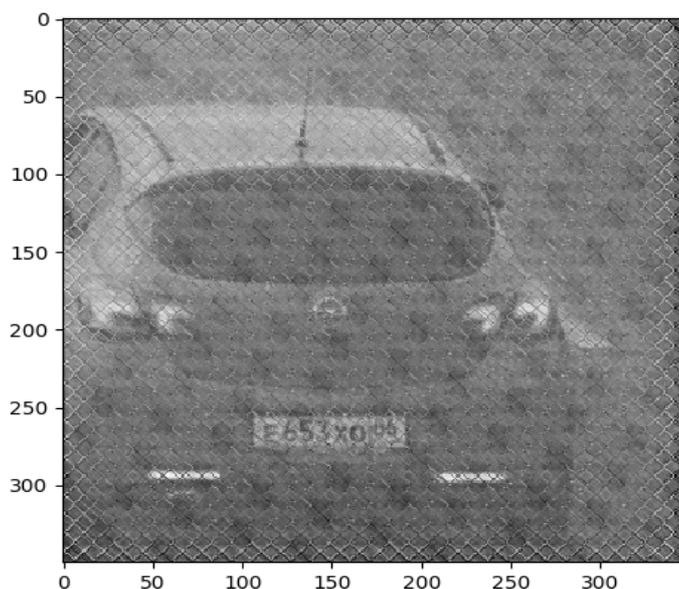


Рисунок 9 – Восстановленное изображение
Figure 9 – Restored image

В экспериментах со смесью периодических помех в виде горизонтальных и наклонных прямолинейных полос, а также еще и дискретного Гауссова шума подтверждена состоятельность предложенной методики подавления помех. К перечисленным ранее шагам алгоритма прибавился еще один шаг – сглаживание восстановленного изображения с помощью линейного фильтра небольшого размера. В экспериментах использовался Гауссов фильтр с масками размеров 3×3 и 5×5 . Исследовались два варианта сглаживания изображения для подавления дискретного белого шума. В первом случае сначала подавлялись периодические помехи с помощью ДПФ, а потом применялся сглаживающий фильтр. Во втором случае последовательность преобразований менялась на противоположную. В обоих случаях финальное восстановленное изображение сравнивалось с исходным незашумленным изображением.

Вычислялись среднеквадратическая ошибка восстановления δ_1 и средняя ошибка из модулей δ_2

$$\delta_1 = \left(\frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (I_{ij} - I_{ij}^{восст})^2}{M \cdot N} \right)^{1/2}, \quad \delta_2 = \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N |I_{ij} - I_{ij}^{восст}|}{M \cdot N}.$$

В таблице приведены оценки ошибок δ_1 и δ_2 в 4-х экспериментах с интенсивностями дискретного Гауссова шума в виде значений среднеквадратических отклонений от 5 до 25 с шагом в 10 единиц. Эксперименты проводились по первому варианту: сначала выполнялось подавление периодических помех, то есть вычислялось прямое ДПФ, выполнялся поиск окрестностей точек экстремума амплитудного спектра и обнуление коэффициентов в этих областях, затем вычислялись оценки ошибок восстановления изображения. На следующем шаге выполнялось сглаживание восстановленного изображения гауссовым фильтром размером 3×3 .

Таблица – Значения ошибок δ_1 и δ_2 восстановления изображений

Table – Error values δ_1 and δ_2 image recovery

СКО дискретного шума σ	Только ДПФ		ДПФ+сглаживание	
	δ_1	δ_2	δ_1	δ_2
0	42,11	37,10	42,01	37,01
5	41,69	36,60	41,38	36,40
15	43,12	37,03	41,10	35,97
25	46,38	38,77	41,30	35,83

В аналогичных экспериментах по второму варианту оценки ошибок δ_1 и δ_2 восстановления изображений незначительно меньше (в среднем на 0,25) по сравнению с приведенными в таблице. Из проведенных экспериментов можно сделать следующий вывод: основной вклад в ошибки восстановления изображения, искаженного смесью периодических помех с высокой частотой следования полос и дискретного Гауссова шума, приходится на периодические помехи. Сглаживание восстановленного изображения улучшает оценки, но незначительно. Поэтому основные усилия при восстановлении изображения, искаженного периодическими помехами, должны быть направлены на качественное обнаружение точек локальных экстремумов амплитудного спектра и формирование окрестностей, в которых будет выполняться обнуление коэффициентов прямого ДПФ.

Заключение

Приведена методика фильтрации периодических помех на изображении с помощью преобразования спектра изображения в частотной области. Предложен способ автоматического обнаружения локальных экстремумов амплитудного спектра и их окрестностей, отвечающих несущим частотам периодических помех. В основе способа лежит идея детектирования границ областей со значениями, заметно отличающимися от фона. В качестве детектора границ используется детектор градиентного типа с низкой вычислительной сложностью, предложенный вместе с описанием реализующей его программы в работах [12, 13].

Экспериментальная проверка метода подтверждает его работоспособность и эффективность.

Библиографический список

1. Гусев В. Ю., Крапивенко А. В. Методика фильтрации периодических помех цифровых изображений // Электронный журнал «Труды МАИ». Вып. № 50. С. 1-12. [Электронный ресурс: [mai.ru>upload/iblock/643...](http://mai.ru/upload/iblock/643...)].

2. **Жиляков Е. Г., Черноморец Ф. Ф.** Оптимальная фильтрация изображений на основе частотных представлений // Вопросы радиоэлектроники. Сер. ЭВТ. 2008. Вып. 1. С. 118-122.
3. **Упакова А. Г.** Алгоритмы фильтрации изображений в квазидвумерных конечных базисах: дисс. на соискание ученой степени кандидата технических наук, 2014 [Электронный ресурс: [mgur.ru>public/files/3905.pdf](http://mgur.ru/public/files/3905.pdf)].
4. **Сойфер В. А., Сергеев В. В., Попов С. Б., Мясников В. В.** Теоретические основы цифровой обработки изображений. Издательство: Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева. 2000. 258 с.
5. **Гонсалес Р., Вудс Р.** Цифровая обработка изображений. М.: Техносфера. 2005. 1072 с.
6. **Лукин А.** Введение в цифровую обработку сигналов. Лаборатория компьютерной графики МГУ, 2007. 54 с.
7. **Доля П. Г.** Математические методы обработки изображений / Харьковский национальный университет, механико-математический факультет, 2013. 33 с. [Электронный ресурс: [geometry.karazin.ua>resources/documents...](http://geometry.karazin.ua/resources/documents...)].
8. **Воропаева Н. В., Новиков С. Я., Федина М. Е.** Дискретное преобразование Фурье в обработке сигналов. Самара: Изд-во «Самарский университет», 2015. 48 с.
9. **Гонсалес Р., Вудс Р., Эддинс С.** Цифровая обработка изображений в среде MATLAB. – М.: Техносфера. 2006. 616 с.
10. Быстрое преобразование Фурье [Электронный ресурс: [kprf.mipt.ru>attachments/article/59/лекция_10_...](http://kprf.mipt.ru/attachments/article/59/лекция_10_...)].
11. Быстрое преобразование Фурье [Электронный ресурс: [simenergy.ru>Цифровая обработка измерений>Преобразование Фурье...](http://simenergy.ru/Цифровая_обработка_измерений/Преобразование_Фурье...)].
12. **Новиков А. И., Пронькин А. В.** Детектор границ градиентного типа для изображений подстилающей поверхности // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2019. № 68. С. 68-76. DOI: 10.21667/1995-4565-2019-68-2-68-76.
13. **Новиков А. И., Пронькин А. В.** Градиентный метод и программа детектирования границ перепада яркостей // Сборник трудов ИТНТ-2020. VI-й международной конференции и молодежной школы «Информационные технологии и нанотехнологии», 26-29 мая, в 4 т. Самара, Самарский университет, 2020. Т. 2: Обработка изображений и дистанционное зондирование Земли. С. 111-119.
14. **Пронькин А. В., Новиков А. И.** Программа детектирования границ перепада яркости на изображениях разных спектральных диапазонов // Свидетельство о регистрации программ для ЭВМ RU 2019 664622 от 11.11.2019. Заявка № 2019 663686.
15. **John Canny.** A Computational Approach to Edge Detection. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. PAMI-8, no. 6, November, 1986, pp. 679-698.

UDC: 004.932: 519.64

FREQUENCY METHOD OF FILTERING PERIODIC INTERFERENCE OF DIGITAL IMAGES

A. I. Novikov, Dr. Sc. (Tech.), associate Professor department of higher mathematics, RSREU, Ryazan, Russia; orcid.org/0000-0002-8166-8234, e-mail: novikovanatoly@yandex.ru

A. V. Pronkin, post-graduate student of the Department of electronic computing machines, RSREU, Ryazan, Russia;

orcid.org/0000-0003-2832-7462, e-mail: antoniopronkin@mail.ru

N. O. Shamin, student RSREU, Ryazan, Russia;

orcid.org/0000-0001-9175-9095, e-mail: nikita.shamin97@gmail.com

The aim of the work is to develop and experimentally test a method for filtering periodic interference of a digital image based on two-dimensional discrete Fourier transform (DFT). Periodic interference in the image in the form of rectilinear bands, or in the form of lines of a more complex structure, but at the same time periodic, corresponds to the local maxima of the amplitude spectrum obtained as a result of performing direct DFT. To filter periodic interference, it is necessary to detect local maxima, reset Fourier coefficients in the vicinity of local maxima and apply inverse DFT to a modified matrix of Fourier coefficients. A simple

method for detecting local maxima on amplitude spectrum and an approximate method for forming regions of zeroing the Fourier coefficients in the vicinity of local maxima are proposed. Studies of the results of filtering periodic interference of various shapes, intensities and, in particular, in conditions of additive discrete white noise have been carried out.

Key words: periodic interference, filtering, discrete Fourier transform, amplitude spectrum, local extremum, estimation of mathematical expectation.

DOI: 10.21667/1995-4565-2021-78-130-141

References

1. **Gusev V. Yu., Krapivenko A. V.** Metodika fil'tracii periodicheskikh pomekh cifrovyykh izobrazhenij. *Elektronnyj zhurnal «Trudy MAI»*, issue no. 50, pp. 1-12. [Electronic resource: mai.ru >upload/iblock/643...]. (in Russian).
2. **Zhilyakov E. G., Chernomorets F. F.** Optimal'naya fil'traciya izobrazhenij na osnove chastotnykh predstavlenij. *Voprosy radioelektroniki. Ser. EVT*. 2008, issue 1, pp. 118-122. (in Russian).
3. **Packakova A. G.** *Algoritmy fil'tracii izobrazhenij v kvazidvumernykh konechnykh bazisah*: diss. na soiskanie uchenoj stepeni kandidata tekhnicheskikh nauk. 2014 [Electronic resource: mgup.ru >public/files/3905.pdf]. (in Russian).
4. **Soyfer V. A., Sergeev V. V., Popov S. B., Myasnikov V. V.** *Teoreticheskie osnovy cifrovoj obrabotki izobrazhenij*. Izdatel'stvo: Samarskij nacional'nyj issledovatel'skij universitet imeni akademika S.P. Koroleva. 2000. 258 p. (in Russian).
5. **Gonzalez R., Woods R.** *Cifrovaya obrabotka izobrazhenij* (Digital image processing). Moscow: Technosphere. 2005. 1072 p. (in Russian).
6. **Lukin A.** *Vvedenie v cifrovuyu obrabotku signalov. Laboratoriya komp'yuternoj grafiki MGU* (Introduction to digital signal processing. Computer Graphics Laboratory of Moscow State University). 2007. 54 p. (in Russian).
7. **Dolya P.G.** *Matematicheskie metody obrabotki izobrazhenij* / Har'kovskij nacional'nyj universitet, mekhaniko-matematicheskij fakul'tet. 2013. 33 p. [Electronic resource: geometry.karazin.ua>resources/documents...]. (in Russian).
8. **Voropaeva N.V., Novikov S. Ya., Fedina M. E.** *Diskretnoe preobrazovanie Fur'e v obrabotke signalov* (Discrete Fourier transform in signal processing). Samara: Publishing house «Samara University», 2015. 48 p. (in Russian).
9. **Gonzalez R., Woods R. Eddins S.** *Cifrovaya obrabotka izobrazhenij v srede MATLAB* (Digital image processing in the MATLAB environment). Moscow: Technosphere. 2006. 616 p. (in Russian).
10. *Bystroe preobrazovanie Fur'e* [Electronic resource: kprf.mipt.ru >attachments/article/59/lecture_10_...]. (in Russian).
11. *Bystroe preobrazovanie Fur'e*. [Electronic resource: simenergy.ru >Digital measurement processing> Fourier transform...]. (in Russian).
12. **Novikov A. I., Pronkin A. V.** Detektor granic gradientnogo tipa dlya izobrazhenij podstilayushchej poverhnosti. *Vestnik Ryazanskogo gosudarstvennogo radiotekhnicheskogo universiteta*. 2019, no. 68, pp. 68-76. DOI: 10.21667/1995-4565-2019-68-2-68-76. (in Russian).
13. **Novikov A. I., Pronkin A. V.** Gradientnyj metod i programma detektirovaniya granic perepada yarkostej. *Sbornik trudov ITNT-2020.VI-j mezhdunarodnoj konferencii i molodezhnoj shkoly «Informacionnye tekhnologii i nanotekhnologii»*, 26-29 maya, v 4 t. Samara, Samarskij universitet. 2020, vol. 2: Obrabotka izobrazhenij i distancionnoe zondirovanie Zemli, pp. 111-119. (in Russian).
14. **Pronkin A. V., Novikov A. I.** *Programma detektirovaniya granic perepada yarkosti na izobrazheniyah raznykh spektral'nykh diapazonov*. Svidetel'stvo o registracii program dlya EVM RU 2019 664622 ot 11.11.2019. Zayavka no. 2019 663686. (in Russian).
15. **John Canny.** A Computational Approach to Edge Detection. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. PAMI-8, no. 6, November, 1986, pp. 679-698.