

РАДИОТЕХНИКА, РАДИОЛОКАЦИЯ И СИСТЕМЫ СВЯЗИ

УДК 621.396; 621.391.82; 621.37:51-74

**ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ
КУСОЧНО-СТАЦИОНАРНЫХ РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ
С ИЗМЕНЯЮЩИМИСЯ КОРРЕЛЯЦИОННЫМИ СВОЙСТВАМИ****В. Г. Андреев**, д.т.н., профессор кафедры РТС РГРТУ, Рязань, Россия;

orcid.org/0000-0003-3059-3532, e-mail: andrejev.v.g@rsreu.ru

В. А. Чан, аспирант кафедры РТС РГРТУ, Рязань, Россия;

orcid.org/0000-0002-6743-0131, e-mail: mrtran1910@gmail.com

Предложен и исследован модифицированный метод спектрального анализа кусочно-стационарных процессов для учёта влияния изменяющейся мощности аддитивного шума на корреляционные матрицы. Целью работы является повышение вычислительной эффективности алгоритмов анализа и точности спектрального оценивания радиотехнических сигналов на фоне кусочно-стационарных помех. При оценке оптимального значения весового коэффициента β , определяющего доли β и $(1-\beta)$ процессов с различными статистическими свойствами, предлагаемый метод позволяет уменьшить влияние нестационарных помех и повысить точность спектральных оценок путём учёта искажённых шумами автокорреляционных свойств кусочно-стационарных случайных процессов. Сравниваются качественные показатели предлагаемого модифицированного метода спектрального анализа с обычным параметрическим методом авторегрессии. Экспериментальные исследования показали, что при использовании предложенного подхода для спектрального оценивания при сопоставлении с известными авторегрессионными методами имеется возможность уменьшить в 3,1...5,5 раз невязку между контрольным и оцениваемым спектрами. При проведении сопоставления с обычной авторегрессионной моделью уменьшение порядка p может достигать 2...3 раз в случае сохранения одинаковой точности спектрального оценивания. Подтверждено, что предлагаемый модифицированный метод для анализа спектра исследуемых узкополосных радиотехнических сигналов позволяет уменьшить относительные отклонения ΔF оценки доминантной частоты до 5 раз по сравнению с методом авторегрессии. Выигрыши в точности спектрального оценивания достигаются за счёт учёта изменений автокорреляционных свойств анализируемого сигнала из-за воздействия на него кусочно-стационарных помех, мощность которых меняется во время наблюдения.

Ключевые слова: кусочно-стационарные помехи, нестационарные шумы, весовой коэффициент, адаптивный алгоритм, авторегрессионная модель, разладка, спектральное оценивание, спектральная плотность мощности.

DOI: 10.21667/1995-4565-2023-83-3-12

Введение

За последние несколько десятилетий было проведено много исследований по обнаружению факта изменения статистических свойств случайного процесса (момента разладки) [1, 2], а также о характере данных до и после выявленного изменения. Проблема выявления момента разладки, представленная в контексте контроля качества оценивания статистических параметров случайного процесса, актуальна в различных прикладных областях статистической теории радиотехники, в которых предположение о стационарности стохастического процесса не представляется обоснованным. В частности, если необходимо производить спектральное оценивание процесса на фоне нестационарного шума, то классические методы спектрального анализа, например, параметрические авторегрессионные (АР) подходы не да-

ют возможность получить удовлетворительные результаты, так как при этом предполагается неизменность статистических свойств анализируемой случайной последовательности наблюдений. Обычно её разбивают на кусочно-стационарные участки, производя спектральный анализ по каждому из них в отдельности [3]. Подобный подход, как показали экспериментальные исследования, не всегда эффективен, так как он предполагает уменьшение объёма временной выборки, что негативно сказывается на оценке спектра, пропорционально уменьшая спектральное разрешение, даже если используются параметрические АР-методы, ориентированные на выделение «пиков» спектра [3].

В настоящее время АР спектральное оценивание стационарных случайных процессов хорошо исследовано и изложено в большом числе работ [3, 4], но ряд сигналов, встречающихся на практике, подвержены воздействию нестационарных шумовых помех (ШП), которые негативно влияют на эффективность предполагающих неизменность статистических свойств методов. Кроме того, в основном все сигналы реального мира или, по крайней мере, все сигналы, представляющие практический интерес, в той или иной степени отклоняются от стационарности; это является, например, следствием того факта, что физические системы, генерирующие анализируемые данные, изменяют свои характеристики с течением времени. Данный факт обосновывает растущий интерес к анализу нестационарных сигналов с изменяющимися во времени параметрами, что приводит к необходимости коррекции методик АР-оценок спектра и АР-моделей, например при анализе речи из-за изменения параметров голосового тракта, а также при медицинской диагностике в силу вариаций показателей человеческого организма во время наблюдения, в частности при холтеровском мониторинге [5].

В реальных радиотехнических устройствах, принимающих и обрабатывающих сигналы, помимо собственных источников шума существуют внешние источники мешающих процессов. Эти источники способны значительно повлиять на конечный результат спектрального анализа, поэтому борьба с подобными мешающими процессами является одной из важных задач обработки радиотехнических сигналов. Например, при приёме радиотехнических сигналов характерно мешающее воздействие на них нестационарных ШП. Одним из решений может служить оценивание влияния изменяющейся мощности аддитивного шума на корреляционные матрицы для последующего учёта вносимых мешающими процессами искажений при спектральном анализе.

Как будет показано ниже, разработанный в данной статье адаптивный алгоритм, основанный на оценивании оптимального значения весового коэффициента β , позволяет внести поправки в оценки коэффициентов автокорреляции составного процесса и частично преодолеть деструктивное воздействие нестационарных шумовых помех на автокорреляционные свойства анализируемого радиотехнического сигнала для повышения качества его спектрального оценивания, в частности АР-методами [3, 6, 7]. Изучение и построение адаптивных алгоритмов обработки радиотехнических сигналов на фоне аддитивных кусочно-стационарных помех имеет большое практическое значение, позволяет уменьшить влияние шума, повысить эффективность анализа спектров сигналов в различных сферах, таких как моделирование речи [8, 9], медицинская диагностика (анализ электроэнцефалограмм, кардиоинтервалограмм), астрономия и пр. [10].

Отметим, что путём учёта степени влияния аддитивного шума на автокорреляционные свойства составного процесса можно построить более точные оценки его спектральной плотности мощности (СПМ) и проанализировать полученные результаты с использованием различных критериев качества спектрального оценивания для уменьшения влияния нестационарных ШП на полезный сигнал.

Целью данной работы является повышение вычислительной эффективности алгоритмов спектрального анализа и точности спектрального оценивания радиотехнических сигналов на фоне кусочно-стационарных помех путём оптимизации значения весового коэффициента β , используемого для коррекции оценок коэффициентов автокорреляции анализируемого процесса.

Теоретическая часть

Проблематика анализа нестационарных процессов, предполагающих наличие разладок в ходе наблюдений, была предметом интенсивных исследований в течение последних 50-ти лет и нашла отражение во многих областях. Обобщение полученных за столь длительный срок научных результатов представляется отдельным исследованием. Поэтому ограничимся в данной работе лишь учётом факта однократной разладки статистических свойств кусочно-стационарного случайного процесса, а именно его разновидности – составного процесса [11], который охарактеризуем двумя локально-стационарными участками, разделёнными разладкой – моментом резкого изменения статистических свойств.

Последовательность $\mathbf{X} = [X_0, X_1, \dots, X_t, \dots, X_{T-1}]^T$ (T – знак транспонирования), состоящая из T наблюдений X_t , может быть представлена в виде кусочно-стационарного случайного процесса, который представлен двумя квазистационарными участками (фрагментами) [12]:

$$X_t = \begin{cases} X_t^{(1)}, & 0 \leq t < \theta, \\ X_t^{(2)}, & \theta \leq t \leq T-1, \end{cases} \quad \text{или } \mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}^{(1)} \\ \text{---} \\ \mathbf{X}^{(2)} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где θ – подлежащий оцениванию момент «разладки», под которой подразумевается резкое (скачкообразное) изменение параметров мешающих воздействий; T – длительность всего наблюдения (общее число временных отсчётов X_t сигнала \mathbf{X}); $\mathbf{X}^{(1)} = [X_0^{(1)}, X_1^{(1)}, \dots, X_m^{(1)}, \dots, X_{\theta-1}^{(1)}]^T$, $m = 0, 1, \dots, \theta-1$; $\mathbf{X}^{(2)} = [X_\theta^{(2)}, X_1^{(2)}, \dots, X_n^{(2)}, \dots, X_{T-1}^{(2)}]^T$, $n = \theta, \theta+1, \dots, T-1$ – реализации двух отличающихся по своей статистике процессов (например, с аддитивными некоррелированными шумами со среднеквадратическими отклонениями σ_1 и σ_2 соответственно). В дальнейшем, в соответствии со сделанными предположениями, считается, что во фрагменте $\mathbf{X}^{(1)}$ воздействия шумов невелики, а фрагмент $\mathbf{X}^{(2)}$ наблюдений сильно зашумлён, т.е. среднеквадратические отклонения шумовых процессов подчиняются правилу: $\sigma_1 < \sigma_2$.

Пусть статистические свойства $\mathbf{X}^{(1)}$ характеризуются матрицей автокорреляции \mathbf{R}_1 ; последовательность $\mathbf{X}^{(2)}$ наблюдений сильно зашумлена и имеет автокорреляционную матрицу \mathbf{R}_2 . Отметим, что матрицы $\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2$ являются эрмитовыми и теплицевыми [3].

Как было отмечено выше, в различных специализированных областях науки и техники АР-модели широко используются для решения задач обработки речевых сигналов, астрономии, технической, экологической и медицинской диагностики, светолокации и многих других областях [13, 14, 15]. Однако под воздействием нестационарных по мощности аддитивных шумовых помех традиционные АР-модели все же не являются оптимальными при спектральном оценивании, поэтому методику оценки их параметров необходимо скорректировать для повышения точности спектрального оценивания радиотехнических сигналов на фоне аддитивных кусочно-стационарных помех, представленных составными процессами.

Для уменьшения их воздействия на автокорреляционные свойства составного процесса и более точного решения задачи спектрального оценивания предполагается, что модифицированная автокорреляционная матрица $\hat{\mathbf{R}}$ сигнала \mathbf{X} может быть сформирована по следующему правилу:

$$\hat{\mathbf{R}} = \beta \mathbf{R}_1 + (1-\beta) \mathbf{R}_2, \quad (2)$$

где β – весовой коэффициент, определяющий доли β и $(1-\beta)$ процессов с различными статистическими свойствами, т.е. в данном случае с разными шумовыми компонентами; $\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2$ – матрицы автокорреляции 1-го и 2-го фрагментов сигнала с различными по мощности зашумлениями.

В методах адаптивной обработки сигналов стационарность играет столь же фундаментальную роль. Адаптивность всегда можно рассматривать как проблему оценки, поскольку адаптивная система должна вычислять свои рабочие параметры на основе одной или нескольких реализаций стохастического процесса. Стационарность в этом контексте гаранти-

рует, что один набор параметров может охватить весь процесс. Среди различных возможных критериев оценки для определения оптимального (адаптивного) значения β использован критерий минимума квадрата длины E $(p+1)$ -мерного вектора $\boldsymbol{\varepsilon}$ невязки:

$$E = \boldsymbol{\varepsilon}^H \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (3)$$

где H – знак комплексного сопряжения и транспонирования.

Использование критерия (3) для оценки оптимального значения β при заданном (известном) моменте разладки θ даёт возможность уменьшить деструктивное воздействие нестационарных шумовых помех на автокорреляционные свойства составного процесса.

Вектор $\boldsymbol{\varepsilon}$ невязки определяется следующим выражением:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{R}\mathbf{i} - \hat{\mathbf{R}}\mathbf{i}, \quad (4)$$

где $\mathbf{R} - (p + 1) \times (p + 1)$ -мерная автокорреляционная квадратная матрица последовательности соединения между малозашумлённым фрагментом $\mathbf{X}^{(1)}$ и низкочастотным отфильтрованным; $\mathbf{i} - (p + 1)$ -мерный крайний левый вектор-столбец единичной матрицы.

Подставим значения (2) в выражение (4). В таком случае выражение (4) примет следующий вид:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{R}\mathbf{i} - [\beta \mathbf{R}_1 + (1 - \beta) \mathbf{R}_2] \mathbf{i}, \quad (5)$$

Выражение (5) представляет целевую функцию (3):

$$E(\beta) = \{\mathbf{R}\mathbf{i} - [\beta \mathbf{R}_1 + (1 - \beta) \mathbf{R}_2] \mathbf{i}\}^H \{\mathbf{R}\mathbf{i} - [\beta \mathbf{R}_1 + (1 - \beta) \mathbf{R}_2] \mathbf{i}\} \rightarrow \min_{\beta > 0}. \quad (6)$$

Аналитическое решение

Перемножая аналитические выражения в квадратных скобках в выражении (6), получим следующий вид функции $E(\beta)$:

$$\begin{aligned} E(\beta) &= [\mathbf{R}\mathbf{i} - \beta \mathbf{R}_1 \mathbf{i} - (1 - \beta) \mathbf{R}_2 \mathbf{i}]^H [\mathbf{R}\mathbf{i} - \beta \mathbf{R}_1 \mathbf{i} - (1 - \beta) \mathbf{R}_2 \mathbf{i}] = \\ &= [\mathbf{R}\mathbf{i} - \beta \mathbf{R}_1 \mathbf{i} - \mathbf{R}_2 \mathbf{i} + \beta \mathbf{R}_2 \mathbf{i}]^H [\mathbf{R}\mathbf{i} - \beta \mathbf{R}_1 \mathbf{i} - \mathbf{R}_2 \mathbf{i} + \beta \mathbf{R}_2 \mathbf{i}] = \\ &= [\mathbf{R}\mathbf{i} - \mathbf{R}_2 \mathbf{i} + \beta \mathbf{R}_2 \mathbf{i} - \beta \mathbf{R}_1 \mathbf{i}]^H [\mathbf{R}\mathbf{i} - \mathbf{R}_2 \mathbf{i} + \beta \mathbf{R}_2 \mathbf{i} - \beta \mathbf{R}_1 \mathbf{i}]. \end{aligned} \quad (7)$$

С целью получения оптимального значения β необходимо найти глобальный минимум целевой функции (7). Для этого возьмем первую производную по β от целевой функции $E(\beta)$ (7):

$$\begin{aligned} dE(\beta) / d\beta &= \\ &= d \{ [\mathbf{R}\mathbf{i} - \mathbf{R}_2 \mathbf{i} + \beta \mathbf{R}_2 \mathbf{i} - \beta \mathbf{R}_1 \mathbf{i}]^H [\mathbf{R}\mathbf{i} - \mathbf{R}_2 \mathbf{i} + \beta \mathbf{R}_2 \mathbf{i} - \beta \mathbf{R}_1 \mathbf{i}] \} / d\beta = \\ &= (\mathbf{R}_2 \mathbf{i} - \mathbf{R}_1 \mathbf{i})^H [\mathbf{R}\mathbf{i} - \mathbf{R}_2 \mathbf{i} + \beta (\mathbf{R}_2 \mathbf{i} - \mathbf{R}_1 \mathbf{i})] + [\mathbf{R}\mathbf{i} - \mathbf{R}_2 \mathbf{i} + \beta (\mathbf{R}_2 \mathbf{i} - \mathbf{R}_1 \mathbf{i})]^H (\mathbf{R}_2 \mathbf{i} - \mathbf{R}_1 \mathbf{i}) = \\ &= (\mathbf{R}_2 \mathbf{i} - \mathbf{R}_1 \mathbf{i})^H (\mathbf{R}\mathbf{i} - \mathbf{R}_2 \mathbf{i}) + \beta (\mathbf{R}_2 \mathbf{i} - \mathbf{R}_1 \mathbf{i})^H (\mathbf{R}_2 \mathbf{i} - \mathbf{R}_1 \mathbf{i}) + \\ &+ (\mathbf{R}\mathbf{i} - \mathbf{R}_2 \mathbf{i})^H (\mathbf{R}_2 \mathbf{i} - \mathbf{R}_1 \mathbf{i}) + \beta (\mathbf{R}_2 \mathbf{i} - \mathbf{R}_1 \mathbf{i})^H (\mathbf{R}_2 \mathbf{i} - \mathbf{R}_1 \mathbf{i}). \end{aligned} \quad (8)$$

Используя свойство равенства $\mathbf{A}^H \mathbf{B} = \mathbf{B}^H \mathbf{A}$ произведений эрмитовых матриц [16], можно записать следующее тождество:

$$(\mathbf{R}_2 \mathbf{i} - \mathbf{R}_1 \mathbf{i})^H (\mathbf{R}\mathbf{i} - \mathbf{R}_2 \mathbf{i}) = (\mathbf{R}\mathbf{i} - \mathbf{R}_2 \mathbf{i})^H (\mathbf{R}_2 \mathbf{i} - \mathbf{R}_1 \mathbf{i}).$$

Тогда выражение (8) сводится к виду:

$$dE(\beta) / d\beta = 2(\mathbf{R}_2 \mathbf{i} - \mathbf{R}_1 \mathbf{i})^H (\mathbf{R}\mathbf{i} - \mathbf{R}_2 \mathbf{i}) + 2\beta (\mathbf{R}_2 \mathbf{i} - \mathbf{R}_1 \mathbf{i})^H (\mathbf{R}_2 \mathbf{i} - \mathbf{R}_1 \mathbf{i}). \quad (9)$$

Приравняв (9) к нулю, получим оптимальное значение β :

$$\begin{aligned} \beta &= [-(\mathbf{R}_2 \mathbf{i} - \mathbf{R}_1 \mathbf{i})^H (\mathbf{R}\mathbf{i} - \mathbf{R}_2 \mathbf{i})] [(\mathbf{R}_2 \mathbf{i} - \mathbf{R}_1 \mathbf{i})^H (\mathbf{R}_2 \mathbf{i} - \mathbf{R}_1 \mathbf{i})]^{-1} = \\ &= [(\mathbf{R}_2 \mathbf{i} - \mathbf{R}_1 \mathbf{i})^H (\mathbf{R}_2 \mathbf{i} - \mathbf{R}_1 \mathbf{i})] [(\mathbf{R}_2 \mathbf{i} - \mathbf{R}_1 \mathbf{i})^H (\mathbf{R}_2 \mathbf{i} - \mathbf{R}_1 \mathbf{i})]^{-1}. \end{aligned} \quad (10)$$

Для того чтобы убедиться, что значение (10) действительно является глобальным минимумом целевой функции $E(\beta)$, необходимо убедиться, что матрица её вторых производных по β положительно определена. Взяв производную по β от функции (9), получим:

$$d^2E(\beta)/d\beta^2 = 2(\mathbf{R}_2\mathbf{i} - \mathbf{R}_1\mathbf{i})^H(\mathbf{R}_2\mathbf{i} - \mathbf{R}_1\mathbf{i}) > 0. \quad (11)$$

так как значение матрицы вторых производных представляет собой произведение $\mathbf{A}^H\mathbf{A}$ одной и той же матричной величины \mathbf{A} , где $\mathbf{A} = (\mathbf{R}_2\mathbf{i} - \mathbf{R}_1\mathbf{i})$ [16].

Поскольку значение матрицы вторых производных является положительно определенным, то найденное значение β в (10) является глобальным минимумом целевой функции $E(\beta)$, т.е. оптимальным по критерию (6) [16]. Найденное значение β в (10) позволяет скорректировать АР-модель, повысив тем самым точность спектрального параметрического оценивания радиотехнических сигналов на фоне аддитивных кусочно-стационарных помех. Ниже приведены результаты проведенных экспериментальных исследований при сравнении предлагаемого и известного АР-методов между собой.

Результаты статистического моделирования

При проведении моделирования предполагалось, что рассматриваемый процесс представляет собой зашумлённые гармонические колебания с единичной амплитудой и истинной относительной частотой $F = 0,04$ (см. рисунок 1).

Итоги спектральных оценок $S(F)$, нормированных к своим максимальным значениям СПМ в относительных единицах, определённых с использованием авторегрессионных параметрических методов [3, 6] при порядке модели $p = 7$, числе $T = 500$ наблюдений, числе $L = 1000$ частотных отсчётов, среднеквадратических отклонениях $\sigma_1 = 0,2$ и $\sigma_2 = 1$ шума, моменте разладки $\theta = T/2$ показаны на рисунке 1, причём F – относительная частота, численно равная отношению номера l текущего спектрального отсчёта к общему числу L спектральных отсчётов ($F = l/L$); сплошная тонкая кривая 1 – контрольный спектр, построенный АР-моделью 20-го порядка по исходному незашумлённому сигналу; сплошная жирная кривая 2 – спектр, найденный предложенным методом с помощью АР-модели ($p = 7$); пунктирная линия 3 – спектр, построенный с использованием усечённой АР-модели (при $p = 7$), полученной после отбрасывания зашумлённой части $\mathbf{X}^{(2)}$ последовательности \mathbf{X} ; штрихпунктирная линия 4 – спектр, построенный обычной АР-моделью того же порядка $p = 7$, полученной по всей последовательности \mathbf{X} без учёта весового коэффициента β .

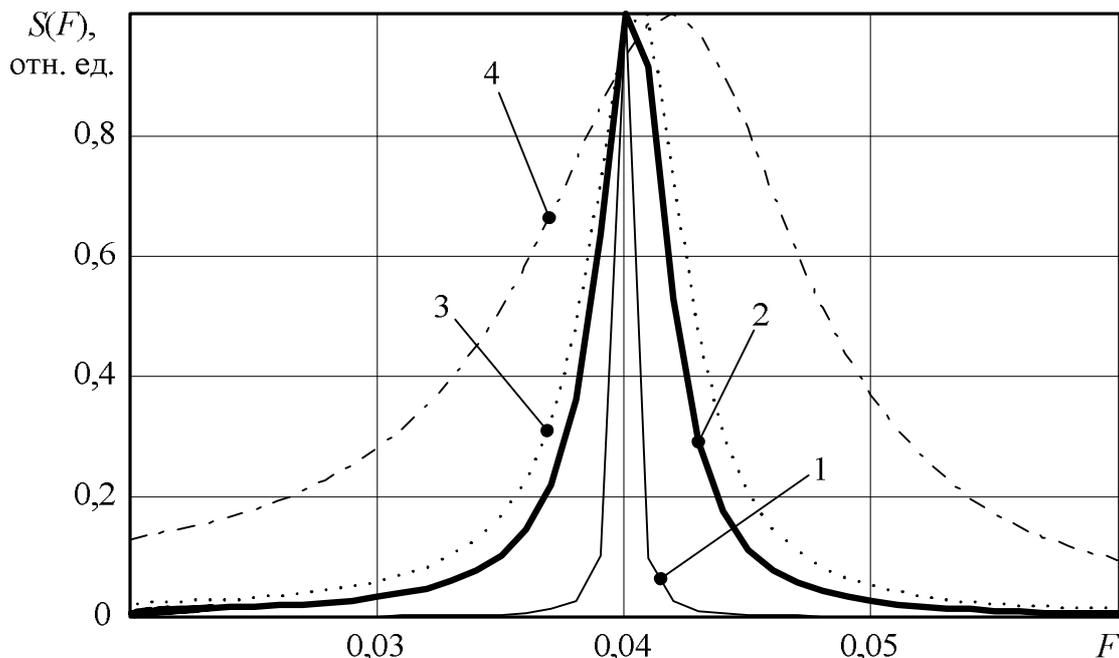


Рисунок 1 — Оценки спектральных характеристик
Figure 1 — Estimation of spectral characteristics

Рассматривая рисунок 1, можно сделать заключение, что ближе к контрольному спектру (сплошная тонкая кривая 1) результаты, полученные предлагаемым методом (сплошная жирная линия 2). Модифицированная модель имеет более высокое качество (острый пик) спектрального оценивания, чем обычный и усечённый параметрический АР-метод в условиях воздействия на полезный гармонический сигнал нестационарных по мощности шумовых помех. Под усечением здесь предполагается отбрасывание при оценивании АР-коэффициентов сильно зашумлённой второй части процесса, то есть отсчётов $\mathbf{X}^{(2)} = [X_{\theta}^{(2)}, X_1^{(2)}, \dots, X_n^{(2)}, \dots, X_{T-1}^{(2)}]^T$, лежащих за моментом $\theta = T/2$ разладки.

Анализ эффективности алгоритмов спектрального параметрического оценивания

С целью объективной оценки эффективности предлагаемой методики введём критерий нормированного квадрата длины E_s вектора $\boldsymbol{\varepsilon}_s$ невязки между векторами отсчетов оценки качества спектрального оценивания сигналов на фоне аддитивных нестационарных по мощности ШП:

$$E_s = \boldsymbol{\varepsilon}_s^T \boldsymbol{\varepsilon}_s / L, \text{ где } \boldsymbol{\varepsilon}_s = \tilde{\mathbf{c}} - \tilde{\mathbf{s}}, \quad (12)$$

где $\tilde{\mathbf{c}}$ – L -мерный вектор СПМ контрольной модели, в качестве которой использован энергетический спектр, построенный с использованием АР-модели большого ($p = 20$) порядка по незашумлённому сигналу; $\tilde{\mathbf{s}}$ – L -мерный вектор СПМ, определённый соответствующими (известным, усечённым и предлагаемым) АР-методами.

В приведённой ниже таблице 1 даны результаты сравнения адекватности спектрального оценивания с использованием различных авторегрессионных подходов при вариации порядков p АР-моделей.

Таблица 1 – Качество спектрального оценивания
Table 1 – Quality of spectral estimation

p \ АР-модели	Обычная	Усечённая	Предлагаемая
2	0,088	0,064	0,043
4	0,07	0,028	0,027
6	0,041	0,017	0,014
8	0,011	$5,625 \cdot 10^{-3}$	$4,695 \cdot 10^{-3}$
10	$4,806 \cdot 10^{-3}$	$1,415 \cdot 10^{-3}$	$8,749 \cdot 10^{-4}$

Зависимость величины E_s от порядка p моделей при значениях $T = 500$, $L = 1000$, $\sigma_1 = 0,2$, $\sigma_2 = 0,5$, $\theta = T/2$, $F = 0,04$ представлена в таблице 1. Компьютерные эксперименты, результаты которых сведены в таблицу 1, показали, что в широком диапазоне изменений порядка p предложенный подход имеет меньшие значения и, следовательно, ниже погрешность спектрального оценивания, чем известный и усечённый АР-методы, основанные на использовании критерия (12). Например, при сопоставлении методов спектрального параметрического авторегрессионного анализа на основе использования критерия (12) в случае $p = 10$ предложенный подход имеет выигрыш 1,6 раза по сравнению с методом усечения и до 5,5 раз по сравнению с обычным АР-методом. Если методы спектрального оценивания имеют одинаковую эффективность E_s , то предложенный алгоритм даёт возможность снизить порядок p в 3 раза при сохранении качества спектральных оценок. Например, в случае обеспечения той же адекватности $E_s = 0,043$ спектрального оценивания предложенная методика допускает использование порядка $p = 2$, а для обычной АР-модели необходим её порядок $p = 6$.

Исследуем влияние длины T временной выборки моделей на эффективность спектрального анализа по критерию (12) нормированных квадратов длины E_s вектора невязки (см. таблицу 2). При получении приведенных в таблице 2 зависимостей $E_s(T)$ эффективности

различных методов спектрального параметрического авторегрессионного анализа от длины T временной выборки АР-моделей было принято: $p = 6$, $L = 1000$, $\sigma_1 = 0,2$, $\sigma_2 = 0,5$, $\theta = T/2$.

Таблица 2 – Качество спектрального оценивания

Table 2 – Quality of spectral estimation

Длина T выборки X	Обычная	Усечённая	Предлагаемая
400	0,048	0,027	0,018
500	0,041	0,017	0,014
600	0,034	0,013	0,011

На основании анализа полученных экспериментальных данных (см. таблицу 2) видно, что эффективность спектрального анализа повышается при увеличении длины T временной выборки моделей, но предлагаемый метод спектрального оценивания имеет более высокое качество оценок СПМ, чем обычная и усечённая АР-модели. Так, при расчёте эффективности методов спектрального параметрического авторегрессионного анализа на основе использования критерия (12) в случае $T = 600$ выигрыши предлагаемого подхода в 1,2 раза выше, чем у метода усечения, и в 3,1 раза больше, чем у обычного АР-метода при одинаковых порядках p .

Кроме того, для более наглядной оценки эффективности используется критерий относительных отклонений ΔF оцененных относительных доминантных частот \hat{F} от истинной относительной частоты F гармонического полезного сигнала:

$$\Delta F = \frac{|F - \hat{F}|}{F} \cdot 100\%. \quad (13)$$

Полученные значения \hat{F} , измеренных относительных доминантных частот по предложенному методу, обычному АР-методу и усечённому АР-методу, составляют (соответственно): $F_{\Pi} = 0,04$ (см. жирную сплошную линию 2 на рисунке 1), $F_a = 0,044$ (см. штрихпунктирную линию 3 на рисунке 1) и $F_y = 0,041$ (см. пунктирную линию 3 на рисунке 1). Произведя расчёты по выражению (13), можно сказать, что при величине истинной относительной частоты $F = 0,04$ (см. тонкую сплошную линию 1 на рисунке 1) относительная ошибка ΔF составляет для предлагаемого метода $\Delta F_{\Pi} = 0\%$, для усечённого АР-метода $\Delta F_y = 2,5\%$, а для обычного АР-метода относительное отклонение составляет $\Delta F_a = 10\%$ в случае того же порядка $p = 7$ моделей.

Анализируя результаты данных вычислений, можно показать, что величины ΔF значительно (до 5 раз) уменьшаются путём использования предлагаемого метода по сравнению с обычным АР-подходом.

Итоги расчетов зависимости относительного отклонения $\Delta F(p)$ оцененных относительных доминантных частот \hat{F} от истинной относительной частоты F при различных значениях порядка p моделей, $T = 500$, $L = 1000$, $\sigma_1 = 0,2$, $\sigma_2 = 1$, $\theta = T/2$ и $F = 0,04$ приведены в таблице 3.

Таблица 3 – Качество спектрального оценивания

Table 3 – Quality of spectral estimation

p	Обычная	Усечённая	Предлагаемая
4	100	20	5
6	12,5	2,5	2,5
8	10	2,5	0
10	5	0	0

На основе приведенных данных (см. таблицу 3) можно сделать заключение, что использование предлагаемой методики не приводит к сильным искажениям спектрального оценивания по сравнению с простым АР-методом и методом усечения, но имеет возможность снизить порядок p до 2 раз по сравнению с обычным АР-методом и до 1,5 раз по сравнению с методом усечения при сохранении той же точности спектрального оценивания. Например, для обеспечения одинаковой эффективности ($\Delta F < 11\%$) спектрального оценивания предлагаемая методика использует порядок $p = 4$, усечённая АР-модель требует шестого порядка ($p = 6$), а обычная АР-модель достигает того же качества при $p = 8$. Снижение (до двух раз) порядка p модели существенно снижает вычислительные затраты на реализацию алгоритмов спектрального оценивания. Выигрыши в вычислительных затратах при использовании для обращения автокорреляционных матриц при решении уравнения Юла – Уолкера быстрыми рекуррентными процедурами Левинсона – Дербина [3] достигают 4 раз при снижении порядка p с 8-го до 4-го, а при использовании метода исключения Гаусса выигрыши составляют величину до 8 раз.

Заключение

Таким образом, в статье рассматривается и исследуется метод спектрального анализа кусочно-стационарных радиотехнических сигналов, учитывающий влияние изменяющейся по мощности аддитивной шумовой компоненты на оценку автокорреляционных матриц и, как следствие, на адекватность АР-модели, используемых для спектрального оценивания. Фактически, анализируемый сигнал является составным. Одна из его частей (в статье условно принята первая половина $\mathbf{X}^{(1)}$ отсчётов вектора \mathbf{X}) характеризуется малыми зашумлениями (среднеквадратическое отклонение $\sigma_1 = 0,2$ при единичной амплитуде полезного гармонического сигнала) и матрицей автокорреляции \mathbf{R}_1 , а вторая часть исследуемого сигнала подвержена влиянию сильных (среднеквадратическое отклонение $\sigma_2 \geq 0,5$) аддитивных некоррелированных шумов и описывается автокорреляционной матрицей \mathbf{R}_2 соответственно, при этом амплитуда неискажённого гармонического полезного сигнала также принята единичной. Эффективность предложенной методики спектрального анализа нестационарного с точки зрения мощности аддитивного шума полезного гармонического сигнала доказана путём компьютерного моделирования. Машинные эксперименты показали, что при расчёте выигрыша методов спектрального параметрического авторегрессионного анализа на основе использования критерия (12) предложенный метод значительно (от 3,1 до 5,5 раз) превосходит известный подход к АР-оцениванию. В случае сохранения одинаковой эффективности по критерию (12) предлагаемый метод позволяет снизить порядок p АР-модели в 2...3 раза по сравнению с традиционным АР-методом. Результаты, полученные при сравнительном анализе спектральных оценок, позволяют говорить о том, что предлагаемый подход даёт возможность уменьшить относительные отклонения ΔF оценки доминантной частоты до 5 раз по сравнению с обычным АР-методом по критерию (13) при сохранении одинаковых порядков p моделей. Предлагаемая методика спектрального оценивания может быть эффективно использована для анализа радиотехнических сигналов в различных прикладных областях, для которых характерно резкое (до нескольких раз) изменение уровня аддитивных шумов в ходе наблюдения, что делает анализируемый процесс составным. Эффективности по критериям (12), (13) достигаются за счёт учёта факта резкого изменения мощности аддитивного шума в процессе наблюдения радиотехнического процесса, кусочно-стационарные выборки которого подвергаются совместному спектральному анализу.

Библиографический список

1. Колмогоров А. Н., Прохоров Ю. В., Ширяев А. Н. Вероятностно-статистические методы обнаружения спонтанно возникающих эффектов. Тр. МИАН. 1988. Т. 182. С. 4-23.
2. Боровков А. А. Оценки момента разладки по большим выборкам при неизвестных распределениях // Теория вероятностей и ее применения. 2008. Т. 53. Выпуск 3. С. 437-457.

3. Марпл-мл. С. Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения: пер. с англ. М.: Мир, 1990. 584 с.
4. Кошелев В. И. АРСС-модели случайных процессов. Прикладные задачи синтеза и оптимизации. М.: Радио и связь, 2002. 112 с.
5. Баевский Р. М., Никулина Г. А. Холтеровское мониторирование в космической медицине: анализ variability сердечного ритма // Вестник аритмологии. 2000. № 16. С. 6-16.
6. Андреев В. Г. Оптимизация авторегрессионных моделей мешающих радиоотражений. Изв. вузов. Радиоэлектроника. 2008. Т. 51. № 7. С. 40-47.
7. Кошелев В. И., Андреев В. Г. Моделирование радиотехнических сигналов с учетом их фазовых портретов // Цифровая обработка сигналов и ее применение – DSPA 2008: тез. докл. 10 Международной конференции и выставки. № X-1. М.: Институт проблем управления РАН, 2008. С. 418-420.
8. Djuric P.M. A MAP solution to off-line segmentation of signals // Proc of the international conference on acoustics, speech and signal processing. Adelaide, Australia, 1994, no. 4, pp. 505-508.
9. Dobigeon N., Tournet J-Y., Davy M. Joint segmentation of piecewise constant autoregressive processes by using a hierarchical model and a Bayesian sampling approach. IEEE Trans Signal Process, 2007, no. 4, vol. 55, pp. 1251-1263.
10. Lavielle M. Optimal segmentation of random processes. IEEE Trans Signal Process. 1998, no. 5, vol. 46, pp. 1365-1373.
11. Korkas, Karolos K., Fryzlewicz, Piotr Multiple change-point detection for nonstationary time series using wild binary segmentation. Statistica Sinica, 2017, no 1, vol. 27, pp. 287-311.
12. Андреев В. Г., Чан В. А. Оптимизация статистических моделей кусочно-стационарных радиотехнических сигналов // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2022. № 80. С. 3-11.
13. Андреев В. Г., Белокуров В. А. Моделирование магнитометрических сигналов бесплатформенных инерциальных навигационных систем // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2013. № 43. С. 45-49.
14. Андреев В. Г., Нгуен Т. Ф. Обработка кардиосигналов на фоне комбинированных помех // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2014. № 48. С. 60-64.
15. Авраменко Д. В., Андреев В. Г. Анализ спектра излучений от астрономического объекта искусственного происхождения двусторонним методом Прони // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2018. № 64. С. 3-8.
16. Райс Дж. Р. Матричные вычисления и математическое обеспечение: пер. с англ. О. Б. Арушаняна. М.: Мир, 1984. 264 с.

UDC 621.396; 621.391.82; 621.37:51-74

PARAMETRIC SPECTRAL ANALYSIS OF PIECEWISE-STATIONARY RADIOENGINEERING SIGNALS WITH VARIOUS CORRELATION PROPERTIES

V. G. Andrejev, Dr. Sc. (Tech.), full professor, the department of Radioengineering systems, RSREU, Ryazan, Russia;

orcid.org/0000-0003-3059-3532; e-mail: andrejev.v.g@rsreu.ru

V. A. Tran, post graduate student, RSREU, Ryazan, Russia;

orcid.org/0000-0002-6743-0131, e-mail: mrtran1910@gmail.com

We proposed and investigated a modified method of spectral analysis of piecewise-stationary processes to take into account the influence of additive noise changing power on correlation matrices. The aim of the work is to increase the computational efficiency of analysis algorithms and the accuracy of spectral estimation of radioengineering signals on the background of piecewise-stationary noises. In the process of estimating the optimal value of weight coefficient β , which determines the shares β and $(1-\beta)$ of processes with different statistical properties the method proposed makes it possible to reduce the influence of non-stationary noise and improve the accuracy of spectral estimates by correcting autocorrelation coefficients of piecewise stationary random processes. The qualitative indicators of a proposed modified spectral analysis method are compared with a conventional parametric autoregressive method. Experimental studies have shown that the

application of the proposed approach for spectral estimation, when compared to known autoregressive methods, allows reducing the discrepancy between control and estimated spectra by 3.1...5.5 times. When conducting a comparative analysis with a conventional autoregressive model, the decrease in the order of p can reach 2...3 times while maintaining the same spectral estimation accuracy. It is confirmed that for spectrum analysis of narrowband radioengineering signals under consideration, relative deviations ΔF of dominant frequency estimate are significantly (up to 4 times) reduced by using a proposed modified method in comparison with an autoregressive method. Winnings in the accuracy of spectral estimation are achieved by taking into account changes in autocorrelation properties of the analyzed signal due to the effect of piecewise stationary noise on it, the power of which being changed during observation.

Key words: piecewise-stationary noise, non-stationary noise, weight coefficient, adaptive algorithm, autoregressive model, change-point, spectral estimation, power spectral density.

DOI: 10.21667/1995-4565-2023-83-3-12

References

1. **Kolmogorov A. N., Proxorov Yu. V., Shiryaev A. N.** Veroyatnostno-statisticheskie metody obnaruzheniya spontanno vznikayushhix e'ffektov. *Tr. MIAN*. 1988, vol. 182, pp. 4-23 (in Russian).
2. **Borovkov A. A.** Ocenki momenta razladki po bol'shim vyborkam pri neizvestnykh raspredeleniyah. *Teoriya veroyatnostey i ee primeneniya*. 2008, vol. 53, no. 3, pp. 437-457 (in Russian).
3. **Marpl-m. S. L.** *Cifrovoy spektral'nyy analiz i ego prilozheniya* (Digital spectral analysis and its applications): per. s angl. Moscow: Mir, 1990, 584 p. (in Russian).
4. **Koshelev V.I.** *ARSS-modeli sluchajnykh processov. Prikladnye zadachi sinteza i optimizacii*. Moscow: Radio i svjaz', 2002. 112 p. (in Russian).
5. **Baevskij R. M., Nikulina G. A.** Holterovskoe monitorirovanie v kosmicheskoy medicine: analiz variabel'nosti serdechnogo ritma. *Vestnik aritmologii*. 2000, no. 16, pp. 6-16 (in Russian).
6. **Andreev V. G.** Optimizaciya avtoregressionnykh modelej meshayushhix radiootrazhenij. *Izv. vuzov. Radioelektronika*. 2008, vol. 51, no. 7, pp. 40-47 (in Russian).
7. **Koshelev V. I., Andreev V. G.** Modelirovanie radiotekhnicheskikh signalov s uchedom ih fazovykh portretov. *Cifrovaya obrabotka signalov i ee primenenie – DSPA 2008: tez. dokl. 10 Mezhdunar. konferencii i vystavki*. No H-1. Moscow: Institut problem upravleniya RAN, 2008. pp. 418-420 (in Russian).
8. **Djuric PM.** A MAP solution to off-line segmentation of signals. *Proc of the international conference on acoustics, speech and signal processing*. Adelaide, Australia, 1994, no. 4, pp. 505-508.
9. **Dobigeon N., Tournet J-Y., Davy M.** Joint segmentation of piecewise constant autoregressive processes by using a hierarchical model and a Bayesian sampling approach. *IEEE Trans Signal Process*, 2007, no. 4, vol. 55, pp. 1251-1263.
10. **Lavielle M.** Optimal segmentation of random processes. *IEEE Trans Signal Process*. 1998, no. 5, vol. 46, pp. 1365-1373.
11. **Korkas, Karolos K., Fryzlewicz, Piotr** Multiple change-point detection for nonstationary time series using wild binary segmentation. *Statistica Sinica*. 2017, no 1, vol. 27, pp. 287-311.
12. **Andreev V. G., Chan V. A.** Optimizaciya statisticheskikh modelej kusochno-stacionarnykh radio-tekhnicheskikh signalov. *Vestnik Ryazanskogo gosudarstvennogo radiotekhnicheskogo universiteta*. 2022, no. 80, pp. 3-11. (in Russian).
13. **Andreev V. G., Belokurov V. A.** Modelirovanie magnitometricheskikh signalov besplatformennykh inertial'nykh navigatsionnykh system. *Vestnik Ryazanskogo gosudarstvennogo radiotekhnicheskogo universiteta*. 2013, no. 43. pp. 45-49 (in Russian).
14. **Andreev V. G., Nguen T. F.** Obrabotka kardiosignalov na fone kombinirovannykh pomekh. *Vestnik Ryazanskogo gosudarstvennogo radiotekhnicheskogo universiteta*. 2014, no. 48, pp. 60-64. (in Russian).
15. **Avramenko D. V., Andreev V. G.** Analiz spektra izlucheniya ot astronomicheskogo ob'ekta iskusstvennogo proishozhdeniya dvustoronnim metodom Proni. *Vestnik Ryazanskogo gosudarstvennogo radiotekhnicheskogo universiteta*. 2018, no. 64, pp. 3-8. (in Russian).
16. **Rajs Dzh. R.** *Matrichnye vychisleniya i matematicheskoe obespechenie* (Matrix calculations and software): per. s angl. O. B. Arushanyana. Moscow: Mir. 1984, 264 p. (in Russian).