

РАДИОТЕХНИКА И РАДИОЛОКАЦИЯ

УДК 621.396; 621.391.82

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ КУСОЧНО-СТАЦИОНАРНЫХ РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

В. Г. Андреев, д.т.н., профессор кафедры РТС РГРТУ, Рязань, Россия;

orcid.org/0000-0003-3059-3532, e-mail: andrejev.v.g@rsreu.ru

В. А. Чан, аспирант кафедры РТС РГРТУ, Рязань, Россия;

orcid.org/0000-0002-6743-0131, e-mail: mrtran1910@gmail.com

Предложен и исследован модифицированный метод спектрального анализа процессов при их наблюдении на фоне аддитивных кусочно-стационарных помех. Целью работы является повышение вычислительной эффективности алгоритмов анализа и точности спектрального оценивания радиотехнических сигналов на фоне кусочно-стационарных помех. На основе оценки оптимального значения весового коэффициента w_2 предлагаемый метод даёт возможность учесть искаженные шумами фрагменты кусочно-стационарного случайного процесса для уменьшения влияния нестационарных помех и повышения точности спектральных оценок. Сравниваются качественные показатели предлагаемого модифицированного метода спектрального анализа с обычным методом авторегрессии. Экспериментальные исследования показали, что путём использования предложенного подхода для спектрального оценивания при сопоставлении с известными авторегрессионными методами можно уменьшить в 4,1...6,9 раз невязку между контрольным и оцениваемым спектрами. При проведении сравнительного анализа и определении эффективности с обычной авторегрессионной моделью снижение порядка p может достигать 2...2,5 раз при сохранении той же точности спектральной оценки. Подтверждено, что для анализа спектра исследуемых узкополосных радиотехнических сигналов относительные отклонения ΔF оценки доминантной частоты существенно (до 5 раз) уменьшаются путём использования предлагаемого модифицированного метода по сравнению с методом авторегрессии. Выигрыши достигаются путём использования априорной информации о меняющейся во времени мощности мешающего процесса.

Ключевые слова: кусочно-стационарные помехи, нестационарные шумы, весовой вектор, адаптивный алгоритм, авторегрессионная модель, разладка, спектральное оценивание, спектральная плотность мощности.

DOI: 10.21667/1995-4565-2022-81-3-11

Введение

В настоящее время в различных областях радиотехники предложено и изучено множество методов снижения влияния кусочно-стационарных помех, осложняющих спектральное оценивание радиотехнических сигналов (кусочно-стационарных сигналов). Решение этой задачи позволяет повысить качество спектрального оценивания радиосигналов на фоне аддитивных кусочно-стационарных помех [1]. Метод уменьшения влияния кусочно-стационарных помех применяется в системах обработки и оценивания параметров сигналов в радио-, тепло-, и светолокации, технической и медицинской диагностике [2].

При приёме радиотехнических сигналов характерно мешающее воздействие на них нестационарных шумовых помех (ШП). Вместе с тем обнаружение изменений (разладки) свойств случайных процессов, возникающих в неизвестный момент времени, является одной из важных задач спектрального оценивания при воздействии нестационарных ШП и рассмотрено в большом числе работ [3, 4]. Кроме этого, помехи деструктивно влияют на резуль-

тат спектрального анализа, поэтому борьба с ними является одной из важных задач обработки радиотехнических сигналов. Одним из решений может служить оценивание параметров мешающего процесса, который изменяется во время наблюдения [1], для последующего учёта вносимых мешающим процессом искажений при спектральном анализе.

Оценивание оптимального значения весового коэффициента w_2 позволяет принять во внимание искажения фрагментов сигнала шумами кусочно-стационарного случайного процесса и частично преодолеть деструктивное воздействие нестационарных шумовых помех для повышения качества спектрального оценивания полезной компоненты наблюдаемого процесса.

Как будет показано ниже, путём использования учёта степени влияния мешающего процесса во время наблюдения можно построить более точные оценки спектральной плотности мощности (СПМ), в частности авторегрессионными (АР) подходами [1, 5, 6], и проанализировать полученные результаты с использованием критериев качества спектрального оценивания для уменьшения влияния нестационарных ШП на полезный сигнал. Например, для определения эффективности предлагаемого метода использован критерий среднеквадратических отклонений полученных спектральных оценок \tilde{s} от контрольного спектра \tilde{c} [6, 7].

Целью данной работы является повышение вычислительной эффективности алгоритмов анализа и точности спектрального оценивания радиотехнических сигналов на фоне кусочно-стационарных помех путём оптимизации значения весового коэффициента w_2 для уменьшения влияния помех, меняющих свою мощность в процессе наблюдения.

Теоретическая часть

В данной работе исследована задача учёта факта разладки статистических свойств кусочно-стационарного случайного процесса, а именно его разновидности – составного процесса [3, 8]. Для коротких выборок распространено предположение о стационарности. Однако для более длинных выборок это предположение часто оказывается нереалистичным. Кроме того, многие природные явления не могут быть описаны как стационарные случайные процессы. Поэтому моделирование и анализ стохастических временных рядов при воздействии нестационарных ШП является актуальным и находит своё применение во многих областях, таких как обработка речи, обработка биомедицинских сигналов, при технической диагностике, дистанционном зондировании и т.д.

Представим серию \mathbf{X} из T наблюдений X_t в виде дискретной последовательности $\mathbf{X}=[X_0, X_1, \dots, X_t, \dots, X_{T-1}]^T$ (T – знак транспонирования), представляющей собой реализацию кусочно-стационарного случайного процесса [3]:

$$X_t = \begin{cases} X_t^{(1)}, & 0 \leq t < \theta, \\ X_t^{(2)}, & \theta \leq t \leq T-1 \end{cases} \quad \text{или} \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}^{(1)} \\ \dots \\ \mathbf{X}^{(2)} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где θ – заранее неизвестный, подлежащий оцениванию момент «разладки» – скачкообразного изменения параметров мешающих воздействий; T – общее число временных отсчётов; $\mathbf{X}^{(1)} = [X_0^{(1)}, X_1^{(1)}, \dots, X_m^{(1)}, \dots, X_{\theta-1}^{(1)}]^T$, $m=0, 1, \dots, \theta-1$; $\mathbf{X}^{(2)} = [X_\theta^{(2)}, X_1^{(2)}, \dots, X_n^{(2)}, \dots, X_{T-1}^{(2)}]^T$, $n=\theta, \theta+1, \dots, T-1$ – реализации двух различных по своим статистическим свойствам процессов (например, с аддитивными некоррелированными шумами со среднеквадратическими отклонениями σ_1 и σ_2 соответственно). В дальнейшем предполагается, что в реализации $\mathbf{X}^{(1)}$ воздействия шумов невелики, а последовательность $\mathbf{X}^{(2)}$ наблюдений сильно зашумлена, т.е. $\sigma_1 \ll \sigma_2$.

Для эффективного описания информативных признаков процессов необходимо создать компактную математическую модель обрабатываемых сигналов. В условиях воздействия нестационарных ШП в данной работе для более точного решения задачи спектрального оцени-

вания предлагается модель $\tilde{\mathbf{X}}$ процесса \mathbf{X} . При этом вектор $\tilde{\mathbf{X}} = [\tilde{X}_0, \tilde{X}_1, \dots, \tilde{X}_t, \dots, \tilde{X}_{T-1}]^T$ временных отсчётов \tilde{X}_t предлагаемой модели имеет вид:

$$\tilde{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}^{(1)} \\ \text{---} \\ \mathbf{0}^{(2)} \end{bmatrix} w_1 + \begin{bmatrix} \mathbf{0}^{(1)} \\ \text{---} \\ \mathbf{X}^{(2)} \end{bmatrix} w_2, \quad (2)$$

где $\mathbf{0}^{(1)}$ – θ -мерный нулевой вектор-столбец, $\mathbf{0}^{(2)}$ – $(T-\theta)$ -мерный нулевой вектор-столбец; w_1 – неизменный весовой коэффициент, например $w_1=1$; w_2 – изменяемый (оптимизируемый) в пределах $[0; 1]$ весовой коэффициент, $w_2 \in [0; 1]$.

Для наглядного представления математического описания предлагаемой модели покажем его в развернутом виде:

$$\begin{bmatrix} \tilde{X}_0 \\ \tilde{X}_1 \\ \vdots \\ \tilde{X}_{\theta-1} \\ \tilde{X}_\theta \\ \vdots \\ \tilde{X}_{T-2} \\ \tilde{X}_{T-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_0^{(1)} \\ X_1^{(1)} \\ \vdots \\ X_{\theta-1}^{(1)} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} w_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ X_\theta^{(2)} \\ \vdots \\ X_{T-2}^{(2)} \\ X_{T-1}^{(2)} \end{bmatrix} w_2. \quad (3)$$

Для уменьшения деструктивного воздействия нестационарных шумовых помех на анализируемый процесс оценим оптимальное значение w_2 при заданных (известных) весовом коэффициенте w_1 и моменте разладки θ . Оптимизацию произведём по критерию минимума квадрата длины L -мерного вектора $\boldsymbol{\varepsilon}$ невязки:

$$E = \boldsymbol{\varepsilon}^H \boldsymbol{\varepsilon}, \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{c} - \mathbf{s}, \quad (4)$$

где L – число спектральных отсчётов ($L \geq T$), H – знак эрмитового сопряжения (транспонирования и комплексного сопряжения); \mathbf{c} – спектр, полученный на основе мало зашумлённого θ -мерного фрагмента $\mathbf{X}^{(1)}$ T -мерной последовательности \mathbf{X} , подверженного низкочастотной фильтрации; \mathbf{s} – спектральные характеристики, полученные по последовательности $\tilde{\mathbf{X}}$. Критерий (4) можно представить в следующем наглядном виде:

$$E = (\mathbf{c} - \mathbf{s})^H (\mathbf{c} - \mathbf{s}). \quad (5)$$

Далее опишем выражения для определения векторов \mathbf{s} и \mathbf{c} . Комплексный частотный спектр \mathbf{s} получается перемножением вектора $\tilde{\mathbf{X}}$ и матрицы \mathbf{F} комплексного дискретного преобразования Фурье:

$$\mathbf{s} = \mathbf{F} \tilde{\mathbf{X}} = \mathbf{F} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{X}^{(1)} \\ \text{---} \\ \mathbf{0}^{(2)} \end{bmatrix} w_1 + \begin{bmatrix} \mathbf{0}^{(1)} \\ \text{---} \\ \mathbf{X}^{(2)} \end{bmatrix} w_2 \right) = \mathbf{F} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{X}^{(1)} \\ \text{---} \\ \mathbf{0}^{(2)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0}^{(1)} \\ \text{---} \\ \mathbf{X}^{(2)} \end{bmatrix} w_2 \right), \quad (6)$$

где $w_1 = 1$, компоненты $F_{k,l}$ матрицы \mathbf{F} дискретного прямого преобразования Фурье вычисляются из соотношения:

$$F_{l,k} = \exp(-i2\pi kl/L), \quad k = 0, 1, \dots, T-1; \quad l = 0, 1, \dots, L-1,$$

где l – текущий частотный отсчёт.

Аналогично, вектор \mathbf{c} оптимальных решений получается преобразованием ряда \mathbf{u} матрицей \mathbf{F} :

$$\mathbf{c} = \mathbf{F} \mathbf{u}. \quad (7)$$

Под \mathbf{u} можно подразумевать мало искажённую часть $\mathbf{X}^{(1)}$ процесса \mathbf{X} , подверженного низкочастотной фильтрации, так как предполагается, что $\sigma_1 \ll \sigma_2$.

При учёте введённых в (6), (7) обозначений выражение (5) для целевой функции может быть представлено в следующем виде:

$$E(w_2) = \left[\mathbf{c} - \mathbf{F} \begin{pmatrix} \mathbf{X}^{(1)} \\ \mathbf{0}^{(2)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{0}^{(1)} \\ \mathbf{X}^{(2)} \end{pmatrix} w_2 \right]^H \left[\mathbf{c} - \mathbf{F} \begin{pmatrix} \mathbf{X}^{(1)} \\ \mathbf{0}^{(2)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{0}^{(1)} \\ \mathbf{X}^{(2)} \end{pmatrix} w_2 \right] \rightarrow \min_{w_2 \in [0;1]}. \quad (8)$$

Аналитическое решение

Для определения оптимального значения w_2 необходимо отыскать глобальный минимум целевой функции (8). Возьмем первую производную по w_2 от функции (8):

$$\begin{aligned} dE(w_2)/dw_2 &= \\ &= d \left\{ \left[\mathbf{c} - \mathbf{F} \begin{pmatrix} \mathbf{X}^{(1)} \\ \mathbf{0}^{(2)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{0}^{(1)} \\ \mathbf{X}^{(2)} \end{pmatrix} w_2 \right]^H \left[\mathbf{c} - \mathbf{F} \begin{pmatrix} \mathbf{X}^{(1)} \\ \mathbf{0}^{(2)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{0}^{(1)} \\ \mathbf{X}^{(2)} \end{pmatrix} w_2 \right] \right\} / dw_2 = \\ &= d \left\{ \begin{pmatrix} \mathbf{c}^H - \begin{bmatrix} \mathbf{X}^{(1)} \\ \mathbf{0}^{(2)} \end{bmatrix}^H \mathbf{F}^H - \begin{bmatrix} \mathbf{0}^{(1)} \\ \mathbf{X}^{(2)} \end{bmatrix}^H \mathbf{F}^H w_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{c} - \mathbf{F} \begin{bmatrix} \mathbf{X}^{(1)} \\ \mathbf{0}^{(2)} \end{bmatrix} - \mathbf{F} \begin{bmatrix} \mathbf{0}^{(1)} \\ \mathbf{X}^{(2)} \end{bmatrix} w_2 \end{pmatrix} \right\} / dw_2 = \\ &= \left\{ \begin{pmatrix} \mathbf{0}^{(1)} \\ \mathbf{X}^{(2)} \end{pmatrix}^H \mathbf{F}^H \begin{pmatrix} \mathbf{0}^{(1)} \\ \mathbf{X}^{(2)} \end{pmatrix} \right\} \begin{pmatrix} \mathbf{c} - \mathbf{F} \begin{bmatrix} \mathbf{X}^{(1)} \\ \mathbf{0}^{(2)} \end{bmatrix} - \mathbf{F} \begin{bmatrix} \mathbf{0}^{(1)} \\ \mathbf{X}^{(2)} \end{bmatrix} w_2 \end{pmatrix} \right\} + \\ &+ \left\{ \begin{pmatrix} \mathbf{c}^H - \begin{bmatrix} \mathbf{X}^{(1)} \\ \mathbf{0}^{(2)} \end{bmatrix}^H \mathbf{F}^H - \begin{bmatrix} \mathbf{0}^{(1)} \\ \mathbf{X}^{(2)} \end{bmatrix}^H \mathbf{F}^H w_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\mathbf{F} \begin{bmatrix} \mathbf{0}^{(1)} \\ \mathbf{X}^{(2)} \end{bmatrix} \end{pmatrix} \right\} = \\ &= 2w_2 \left\{ \begin{pmatrix} \mathbf{0}^{(1)} \\ \mathbf{X}^{(2)} \end{pmatrix}^H \mathbf{F}^H \mathbf{F} \begin{pmatrix} \mathbf{0}^{(1)} \\ \mathbf{X}^{(2)} \end{pmatrix} \right\} + 2 \left\{ \begin{pmatrix} \mathbf{0}^{(1)} \\ \mathbf{X}^{(2)} \end{pmatrix}^H \mathbf{F}^H \mathbf{F} \begin{pmatrix} \mathbf{X}^{(1)} \\ \mathbf{0}^{(2)} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \mathbf{0}^{(1)} \\ \mathbf{X}^{(2)} \end{pmatrix}^H \mathbf{F}^H \mathbf{c} \right\}. \end{aligned} \quad (9)$$

Приравняв (9) к нулю, получим оптимальное значение w_2 :

$$w_2 = \left\{ \begin{pmatrix} \mathbf{0}^{(1)} \\ \mathbf{X}^{(2)} \end{pmatrix}^H \mathbf{F}^H \mathbf{F} \begin{pmatrix} \mathbf{0}^{(1)} \\ \mathbf{X}^{(2)} \end{pmatrix} \right\}^{-1} \left\{ \begin{pmatrix} \mathbf{0}^{(1)} \\ \mathbf{X}^{(2)} \end{pmatrix}^H \mathbf{F}^H \mathbf{c} - \begin{pmatrix} \mathbf{0}^{(1)} \\ \mathbf{X}^{(2)} \end{pmatrix}^H \mathbf{F}^H \mathbf{F} \begin{pmatrix} \mathbf{X}^{(1)} \\ \mathbf{0}^{(2)} \end{pmatrix} \right\}. \quad (10)$$

По условию задачи глобальный минимум квадратической целевой функции (10) доказывается положительной определённой матрицы ее вторых производных. Взяв вторую производную по w_2 от функции (10), получим:

$$d^2 E(w_2) / dw_2^2 = 2 \left(\begin{pmatrix} \mathbf{0}^{(1)} \\ \mathbf{X}^{(2)} \end{pmatrix}^H \mathbf{F}^H \mathbf{F} \begin{pmatrix} \mathbf{0}^{(1)} \\ \mathbf{X}^{(2)} \end{pmatrix} \right) > 0, \quad (11)$$

так как. значение вторых производных представляет собой произведение $\mathbf{A}^H \mathbf{A}$ одной и той

же матричной величины \mathbf{A} , где $\mathbf{A} = \mathbf{F} \begin{bmatrix} \mathbf{0}^{(1)} \\ \mathbf{X}^{(2)} \end{bmatrix}$ [9].

Согласно (11) найденное значение w_2 в (10) является оптимальным по критерию (8), т.е. глобальным минимумом целевой функции $E(w_2)$.

Результаты статистического моделирования

Для проведения статистического моделирования в работе были построены спектральные плотности мощности с помощью авторегрессионных параметрических методов [5, 6, 10]. В качестве тестового сигнала были использованы зашумлённые гармонические колебания с единичной амплитудой и истинной относительной частотой $F=0,1$ (см. рисунок 1).

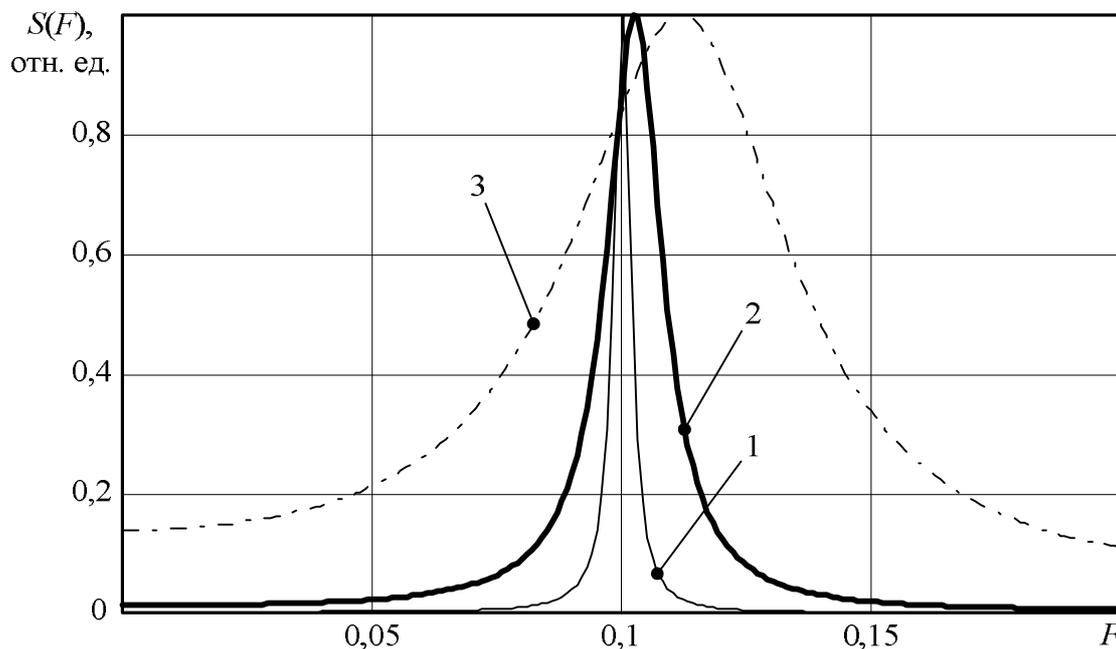


Рисунок 1 – Оценки спектральных характеристик
Figure 1 – Estimation of spectral characteristics

Результаты оценки СПМ с помощью авторегрессионных параметрических методов при порядке модели $p = 4$, числе $T = 100$ наблюдений, числе $L = 1000$ частотных отсчётов, среднеквадратических отклонениях $\sigma_1 = 10^{-2}$ и $\sigma_2 = 1$ шума, моменте разладки $\theta = T/2$ приведены на рисунке 1, причём $S(F)$ – нормированная к своему максимальному значению спектральная плотность мощности в относительных единицах; F – относительная частота, численно равная отношению номера l текущего спектрального отсчёта к общему числу L спектральных отсчётов ($F = l/L$); сплошная тонкая кривая 1 – энергетический контрольный спектр, полученный с помощью АР-модели 20-го порядка по исходному незашумлённому сигналу; сплошная жирная кривая 2 – СПМ, полученная на основе предложенного метода с помощью АР-модели ($p = 4$); штрихпунктирная линия 3 – СПМ, полученная с использованием простой АР-модели того же порядка $p = 4$ по последовательности \mathbf{X} без взвешивания её отсчётов компонентами w_1, w_2 весового вектора \mathbf{w} .

Из анализа рисунка 1 можно видеть, что качество оценивания СПМ у модифицированной модели лучше, чем традиционным параметрическим АР-методом в условиях воздействия на полезный гармонический сигнал нестационарных по мощности шумовых помех.

Оценка эффективности

С целью определения эффективности предлагаемого подхода к спектральному анализу сигналов на фоне аддитивных нестационарных по мощности шумов использован критерий нормированного квадрата длины E_s вектора ϵ_s невязки между векторами отсчетов СПМ:

$$E_s = \epsilon_s^T \epsilon_s / L, \text{ где } \epsilon_s = \tilde{c} - \tilde{s}, \quad (12)$$

где \tilde{c} – L -мерный вектор СПМ контрольной модели, в качестве которой использован энергетический спектр, полученный с помощью АР-модели большого ($p = 20$) порядка по незашумлённому сигналу; \tilde{s} – L -мерный вектор СПМ, полученный соответствующими АР-методами.

Результаты сравнения адекватности моделирования с использованием различных авторегрессионных подходов при разных порядках p АР-моделей приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Качество спектрального оценивания

Table 1 – Quality of spectral estimation

АР-модели p	Обычная	Предлагаемая
2	0,247	0,184
4	0,038	$8,721 \cdot 10^{-3}$
6	0,014	$2,012 \cdot 10^{-3}$
8	0,011	$1,976 \cdot 10^{-3}$
10	$8,926 \cdot 10^{-3}$	$1,842 \cdot 10^{-3}$

При формировании зависимости величины E_s от порядка p моделей, приведенных в таблице 1, принято: $T = 100$, $L = 1000$, $\sigma_1 = 10^{-3}$, $\sigma_2 = 1$, $\theta = T/2$. Компьютерные эксперименты, результаты которых приведены в таблице 1, показали, что нормированные квадраты длин E_s векторов ϵ_s невязки для оценки СПМ процесса предложенным подходом в широком диапазоне изменений порядка p имеют меньшие значения и, следовательно, более высокое качество по сравнению с известным авторегрессионным методом. Так, например, при $p = 6$ путём использования предложенного подхода выигрыши по критерию (12) в оценке спектра достигают 6,96 раз по сравнению с обычным АР-методом. При достижении той же эффективности, что и у обычной АР-модели, предложенный алгоритм спектрального оценивания даёт возможность снизить порядок p в 2,5 раза при сохранении качества спектральных оценок. Например, при $E_s = 8,721 \cdot 10^{-3}$ предложенная методика допускает использование порядка $p = 4$, а для обеспечения той же адекватности E_s спектрального оценивания с помощью обычной АР-модели необходим её порядок $p = 10$.

Проанализируем влияние длины T временной выборки моделей на качество спектрального оценивания (см. таблицу 2). При формировании зависимости величины E_s от длины T временной выборки, приведенных в таблице 2, принято $p = 4$, $L = 1000$, $\sigma_1 = 10^{-2}$, $\sigma_2 = 1$, $\theta = T/2$.

Таблица 2 – Качество спектрального оценивания

Table 2 – Quality of spectral estimation

Длина T выборки X	АР-модели	Обычная	Предлагаемая
100		0,105	0,029
200		0,077	0,014
300		0,036	0,011

На основании анализа полученных экспериментальных данных (см. таблицу 2) предлагаемая модель имеет более высокое качество спектральных оценок, чем обычная АР-модель. Так, например, при $T = 200$ путём использования предлагаемого подхода выигрыши по критерию (12) к оценке спектра достигают 5,5 раз по сравнению с обычным АР-методом.

Рассмотрим в качестве иного критерия эффективности относительные отклонения ΔF оцененных относительных доминантных частот \hat{F} от истинной относительной частоты F гармонического полезного сигнала:

$$\Delta F = \frac{|F - \hat{F}|}{F} \cdot 100\%. \quad (13)$$

Приведём полученные значения \hat{F} измеренных относительных доминантных частот для предлагаемого метода – $F_n = 0,102$ (см. жирную сплошную линию 2 на рисунке 1), а также полученные для сравнения с предлагаемым методом спектрального анализа значения, оцененные обычным АР-методом, – $F_a = 0,111$ (см. штрихпунктирную линию 3 на рисунке 1). При величине истинной относительной частоты $F = 0,1$ (см. тонкую сплошную линию 1 на рисунке 1) получим, что относительная ошибка ΔF , рассчитанная по выражению (13) составляет для предлагаемого метода $\Delta F_n = 2\%$, а для обычного авторегрессионного метода $\Delta F_a = 11\%$ при одинаковых порядках $p = 4$ моделей.

Проведенный сравнительный анализ методик спектрального оценивания показал, что величины ΔF существенно (до 5 раз) уменьшаются путём использования предлагаемого метода по сравнению с обычным АР-подходом.

Проанализируем влияние порядка p моделей на относительные отклонения ΔF с использованием различных методов (см. таблицу 3). При формировании зависимости относительных отклонений ΔF от порядка p моделей, приведенных в таблице 3, принято $T=200$, $L=1000$, $\sigma_1 = 10^{-3}$, $\sigma_2 = 1$, $\theta = T/2$ и $F = 0,1$.

Таблица 3 – Качество спектрального оценивания
Table 3 – Quality of spectral estimation

p \ АР-модели	Обычная	Предлагаемая
2	100	6
4	9	1
6	2	0
8	1	0
10	1	0

При проведении сравнительного анализа и определении эффективности по критерию (13) с обычной (известной) АР-моделью (см. таблицу 3) можно сделать вывод о том, что имеется возможность снизить порядок p до 2-х раз при сохранении той же точности спектрального оценивания. Например, при $\Delta F < 10\%$ предлагаемая методика позволяет использовать порядок $p = 2$, а для обеспечения той же адекватности ($\Delta F < 10\%$) спектрального оценивания с помощью обычной АР-модели необходим её порядок $p = 4$. Двукратное снижение порядка существенно уменьшает вычислительные затраты на реализацию алгоритмов спектрального оценивания. Выигрыши в вычислительных затратах при использовании для обращения автокорреляционных матриц при решении уравнения Юла – Уолкера быстрыми рекуррентными процедурами Левинсона – Дербина [5] достигают 4-х раз при снижении порядка p с 4-го до 2-го, а при использовании метода исключения Гаусса выигрыши составят величину до 8 раз.

Заключение

Таким образом, в статье рассматривается и исследуется метод спектрального анализа сигналов, поступающих на фоне аддитивных кусочно-стационарных помех. Фактически, анализируемый сигнал является составным. Одна из его частей (в статье условно принята первая половина $\mathbf{X}^{(1)}$ отсчётов вектора \mathbf{X}) принята с малыми зашумлениями (среднеквадратическое отклонение $\sigma_1 < 10^{-2}$), а вторая часть сигнала подвержена влиянию сильных (среднеквадратическое отклонение $\sigma_2 = 1$) аддитивных шумов, при этом амплитуда неискажённого гармонического полезного сигнала является единичной. Эффективность предложенной ме-

тодики спектрального анализа нестационарного с точки зрения мощности аддитивного шума полезного гармонического сигнала доказана экспериментально путём компьютерного моделирования. При этом эксперименты показали, что величины относительной длины E_s вектора ϵ_s невязки между контрольным \tilde{c} и модельным \tilde{s} спектрами существенно (от 4,1 до 6,9 раз) уменьшаются по сравнению с известным авторегрессионным методом за счёт использования предложенного подхода при спектральном оценивании. Предлагаемый метод дает возможность сократить порядок p модели в 2...2,5 раза при сохранении той же эффективности по критерию (12), которая достигается обычным АР-методом. Проведенный сравнительный анализ методик спектрального оценивания показал, что величины ΔF существенно (до 5 раз) уменьшаются путём использования предлагаемого метода по сравнению с обычным АР-методом по критерию (13) при сохранении одинаковых порядков p моделей. Предлагаемая методика спектрального оценивания может быть эффективно использована для анализа радиотехнических сигналов в различных прикладных областях, для которых характерно резкое изменение уровня аддитивных шумов в ходе наблюдения, что делает анализируемый процесс составным.

Библиографический список

1. **Андреев В. Г., Чан Н. Л.** Параметрический спектральный анализ унимодальных по спектру зашумленных сигналов // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2016. № 57. С. 3-8.
2. **Баевский Р. М., Кириллов О. И., Клецкин С. М.** Математический анализ измерений сердечного ритма при стрессе. М.: Наука, 1984. 221 с.
3. **Колмогоров А. Н., Прохоров Ю. В., Ширяев А. Н.** Вероятностно-статистические методы обнаружения спонтанно возникающих эффектов. Тр. МИАН, 1988. Т. 182. С. 4-23.
4. **Воробейчиков С. Э., Кабанова Т. В.** Обнаружение момента разладки процесса авторегрессии первого порядка. Вестник Томского Государственного университета. 2003. № 280. С. 170-174.
5. **Марпл-мл. С. Л.** Цифровой спектральный анализ и его приложения: пер. с англ. М.: Мир, 1990. 584 с.
6. **Андреев В. Г.** Оптимизация авторегрессионных моделей мешающих радиоотражений. Изв. вузов. Радиоэлектроника. 2008. Т. 51. № 7. С. 40-47.
7. **Андреев В. Г.** Метод построения моделей сигналов с заданными амплитудно-фазовыми портретами // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2010. № 31. С. 12-15.
8. **Боровков А. А.** Оценки момента разладки по большим выборкам при неизвестных распределениях. Теория вероятностей и ее применения. 2008. Т. 53. Выпуск 3. С. 437-457.
9. **Райс Дж. Р.** Матричные вычисления и математическое обеспечение: пер. с англ. О. Б. Арушаняна. М.: Мир, 1984. 264 с.
10. **Андреев В. Г., Кононенко Н. И., Белокуров В. С.** Оптимизация порядка моделирующего авторегрессионного фильтра для исследования систем подавления помех // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2014. № 48. С. 41-45.

UDC 621.396; 621.391.82

PARAMETRIC SPECTRAL ANALYSIS OF PIECEWISE-STATIONARY RADIOENGINEERING SIGNALS

V. G. Andrejev, Dr. Sc. (Tech.), full professor, the department of Radioengineering systems, RSREU, Ryazan, Russia;

orcid.org/0000-0003-3059-3532; e-mail: andrejev.v.g@rsreu.ru

V. A. Tran, post graduate student RSREU, Ryazan, Russia;

orcid.org/0000-0002-6743-0131, e-mail: mrtran1910@gmail.com

*We proposed and investigated a method for the spectral analysis of processes when they are observed on the background of additive piecewise-stationary noise. **The aim of the work** is to increase computational efficiency of analysis algorithms and the accuracy of radio engineering signal spectral estimation on the background of piecewise-stationary noises. Based on the estimation of weight coefficient w_2 optimal value the method proposed makes it possible to take into account fragments of a piecewise-stationary random process distorted by noise in order to reduce the influence of non-stationary noise and improve the accuracy of spectral estimates. The qualitative indicators of modified spectral analysis method proposed are compared with conventional autoregression method. Experimental studies have shown that the method proposed makes it possible to reduce the discrepancy between control and estimated spectra by 4.1...6.9 times in comparison with the known methods of spectral analysis, in particular with the autoregressive method. When comparing efficiency with conventional autoregressive model, the decrease in the order of p can reach 2...2.5 times. It is confirmed that to analyze the spectrum of narrowband radioengineering signals studied, relative deviations ΔF of the estimate of dominant frequency are significantly (up to 5 times) reduced by using the proposed modified method in comparison with autoregressive method. Winnings are achieved through the use of a priori information about time-varying power of interfering process.*

Key words: piecewise-stationary noise, non-stationary noise, weight vector, adaptive algorithm, autoregressive model, change-point, spectral estimation, power spectral density.

DOI: 10.21667/1995-4565-2022-81-3-11

References

1. **Andreev V. G., Chan N. L.** Parametricheskij spektral'nyj analiz unimodal'nyx po spektru zashumlennyx signalov. *Vestnik Ryazanskogo gosudarstvennogo radiotexnicheskogo universiteta*. 2016, no 57, pp. 3-8. (in Russian).
2. **Baevskij R. M., Kirillov O. I., Kleckin S. M.** Matematicheskij analiz izmerenij serdechnogo ritma pri stresse. Moscow: Nauka. 1984, 221 p. (in Russian).
3. **Kolmogorov A. N., Proxorov Yu. V., Shiryaev A. N.** Veroyatnostno-statisticheskie metody obnaruzheniya spontanno vznikayushhix e'ffektov. *Tr. MIAN*. 1988, vol. 182, pp. 4-23 (in Russian).
4. **Vorobejchikov S. E., Kabanova T. V.** Obnaruzhenie momenta razladki processa avtoregressii pervogo poryadka. *Vestnik Tomskogo Gosudarstvennogo Universiteta*. 2003, vol. 280, pp. 170-174 (in Russian).
5. **Marpl-mi. S. L.** *Cifrovoj spektral'nyj analiz i ego prilozheniya* (Digital spectral analysis and its applications): per. s angl. Moscow: Mir. 1990, 584 p. (in Russian).
6. **Andreev V. G.** Optimizaciya avtoregressionnyx modelej meshayushhix radiootrazhenij. *Izv. vuzov. Radioelektronika*. 2008, vol. 51, no. 7, pp. 40-47. (in Russian).
7. **Andreev V. G.** Metod postroeniya modelej signalov s zadannymi amplitudno-fazovymi portretami. *Vestnik Ryazanskogo gosudarstvennogo radiotexnicheskogo universiteta*. 2010, no. 31, pp. 12-15. (in Russian).
8. **Borovkov A.A.** Ocenki momenta razladki po bol'shim vyborkam pri neizvestnykh raspredelenijakh // *Teorija veroyatnostej i ee primeneniya*. 2008, vol. 53, Vypusk 3, pp. 437-457. (in Russian).
9. **Rajs Dzh. R.** *Matrichnye vychisleniya i matematicheskoe obespechenie* (Matrix calculations and software): per. s angl. O. B. Arushanyana. Moscow: Mir. 1984, 264 p. (in Russian).
10. **Andreev V.G., Kononenko N.I., Belokurov V.S.** Optimizaciya poryadka modeliruyushhego avtoregressionnogo fil'tra dlya issledovaniya sistem podavleniya pomex. *Vestnik Ryazanskogo gosudarstvennogo radiotexnicheskogo universiteta*. 2014, no. 48, pp. 41-45. (in Russian).