# РАДИОТЕХНИКА И РАДИОЛОКАЦИЯ

УДК 621.396; 621.391.82

## ОПТИМИЗАЦИЯ СТАТИСТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ КУСОЧНО-СТАЦИОНАРНЫХ РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

**В. Г. Андреев,** д.т.н., профессор кафедры РТС РГРТУ, Рязань, Россия; orcid.org/0000-0003-3059-3532, e-mail: andrejev.v.g@rsreu.ru **В. А. Чан,** аспирант кафедры РТС РГРТУ, Рязань, Россия; orcid.org/0000-0002-6743-0131, e-mail: mrtran1910@gmail.com

Проведена оптимизация математического описания кусочно-стационарных радиотехнических сигналов. Представлены структура алгоритма и предлагаемая методика статистического описания. Целью работы является повышение вычислительной эффективности алгоритмов анализа и точности спектрального оценивания радиотехнических сигналов на фоне кусочно-стационарных помех. Сравниваются качественные показатели предлагаемого модифицированного метода спектрального анализа с обычным методом авторегрессии. Экспериментальные исследования показали, что путём использования предложенного подхода для спектрального оценивания при сопоставлении с известными авторегрессионными методами можно уменьшить в 5,2...7,5 раз невязку между контрольным и оцениваемым спектрами. При проведении сравнительного анализа и определении эффективности с обычной авторегрессионной моделью уменьшение порядка р может быть до 3...5 раз. Подтверждено, что для анализа спектра исследуемых радиотехнических сигналов относительные отклонения ДF оценки доминантной частоты существенно (до 6 раз) уменьшаются путём использования предлагаемого модифицированного метода по сравнению с методом авторегрессии. Выигрыши получаются путём использования априорной информации о меняющейся во времени мощности мешающего процесса.

**Ключевые слова:** кусочно-стационарные помехи, весовой вектор, адаптивный алгоритм, авторегрессионная модель, момент разладки, спектральное оценивание, спектральная плотность мощности.

**DOI:** 10.21667/1995-4565-2022-80-3-11

#### Введение

В настоящее время в различных специализированных областях науки и техники широко используются радиотехнические системы и устройства. Их применения включают цифровую обработку сигналов, медицинскую неинвазивную диагностику, радиолокацию, инерциальную навигацию и многие другие. Все эти сферы объединяет то, что существует необходимость в обработке данных, в частности в проведении анализа спектра сигнала для оценки его параметров. Особый интерес представляют методы спектрального анализа, учитывающие факт изменения параметров мешающего процесса во время наблюдения, к таковым можно отнести алгоритмы спектрального анализа радиосигналов на фоне аддитивных кусочностационарных помех.

Известно [1], что характеристики алгоритмов с использованием коррелограммного метода построения спектральной плотности мощности (СПМ) в традиционных методиках неэффективны при анализе тонкой структуры спектральных портретов. В случае коротких выборок коррелограмма не позволяет получать адекватные спектральные оценки случайного временного ряда из-за его низкого частотного разрешения и узкого диапазона применимости [1].

При воздействии нестационарных шумовых помех (ШП) проблема обнаружения изменений (разладки) свойств случайных процессов, возникающих в неизвестный момент времени, рассмотрена в большом числе работ [2, 3]. Обнаружение разладки играет важную роль в обработке сигналов, позволяет оценить момент изменения свойства процесса и необходимо произвести перерасчет параметров модели или оставить прежние параметры (коэффициенты), когда ещё изменения малы. Исходя из актуальных для целого ряда прикладных областей требований, на практике для решения данной проблемы предлагаются различные методы, например, с использованием теории разладок Колмогорова [2], с помощью метода кумулятивных сумм [3]. Кроме этого, Савченко В.В. построил алгоритм определения момента разладки случайного процесса на основе спектрального оценивания [4], или с помощью алгоритма обнаружения момента изменения времени процесса авторегрессии научной группой Воробейчикова С.Э. [5] и т.д.

Отметим, что в некоторых практических приложениях, связанных, например, с обработкой светолокационной, акустической и медико-биологической информации, фазовыми соотношениями можно пренебречь. Поскольку предполагается, что фазовый спектр не важен, то ниже будет сформулирован критерий качества спектрального оценивания, основанный на сопоставлении спектральных плотностей мощности.

Исходя из вышеуказанных требований, в статье, следуя методике, изложенной в работах [1, 2, 6, 7], решается задача оптимизации математического описания процессов на фоне кусочно-стационарных помех для повышения эффективности спектрального оценивания.

**Целью данной работы** является оптимизация математического описания процессов с возмущениями (кусочно-стационарных сигналов), характерных, например, для световых отражений от неоднородных сред (лидарных отражений), для повышения эффективности спектрального оценивания.

### Теоретическая часть

На практике часто существует априорная информация об изменениях мощности аддитивного мешающего процесса, на фоне которого необходимо осуществлять спектральный анализ радиотехнических сигналов. Может быть известно, например, в задаче медицинской диагностики человека по пульсу [8], что шумовая составляющая анализируемого процесса существенно изменят свою мощность в процессе наблюдения.

Представим серию **X** из T наблюдений  $X_t$  в виде дискретной последовательности **X**=[ $X_0, X_1, ..., X_t, ..., X_{T-1}$ ]<sup>T</sup> ( $^T$  – знак транспонирования), представляющей собой реализацию кусочно-стационарного случайного процесса [2]:

$$X_{t} = \begin{cases} X_{t}^{(1)}, & 0 \le t < \theta, \\ X_{t}^{(2)}, & \theta \le t \le T - 1 \end{cases}$$
или 
$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}^{(1)} \\ --- \\ \mathbf{X}^{(2)} \end{bmatrix},$$
(1)

где  $\theta$  — заранее неизвестный, подлежащий оцениванию момент «разладки» — скачкообразного изменения параметров мешающих воздействий; T — общее число временных отсчётов;  $\mathbf{X}^{(1)} = [X_0^{(1)}, X_1^{(1)}, ..., X_m^{(1)}, ..., X_{\theta-1}^{(1)}]^{\mathrm{T}}, \quad m=0, 1, ..., \theta-1; \quad \mathbf{X}^{(2)} = [X_\theta^{(2)}, X_1^{(2)}, ..., X_n^{(2)}, ..., X_{n-1}^{(2)}]^{\mathrm{T}},$   $n=\theta, \theta+1, ..., T-1$  — реализации двух различных по своим статистическим свойствам процессов (например, с аддитивными некоррелированными шумами со среднеквадратическими отклонениями  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  соответственно). В дальнейшем предполагается, что в реализации  $\mathbf{X}^{(1)}$  воздействия шумов невелики, а в последовательность  $\mathbf{X}^{(2)}$  наблюдений сильно зашумлена, т.е.  $\sigma_1 << \sigma_2$ .

Для эффективного описания информативных признаков процессов необходимо создать адекватную математическую модель обрабатываемых сигналов. В условиях воздействия нестационарных ШП в данной работе для более точного решения задачи спектрального оцени-

вания предлагается модель  $\tilde{\mathbf{X}}$  процесса  $\mathbf{X}$ . При этом, вектор  $\tilde{\mathbf{X}} = [\tilde{X}_0\,,\,\tilde{X}_1\,,\,...,\,\tilde{X}_t\,,...,\,\tilde{X}_{T-1}]^{\mathrm{T}}$  временных отсчётов  $\tilde{X}_t$  предлагаемой модели имеет вид:

$$\tilde{\mathbf{X}} = \mathbf{W}\mathbf{X},\tag{2}$$

где  $\mathbf{W} = \operatorname{diag}(\mathbf{w}) - (T \times T)$ -мерная квадратная матрица с элементами  $w_m$ ,  $w_n$  вектора  $\mathbf{w}$  весовых коэффициентов на главной диагонали,  $\mathbf{w}^T = [w_0, w_1, ..., w_m, ..., w_{\theta-1}; w_{\theta}, w_{\theta+1}, ..., w_n, ..., w_{T-1};];$   $m = 0, 1, ..., \theta - 1;$   $n = \theta, \theta + 1, ..., T - 1;$   $w_m$  — неизменные весовые коэффициенты, например  $w_m = 1;$   $w_n$  — изменяемые (оптимизируемые) в пределах [0; 1] весовые коэффициенты  $w_n \in [0; 1]$ .

Как показали эксперименты, данный подход к созданию модели  $\tilde{\mathbf{X}}$  процесса  $\mathbf{X}$  эффективен в различных прикладных областях (лазерные системы зондирования, локация, медицинская диагностика), если существует необходимость проведения спектрального анализа процесса на фоне нестационарных по мощности аддитивных шумов.

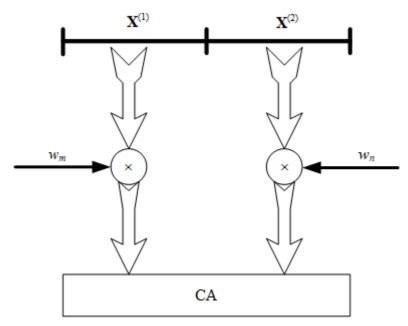
Проиллюстрируем эффективность предлагаемой методики учёта воздействия неоднородных по мощности аддитивных шумов на унимодальные по спектру сигналы при резком изменении отношения сигнал-шум в процессе наблюдения.

Представим модель (2) в развернутой форме:

$$\begin{bmatrix} \tilde{X}_{0} \\ \tilde{X}_{1} \\ \vdots \\ \tilde{X}_{\theta^{-1}} \\ \tilde{X}_{\theta} \\ \vdots \\ \tilde{X}_{T-2} \\ \tilde{X}_{T-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_{0} & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & w_{1} & \ddots & \vdots & \vdots & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & w_{1} & \ddots & \vdots & \vdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & w_{\theta^{-1}} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & w_{\theta} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \vdots & \vdots & \ddots & w_{T-2} & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & w_{T-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{0}^{(1)} \\ X_{1}^{(1)} \\ \vdots \\ X_{\theta^{-1}}^{(2)} \\ X_{\theta^{-1}}^{(2)} \\ \vdots \\ X_{T-2}^{(2)} \\ X_{T-1}^{(2)} \end{bmatrix}.$$

$$(3)$$

Структура схемы спектрального анализа (CA) по предлагаемой методике показана на рисунке 1, на котором знаком  $\times$  обозначено умножение отсчётов  $X_t$  на соответствующие весовые коэффициенты  $w_t$ , где  $t = 0, 1, ..., \theta - 1, \theta, ..., T - 1$ .



Pисунок 1 – Структура схемы спектрального оценивания Figure 1 – Spectral estimation scheme structure

Одной из важных задач при синтезе аппроксимирующего процесса  $\tilde{\mathbf{X}}$  является выбор весовых функций, т.е. компонентов  $w_m$ ,  $w_n$  вектора  $\mathbf{w}$ . Как показали эксперименты, проведённые на массивах цифровых данных, полученных из разных прикладных областей, весовые компоненты  $w_m$  и  $w_n$  вектора  $\mathbf{w}$  могут быть сформированы по следующему правилу:

$$w_m=1, \ w_n = \frac{\max(\mathbf{X}^{(1)})}{\max[-\min(\mathbf{X}^{(2)}), \max(\mathbf{X}^{(2)})]},$$
 (4)

где  $\max(\bullet)$  — оператор, определяющий максимальное значение коэффициентов вектора,  $\min(\bullet)$  — оператор, определяющий минимальное значение коэффициентов вектора.

Величина Е нормированного квадрата длины L-мерного вектора  $\varepsilon$  невязки, используемая в качестве критерия адекватности модели, имеет вид:

$$E = \mathbf{\varepsilon}^{H} \mathbf{\varepsilon} / L, \tag{5}$$

где  $^{\rm H}-$  знак эрмитового сопряжения (транспонирования и комплексного сопряжения);  $\mathbf{\varepsilon}=\mathbf{c}-\mathbf{s}$ , где  $\mathbf{s}-$  спектральные характеристики модели;  $\mathbf{c}-$  спектр, полученный по последовательностям  $\mathbf{X}^{(1)}$  и подвергнутой низкочастотной фильтрации последовательности  $\mathbf{X}^{(2)}$ :

$$\mathbf{c} = \mathbf{F} \begin{bmatrix} \mathbf{X}^{(1)} \\ --- \\ \mathbf{X}_{\Phi}^{(2)} \end{bmatrix}, \tag{6}$$

где  $\mathbf{X}_{\Phi}^{(2)}$  — подвергнутая низкочастотной фильтрации зашумлённая часть  $\mathbf{X}^{(2)}$  последовательности  $\mathbf{X}$ ; компоненты  $F_{k,\,l}$  матрицы  $\mathbf{F}$  дискретного прямого преобразования Фурье вычисляются из соотношения:

$$F_{l,k} = \exp(-i2\pi kl/L), l = 0, 1, ..., L - 1; k = 0, 1, ..., T - 1,$$

где i – мнимая единица, l – текущий частотный отсчёт, L – число спектральный отсчётов.

Как сказано было выше, в некоторых практических приложениях, связанных, например, с медицинской диагностической информацией, биомедицинские сигналы имеют, как правило, маленькие амплитуды и низкие частоты, особенно чувствительные к мешающим воздействиям [8]. Поэтому актуальна задача уменьшения деструктивного воздействия шумов, что учитывается при построении спектра с.

Для наглядного представления критерия (5) представим его в виде:

$$E = (\mathbf{c} - \mathbf{s})^{H} (\mathbf{c} - \mathbf{s}) / L.$$
 (7)

Комплексный частотный спектр **s** получается преобразованием между вектором  $\tilde{\mathbf{X}}$  модели и матрицей **F** комплексного дискретного преобразования Фурье:

$$\mathbf{s} = \mathbf{F}\tilde{\mathbf{X}} = \mathbf{F}\mathbf{W}\mathbf{X}.\tag{8}$$

Учитывая введённые в (6), (8) обозначения, выражение (7) для целевой функции может быть представлено в следующем виде:

$$E(\mathbf{X}) = (\mathbf{c} - \mathbf{FWX})^{\mathrm{H}}(\mathbf{c} - \mathbf{FWX}) / L \rightarrow \min_{\mathbf{X} \in C^L},$$
(9)

где  $C^L$  – комплексное L-мерное пространство.

В случае заданного вектора **w** весов  $w_t$  значимости и экспериментально найденном векторе **c** отсчётов мгновенного комплексного спектра последовательности **X**, зашумленный фрагмент  $\mathbf{X}^{(2)}$  которой подвергнут низкочастотной фильтрации с целью уменьшения влияния аддитивного шума критерий (9) используется для нахождения оптимального значения  $\mathbf{X}_{\text{опт}}$  вектора **X** отсчётов  $X_t$  исходной последовательности.

### Аналитическое решение

Для определения оптимального значения  $X_{\text{опт}}$  вектора X необходимо отыскать глобальный минимум целевой функции (9). Итак, начнем взять первую производную по комплексному вектору X и, приравняв её к T-мерному нулевому вектору-столбцу  $\mathbf{0}$ . В статье определяется искомый оптимальный вектор  $X_{\text{опт}}$  отсчетов последовательности оптимизированной

модели при заданной матрице  $\mathbf{W}$  весов  $w_t$  значимости элементов  $s_t$  вектора  $\mathbf{s}$  её комплексного спектра.

Из этого следует, что можно взять производную по X от функции (9):

$$dE(\mathbf{X}) / d\mathbf{X}^{H} = L^{-1}d[(\mathbf{c} - \mathbf{F}\mathbf{W}\mathbf{X})^{H}(\mathbf{c} - \mathbf{F}\mathbf{W}\mathbf{X})] / d\mathbf{X}^{H} = \mathbf{0}$$

$$\Leftrightarrow d[(\mathbf{c}^{H} - \mathbf{X}^{H}\mathbf{W}^{H}\mathbf{F}^{H})(\mathbf{c} - \mathbf{F}\mathbf{W}\mathbf{X})] / d\mathbf{X}^{H} = \mathbf{0}$$

$$\Leftrightarrow (-\mathbf{W}^{H}\mathbf{F}^{H})(\mathbf{c} - \mathbf{F}\mathbf{W}\mathbf{X}_{our}) = \mathbf{0}$$

$$\Leftrightarrow -\mathbf{W}^{H}\mathbf{F}^{H}\mathbf{c} + \mathbf{W}^{H}\mathbf{F}^{H}\mathbf{F}\mathbf{W}\mathbf{X}_{our} = \mathbf{0}$$

$$\Leftrightarrow \mathbf{X}_{our} = (\mathbf{W}^{H}\mathbf{F}^{H}\mathbf{F}\mathbf{W})^{-1}\mathbf{W}^{H}\mathbf{F}^{H}\mathbf{c},$$
(10)

где ⇔ – знак равносильности математических выражений.

По условию задачи экстремумы целевой функции (10) определяется при положительности матрицы ее вторых производных. Взяв вторую производную по  $\mathbf{X}$  от функции (10), получим:

$$d^{2}E(\mathbf{X})/d\mathbf{X}^{2} = \mathbf{W}^{H}\mathbf{F}^{H}\mathbf{F}\mathbf{W} > 0, \tag{11}$$

т.к. матрица вторых производных представляет собой произведение  $A^HA$  одной и той же матричной величины A, где A=FW [9].

Согласно (11) найденное значение  $\mathbf{X}_{\text{опт}}$  в (10) является оптимальным по критерию (9), т.е. глобальным минимумом целевой функции  $\mathbf{E}(\mathbf{X})$ .

## Результаты статистического моделирования

Для оценивания результатов статистического моделирования в работе были построены спектральные плотности мощности с помощью авторегрессионных параметрических методов [1, 10, 11]. В качестве тестового сигнала были использованы зашумлённые гармонические колебания с единичной амплитудой и частотой 10 Гц при частоте дискретизации 100 отсчетов в секунду.

Для определения момента  $\theta$  разладки используются теория разладок Колмогорова [2, 4].

Результаты оценки СПМ с помощью авторегрессионных параметрических методов при порядке p модели p=5, числе T=100 наблюдений, среднеквадратических отклонениях  $\sigma_1=10^{-3}$  и  $\sigma_2=1$  шума приведены на рисунке 2.

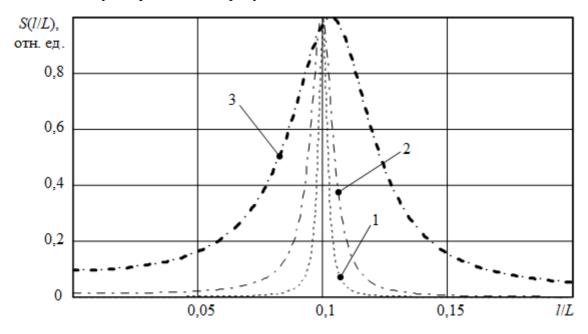


Рисунок 2 – Оценки спектральных характеристик Figure 2 – Estimation of spectral characteristics

На рисунке 2 приведены результаты моделирования, причём S(l/L) — нормированная к своему максимальному значению спектральная характеристика в относительных единицах; l/L — относительная частота, числено равная отношению номера l текущего спектрального отсчёта к общему числу L спектральных отсчётов (L=1000); пунктирная тонкая линия 1 — энергетический контрольный спектр, полученный с помощью AP-модели 20-го порядка по незашумлённому полезному сигналу; штрихпунктирная тонкая кривая 2 — СПМ, полученная на основе предложенного метода с помощью AP-модели (p=5); штрихпунктирная жирная линия 3 — СПМ, полученная с использованием простой AP-модели того же порядка p=5 по последовательности  $\mathbf{X}$  без взвешивания её отсчётов компонентами  $w_m$ ,  $w_n$  вектора  $\mathbf{w}$ .

Как видно из рисунка 2, более близкие к контрольному спектру (пунктирная тонкая кривая 1) результаты дал предлагаемый (штрихпунктирная тонкая линия 2) метод. Предлагаемая модифицированная модель имеет более высокое качество спектральных оценок, чем обычный параметрический AP-метод при воздействии нестационарных по мощности шумовых помех.

### Оценка эффективности

С целью определения эффективности предлагаемого подхода к спектральному анализу сигналов на фоне аддитивных нестационарных по мощности шумов использован критерий нормированного квадрата длины  $E_s$  вектора  $\varepsilon_s$  невязки между векторами отсчетов СПМ:

$$E_s = \mathbf{\varepsilon}_s^T \mathbf{\varepsilon}_s / L$$
, где  $\mathbf{\varepsilon}_s = \tilde{\mathbf{c}} - \tilde{\mathbf{s}}$ , (12)

где  $\tilde{\mathbf{c}}-L$ -мерный вектор СПМ контрольной модели, в качестве которой использован энергетический спектр, полученный с помощью AP-модели большого (p=20) порядка по незашумлённому сигналу;  $\tilde{\mathbf{s}}-L$ -мерный вектор СПМ, полученный соответствующими AP-методами.

В таблице 1 введены результаты сравнения адекватности моделирования с использованием различных подходов.

Таблица 1 – Качество моделирования Table 1–Modeling quality

9 1 1		
Модели		
Длина Т	Обычная	Предлагаемая
выборки Х		
100	0,099	0,019
200	0,083	0,011
300	0,056	$8,236\cdot10^{-3}$

При формировании зависимости величины  $E_s$  от длины T временной выборки моделей, приведенных в таблице 1, принято: p=5, L=1000,  $\sigma_1=10^{-3}$ ,  $\sigma_2=10^{-0.5}$ . Из таблицы 1 видно, что нормированные квадраты длин  $E_s$  векторов  $\varepsilon_s$  невязки для оценки СПМ процесса предлагаемым подходом в широком диапазоне изменений длины T выборки  $\mathbf X$  имеют меньшие значения и, следовательно, высокие адекватности по сравнению с известным методом. Для примера, при T=200 путём использования предлагаемого подхода выигрыши по критерию (12) к оценке спектра существенно достигают 7,5 раз по сравнению с обычным AP-методом.

Проанализируем влияние порядка p на результаты сравнения адекватности моделирования с использованием различных подходов (см. таблицу 2). При формировании зависимости десятичного логарифма величины  $E_s$  от порядка p моделей, приведенных в таблице 2, принято T=100, L=1000,  $\sigma_1=10^{-3}$ ,  $\sigma_2=1$ .

По результатам, представленным в таблице 2, легко увидеть, что предлагаемая модель имеет более высокое качество, чем обычная AP-модель. Компьютерные эксперименты показали, что при проведении сравнительного анализа и определении эффективности по критерию (12) с обычной AP-моделью возможно снижение порядка p до 5 раз при сохранении точности спектрального оценивания. Например, при  $lgE_s = -2,183$  предлагаемая методика

даёт возможность ограничиться порядком p=2 модели, а для обеспечения той же адекватности  $E_s$  спектрального оценивания с помощью обычной AP-модели необходим её порядок p=10.

Таблица 2 – Качество моделировани	S
<b>Table 2 – Modeling quality</b>	

Модели <i>р</i>	Обычная	Предлагаемая
2	-0,723	-2,183
4	-1,422	-2,373
6	-1,574	-2,756
8	-1,669	-3,061
10	-2,166	-3,247

Рассмотрим в качестве иного критерия эффективности относительные отклонения  $\Delta F$  оцененных относительных доминантных частот  $\hat{F}$  от истинных F:

$$\Delta F = \frac{\left| F - \hat{F} \right|}{F} \cdot 100\%. \tag{13}$$

Запишем полученные значения  $\hat{F}$  измеренных относительных доминантных частот для предлагаемого метода —  $F_{\Pi}=0,1$  (см. тонкую штрихпунктирную линию 2 на рисунке 2), а также, полученные для сравнения с предлагаемым методом спектрального анализа, значения, оцененные AP-методом —  $F_a=0,103$  (см. жирную штрихпунктирную линию 3 на рисунке 2). При величине истинной относительной частоты F=0,1 (см. пунктирную линию 1 на рисунке 2) получим, что относительная ошибка  $\Delta F$ , рассчитанная по выражению (13), составляет для предлагаемого метода  $\Delta F_{\Pi}=0$ %, а для обычного авторегрессионного метода  $\Delta F_a=3$ % при одинаковых порядках p=5 моделей.

Проведенный сравнительный анализ методик спектрального оценивания показал, что величины  $\Delta F$  существенно (до 6 раз) уменьшаются при использовании предлагаемого метода по сравнению с обычным AP-методом в условиях воздействия на анализируемый сигнал нестационарного по мощности шума.

На рисунке 3 показано влияние порядка p моделей на относительные отклонения  $\Delta F$ . При получении зависимости относительных отклонений  $\Delta F$  от порядка p моделей, приведенных на рисунке 3, принято T=400, L=1000,  $\sigma_1=10^{-3}$ ,  $\sigma_2=10^{-0.5}$  и F=0.1.

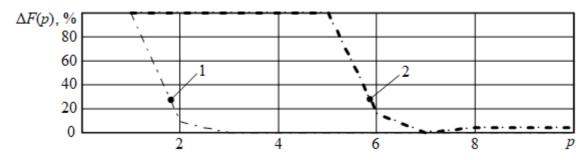


Рисунок 3 — Зависимости относительных отклонених  $\Delta F$  от порядка p моделей Figure 3 — Dependences of relative deviations  $\Delta F$  on the order p of models

На рисунке 3 обозначены: штрихпунктирной тонкой линией 1 — относительные отклонения  $\Delta F$  для предлагаемой модели; штрихпунктирной жирной линией 2 — обычной AP-модели. Анализ эффективности предложенной методики показал, что при сопоставлении по критерию (13) с обычной (известной) AP-моделью (см. рисунок 3) можно уменьшить порядок p до 3-х раз при сохранении точности спектрального оценивания. Например, при  $\Delta F < 10$  % предлагаемая методика допускает использование порядка p = 2, а для обеспечения той же адекватности ( $\Delta F < 10$  %) спектрального оценивания с помощью обычной AP-модели необходим её порядок p = 6.

#### Заключение

Итак, в статье рассматривается и исследуется метод оптимизации математического описания радиосигналов на фоне кусочно-стационарных помех. Проведенные исследования показали, что величины относительной длины  $E_{\rm s}$  вектора  $\varepsilon_{\rm s}$  невязки между контрольным  $\tilde{\mathfrak{c}}$  и модельными  $\tilde{\mathfrak{s}}$  спектрами существенно (от 5,2 до 7,5 раз) уменьшаются по сравнению с известным авторегрессионным методом за счёт использования предложенного подхода при спектральном оценивании. Предлагаемый подход дает возможность сократить порядок p в 3...5 раза модели при сохранении той же эффективности по критерию (12), которая достигается обычным AP-методом. Проведенный сравнительный анализ методик спектрального оценивания показал, что по критерию (13) величины  $\Delta F$  существенно (до 6 раз) уменьшаются путём использования предлагаемого метода по сравнению с обычным AP-методом при сохранении одинаковых порядков p моделей.

#### Библиографический список

- 1. **Марпл-мл. С. Л.** Цифровой спектральный анализ и его приложения: пер. с англ. М.: Мир, 1990, 584 с
- 2. Колмогоров А. Н., Прохоров Ю. В., Ширяев А. Н. Вероятностно-статистические методы обнаружения спонтанно возникающих эффектов // Тр. МИАН. 1988. Т. 182. С. 4-23.
- 3. **Моттль В. В., Мучник И. Б., Яковлев В. Г.** Оптимальная сегментация экспериментальных кривых // Автоматика и телемеханика. 1983. № 8. С. 84-95.
- 4. Савченко В. В. Обнаружение и прогнозирование разладки случайного процесса на основе спектрального оценивания // Автометрия. 1996. № 2. С. 77-84.
- 5. **Воробейчиков С. Э., Кабанова Т. В.** Обнаружение момента разладки процесса авторегрессии первого порядка // Вестник Томского Государственного Университета. 2003. № 280. С. 170-174.
- 6. **Андреев В. Г.** Оптимизация авторегрессионных моделей мешающих радиоотражений // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 2008. Т. 51. № 7. С. 40-47.
- 7. **Кошелев В. И., Андреев В. Г.** Моделирование радиотехнических сигналов с учетом их фазовых портретов // Цифровая обработка сигналов и ее применение DSPA 2008: тез. докл. 10-й Междунар. конференции и выставки. № X-1. М.: Институт проблем управления РАН, 2008. С. 418-420.
- 8. Баевский Р. М., Кириллов О. И., Клецкин С. М. Математический анализ измерений сердечного ритма при стрессе. М.: Наука, 1984. 221 с.
- 9. **Райс** Дж. Р. Матричные вычисления и математическое обеспечение: пер. с англ. О. Б. Арушаняна. М.: Мир, 1984. 264 с.
- 10. **Андреев В. Г., Чан Н. Л.** Параметрический спектральный анализ унимодальных по спектру зашумленных сигналов // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. № 57. 2016. С. 3-8.
- 11. **Андреев В. Г., Кононенко Н. И., Белокуров В. С.** Оптимизация порядка моделирующего авторегрессионного фильтра для исследования систем подавления помех // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2014. № 48. С. 41-45.

UDC 621.396; 621.391.82

## OPTIMIZATION OF STATISTICAL MODELS FOR PIECEWISE-STATIONARY RADIOENGINEERING SIGNALS

V. G. Andrejev, Dr. Sc. (Tech.), full professor, department of Radio engineering systems, RSREU, Ryazan, Russia;

orcid.org/0000-0003-3059-3532, e-mail: andrejev.v.g@rsreu.ru

V. A. Tran, post-graduate student RSREU, Ryazan, Russia;

orcid.org/0000-0002-6743-0131, e-mail: mrtran1910@gmail.com

The optimization of mathematical description for piecewise-stationary radioengineering signals has been carried out. The structure of the algorithm and the proposed method of statistical description are pre-

sented. The aim of the work is to increase the computational efficiency of analysis algorithms, and the accuracy of spectral estimation for radioengineering signals on the background of piecewise-stationary noises. The qualitative indicators of the proposed modified spectral analysis method are compared with the conventional autoregression method. Experimental studies have shown that by using the approach proposed for spectral estimation, when compared with known autoregressive methods, it is possible to reduce the discrepancy between control and estimated spectra by 5,2...7,5 times. When conducting a comparative analysis and determining efficiency with a conventional autoregressive model, a decrease in the order of p can be up to 3...5 times. The authors have been confirmed that analyzing the spectrum of radioengineering signals under study relative deviations  $\Delta F$  of dominant frequency estimate are significantly (up to p times) reduced by using the proposed modified method in comparison with autoregressive method. Winnings are achieved through the use of a priori information about time-varying power of interfering process.

**Key words:** piecewise-stationary noise, weight vector, adaptive algorithm, autoregressive model, moment disorder, spectral estimation, power spectral density.

**DOI:** 10.21667/1995-4565-2022-80-3-11

#### References

- 1. **Marpl-ml. S. L.** *Cifrovoj spektral'nyj analiz i ego prilozheniya* (Digital spectral analysis and its applications): per. s angl. Moscow: Mir, 1990. 584 p. (in Russian).
- 2. **Kolmogorov A. N., Proxorov Yu. V., Shiryaev A. N.** Veroyatnostno-statisticheskie metody obnaruzheniya spontanno voznikayushhix e'ffektov. *Tr. MIAN.* 1988, vol. 182, pp. 4-23 (in Russian).
- 3. **Mottl V. V., Muchnik I. B., Yakovlev V. G.** Optimal'naya segmentaciya eksperimentalnyx krivyx. *Avtomatika i telemexanika*. 1983, vol. 8, pp. 84-95. (in Russian).
- 4. **Savchenko V. V.** Obnaruzhenie i prognozirovanie razladki sluchajnogo processa na osnove spektralnogo ocenivaniya. *Avtometriya*. 1996, vol. 2, pp. 77-84. (in Russian).
- 5. **Vorobejchikov S. E., Kabanova T. V.** Obnaruzhenie momenta razladki processa avtoregressii pervogo poryadka. *Vestnik Tomskogo Gosudarstvennogo Universiteta*. 2003, vol. 280, pp. 170-174. (in Russian).
- 6. **Andreev V. G.** Optimizaciya avtoregressionnyx modelej meshayushhix radiootrazhenij. *Izv. vuzov. Radioelektronika*. 2008, vol. 51, no. 7, pp. 40-47. (in Russian).
- 7. **Koshelev V. I., Andreev V. G.** Modelirovanie radiotehnicheskih signalov s uchetom ih fazovyh portretov. *Cifrovaja obrabotka signalov i ee primenenie* DSPA 2008: tez. dokl. 10 Mezhdunar. konferencii i vystavki. No H-1. M.: Institut problem upravlenija RAN, 2008, pp. 418-420. (in Russian).
- 8. **Baevskij R. M., Kirillov O. I., Kleckin S. M.** Matematicheskij analiz izmerenij serdechnogo ritma pri stresse. Moscow: Nauka, 1984. 221 p. (in Russian).
- 9. **Rajs Dzh. R.** *Matrichnye vychisleniya i matematicheskoe obespechenie* (Matrix calculations and software): per. s angl. O. B. Arushanyana. Moscow: Mir. 1984, 264 p. (in Russian).
- 10. **Andreev V. G., Chan N. L.** Parametricheskij spektral'nyj analiz unimodal'nyx po spektru zashumlennyx signalov. *Vestnik Ryazanskogo gosudarstvennogo radiotexnicheskogo universiteta*. 2016, no 57. pp. 3-8. (in Russian).
- 11. Andreev V. G., Kononenko N. I., Belokurov V. S. Optimizaciya poryadka modeliruyushhego avtoregressionnogo fil'tra dlya issledovaniya sistem podavleniya pomex. *Vestnik Ryazanskogo gosudarstvennogo radiotexnicheskogo universiteta*. 2014, no 48, pp. 41-45. (in Russian).