

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 681.515:004.942

**АНАЛИТИКО-ГРАФИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ НА ОСНОВЕ ПИД-РЕГУЛЯТОРОВ**

С. В. Скворцов, д.т.н., профессор РГРТУ, Рязань, Россия;
orcid.org/0000-0001-9495-4953, e-mail: s.v.skvor@gmail.com

В. И. Хрюкин, к.т.н., доцент РГРТУ, Рязань, Россия;
orcid.org/0000-0002-7736-115X, e-mail: vi_x@mail.ru

Т. С. Скворцова, к.т.н., старший преподаватель Академии ФСИН России, Рязань, Россия;
orcid.org/0000-0001-7504-5973, e-mail: t.s.skvortsova@yandex.ru

Рассмотрена аналитическая модель системы управления на основе ПИД-регулятора, для которой показана ограниченность применения, связанная с невозможностью обеспечения всех требований к качеству системы. Для устранения этих недостатков предложено дополнительно использовать графическую модель, которая строится на основе желаемой логарифмической амплитудно-частотной характеристики системы. Целью работы является разработка аналитико-графической модели, позволяющей объединить достоинства формализуемых и неформализуемых подходов к проектированию современных систем управления техническими объектами. На основе этой модели разработана методика параметрического синтеза ПИД-регулятора, обеспечивающего заданные требования к системе по точности, быстродействию и качеству переходных процессов. Применение предложенной методики показано на примере синтеза системы управления неустойчивым техническим объектом. Результаты моделирования в среде Matlab/Simulink подтверждают возможность практической реализации такой системы управления, обеспечивающей заданные требования.

Ключевые слова: управление техническим объектом, синтез ПИД-регулятора, аналитико-графическая модель, частотная передаточная функция, логарифмическая амплитудно-частотная характеристика.

DOI: 10.21667/1995-4565-2024-87-78-89

Введение

Одной из важнейших проблем при разработке автоматических систем является повышение эффективности управления техническими объектами при изменяющихся условиях их функционирования. При решении такой задачи необходимо отслеживание задающих воздействий и подавление влияния возмущений. В этом случае широко используются пропорционально-интегрально-дифференциальные (ПИД) регуляторы. С помощью ПИД-регуляторов можно обеспечить оптимальную и робастную работу в широком диапазоне внешних воздействий как для линейных, так и для нелинейных объектов.

Анализ теоретических исследований и практических разработок в области проектирования систем управления с ПИД-регуляторами [1, 2] показал, что одним из наиболее востребованных направлений их развития является повышение адаптивности, т.е. способности перенастраиваться при изменении параметров объекта управления и внешних условий. При этом классические технологии адаптации, связанные с изменением коэффициентов K_P , K_I , K_D при пропорциональной, интегральной и дифференциальной составляющих соответственно, требуют настройки параметров ПИД-регулятора.

Наиболее популярные ПИД-контроллеры такого типа реализуют метод Циглера-Николса [1]. В данном методе используются всего два параметра, определяемые по пере-

ходной характеристике объекта управления. Повышение качества процесса управления, связанное с изменением этих характеристик, производится вручную путем перепрограммирования контроллера. Кроме того, в этом случае точность регулирования будет связана с длительностью переходного процесса, что затрудняет процесс проектирования системы управления [3].

Перспективным средством для решения задач управления трудно формализуемыми объектами в условиях неопределенности считается использование интеллектуальных систем [4]. Построение таких систем основано на применении классической теории управления и аппарата нечеткой логики или нейронных сетей.

В первом случае в качестве основного управляющего устройства используется классический ПИД-регулятор, а в качестве компенсатора возмущающих воздействий – нечеткий логический регулятор [5], для настройки которого необходимо осуществить фазсификацию лингвистических переменных на основе сформированной заранее базы правил нечеткой модели [6].

При проектировании регулятора по второму способу нейронная сеть обучается на примере классического ПИД-регулятора, настроенного вручную для достижения желаемого качества процесса управления. В этом случае обучающими данными являются данные с классического регулятора, а проверочными – данные с нейросетевого регулятора [2]. Таким образом, проверочные данные в дальнейшем являются эталонными при работе гибридной системы и в случае изменения параметров объекта управления или внешних условий и неспособности классического регулятора обеспечить требуемое управляющее воздействие на объект нейросетевой регулятор будет обеспечивать желаемое управление [6].

Как видно из вышеизложенного, первым этапом проектирования адаптивных ПИД-регуляторов любых типов всегда является синтез классического ПИД-регулятора с фиксированными значениями коэффициентов K_P , K_I , K_D . И чем больше требований к качеству системы управления учитывается при расчете параметров такого регулятора, тем эффективней будет функционировать система с адаптивным регулятором [1]. Кроме того, полученные на этом этапе соотношения могут использоваться для расчета параметров аналогового регулятора для систем с заданными требованиями к их качеству и с известными характеристиками объекта управления [7]. Очевидно, это позволит существенно облегчить техническую реализацию таких систем.

В статье рассматривается задача параметрического синтеза системы управления с ПИД-регулятором. Целью работы является создание методики расчета числовых характеристик регулятора, обеспечивающего заданные требования к системе по точности, быстродействию и качеству переходных процессов. Для достижения поставленной цели предлагается использовать аналитико-графическую модель системы управления. Эта модель фактически объединяет две модели – аналитическую, которая строится на базе частотной передаточной функции объекта, и графическую, формируемую на основе желаемой логарифмической амплитудной частотной характеристики (ЛАЧХ).

На основе аналитической модели и требований к проектируемой системе определяются соотношения для расчета параметров регулятора, а с использованием графической модели находятся числовые значения коэффициентов K_P , K_I , K_D . Такой подход к построению аналитико-графической модели позволит объединить достоинства формализуемых и неформализуемых методов проектирования современных систем управления техническими объектами.

Теоретическая часть

Для расчета ПИД-регуляторов широко используют аналитические методы синтеза [8, 9]. Пусть одноканальная линейная система управления описывается матричным дифференциальным уравнением порядка n следующего вида:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} u(t), \quad (1)$$

где $\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix}$ – вектор состояния (координаты объекта);

$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \dots & -a_{n-1} \end{bmatrix}$ – матрица коэффициентов объекта размером $(n \times n)$;

$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{n-1} \\ \vdots \\ b_1 \\ b_0 \end{bmatrix}$ – матрица-столбец входа размером $(n \times 1)$;

$u(t)$ – скалярное управление.

Если $g(t)$ – задающее воздействие, то цель синтеза состоит в том, чтобы при использовании регулятора с законом управления вида

$$u(t) = K_p e(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau + K_D \frac{de(t)}{dt} \quad (2)$$

обеспечить равенство $y(t) = g(t)$ во все моменты времени с заданной точностью. Здесь $e(t)$ – входной сигнал регулятора (сигнал ошибки); $u(t)$ – его выходной сигнал; $y(t)$ – скалярная выходная величина, связанная с координатами объекта соотношением

$$y(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t), \quad (3)$$

где $\mathbf{C} = [1 \ \dots \ 0 \ 0]$ – матрица-строка выхода размером $(1 \times n)$.

Тогда задачу синтеза можно сформулировать следующим образом. Определить параметры ПИД-регулятора при заданных требованиях:

– по точности (установившаяся ошибка не должна превышать величину $e_{\max}$ при задающем воздействии $g(t)$ произвольной формы с предельными значениями амплитуд скорости $\Omega_{1\max}$ и ускорения $\varepsilon_{1\max}$);

– по качеству процесса регулирования (запас устойчивости по фазе не должен быть менее γ);

– по быстродействию (время переходного процесса не более t_n).

Для решения этой задачи наиболее часто применяется аналитический метод синтеза в частотной области [8]. Он предполагает использование передаточных функций (ПФ) объекта и регулятора. Их можно получить применением преобразования Лапласа к уравнениям (1) – (3) при нулевых начальных условиях. Тогда из (1), (3) получим ПФ объекта:

$$W_n(s) = \frac{b_{n-1}s^{n-1} + b_{n-2}s^{n-2} + \dots + b_1s + b_0}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0},$$

а из (2) – ПФ регулятора:

$$W_p(s) = K_p + \frac{K_I}{s} + K_D s. \quad (4)$$

Сущность указанного способа заключается в следующем [8]. Пусть передаточная функция объекта (неизменной части системы) определена и имеет вид $W_n(s)$. Для такой системы с

ПИД-регулятором на частоте среза ω_c , где определяется запас по фазе γ , модуль частотной ПФ разомкнутой системы будет равен единице, т.е.

$$|W(j\omega_c)| = 1.$$

В этом случае частотная ПФ такой системы будет иметь вид:

$$W(j\omega_c) = W_n(j\omega_c)W_p(j\omega_c) = e^{j(-180^\circ + \gamma)}. \quad (5)$$

Для расчета коэффициентов регулятора необходимо вычислить аргумент и модуль $W_p(j\omega_c)$. Согласно (5) аргумент передаточной функции регулятора будет определяться как

$$\theta = \arg W_p(j\omega_c) = -180^\circ + \gamma - \arg W_n(j\omega_c). \quad (6)$$

Частоту ω_c можно определить, связав запас по фазе со временем переходного процесса. Положим, что динамика переходного процесса системы соответствует временной характеристике типовой системы второго порядка. Для нее передаточная функция замкнутой системы имеет вид:

$$\Phi'(s) = \frac{\omega_c^2}{s^2 + 2\xi\omega_c s + \omega_c^2}, \quad (7)$$

где ξ – коэффициент демпфирования.

Такой подход справедлив для случая точных систем ($g_{\max} \gg e_{\max}$), в которых низкочастотная составляющая затухающих колебаний определяется частотой ω_c [10]. Тогда для системы с ПФ (7) переходная характеристика будет представлять собой синусоиду, которая затухает по экспоненте с постоянной времени $\tau = \frac{1}{\xi\omega_c}$. В этом случае время переходного процесса (для уровня выходного сигнала $\pm 2\%$ от установившегося значения) можно оценить по формуле

$$t_n = 4\tau = \frac{4}{\xi\omega_c}. \quad (8)$$

Для (7) передаточная функция разомкнутой системы будет иметь вид:

$$W'(s) = \frac{\omega_c^2}{s(s + 2\xi\omega_c)}.$$

В этом случае запас по фазе составит

$$\gamma = 180^\circ + \arg W'(j\omega_c) = \arctg 2\xi.$$

Тогда на основании (8) получим:

$$\omega_c = \frac{8}{t_n \operatorname{tg} \gamma}. \quad (9)$$

Модуль функции определим из (5) с учетом того, что на частоте среза

$$|W_p(j\omega_c)| \cdot |W_n(j\omega_c)| = 1.$$

В результате в соответствии с формулой Эйлера будем иметь:

$$K_P + j \left(K_D \omega_c - \frac{K_I}{\omega_c} \right) = |W_p(j\omega_c)| (\cos \theta + j \sin \theta), \quad (10)$$

где $|W_p(j\omega_c)| = 1 / |W_n(j\omega_c)|$.

Приравнявая в (10) действительные и мнимые части, получаем два уравнения с тремя неизвестными:

$$K_P = \frac{\cos \theta}{|W_n(j\omega_c)|}; \quad (11)$$

$$K_D \omega_c - \frac{K_I}{\omega_c} = \frac{\sin \theta}{|W_n(j\omega_c)|}. \quad (12)$$

На основе вышеизложенного можно использовать следующую методику расчета параметров ПИД-регулятора.

1. В соответствии с требованиями к качеству процесса регулирования и быстродействию по формуле (8) определить частоту ω_c . Далее по выражению (11) вычислить коэффициент K_P .

2. Исходя из требований по точности, выбрать коэффициент K_I и разрешить уравнение (12) относительно K_D .

Однако расчеты по приведенной методике возможны только при запасе по фазе, не превышающем 60° . При больших значениях γ определенные по выражению (9) динамические характеристики системы могут быть технически нереализуемы из-за существенного сокращения полосы пропускания.

Кроме того, анализ выражения (12) показывает, что коэффициенты K_I и K_D взаимозависимы. При этом увеличение значения одного коэффициента ведет к увеличению другого. Это имеет два последствия [10]: во-первых, становится больше величина перерегулирования и, следовательно, увеличивается время переходного процесса; во-вторых, система становится относительно устойчивой, т.е. она может потерять устойчивость как при увеличении, так и при уменьшении коэффициента усиления разомкнутой системы.

Все это приводит к необходимости перебора допустимых значений K_P с дальнейшей проверкой качества переходных процессов и точности системы путем моделирования ее динамики.

Указанные недостатки усложняют процесс синтеза ПИД-регулятора и зачастую приводят к невозможности обеспечить заданные требования к качеству системы.

Предлагаемое решение

Для устранения этих недостатков предлагается дополнительно с расчетами по аналитической модели использовать графическую модель, которая основана на построении желаемой ЛАЧХ системы в области низких частот.

Последовательность действий по параметрическому синтезу ПИД-регулятора в этом случае будет следующей.

1. Определить частоту ω_c , на которой желаемая ЛАЧХ пересекает уровень 0 дБ. Ее значение можно оценить по следующему приближенному соотношению [9]:

$$t_n \approx \eta \frac{2\pi}{\omega_c},$$

где величина η может принимать значения от 1 до 2. При этом, если запас по фазе γ составляет около 30° , то $\eta = 2$, если $\gamma \geq 60^\circ$, то $\eta = 1$.

2. Вычислить коэффициент при пропорциональной составляющей K_P по формуле (11).

3. Определить коэффициент передачи при интегральной составляющей K_I из условия обеспечения требуемой точности $e_{\max}$ при воспроизведении задающего воздействия произвольной формы с фиксированными максимальными значениями скорости $\Omega_{\max}$ и ускорения $\varepsilon_{\max}$.

3.1. Найти параметры эквивалентного гармонического воздействия

$$g(t) = g_{\max} \sin \omega_g t, \quad (13)$$

у которого амплитуды скорости и ускорения имеют вид:

$$\dot{g}(t) = g_{\max} \omega_g \cos \omega_g t = \Omega_{\max} \cos \omega_g t;$$

$$\ddot{g}(t) = -g_{\max} \omega_g^2 \sin \omega_g t = \varepsilon_{\max} \sin \omega_g t.$$

Для этого решим систему уравнений:

$$\begin{cases} g_{\max} \omega_g = \Omega_{1\max}; \\ -g_{\max} \omega_g^2 = \varepsilon_{1\max}, \end{cases}$$

и получим выражения для расчета частоты ω_g и амплитуды $g_{\max}$ эквивалентного гармонического воздействия:

$$\omega_g = \frac{\varepsilon_{1\max}}{\Omega_{1\max}}; \quad g_{\max} = \frac{\Omega_{1\max}^2}{\varepsilon_{1\max}}.$$

3.2. На основании этой информации в области низких частот построить запретную зону для желаемой ЛАЧХ системы (рисунок 1), которая в соответствии с [9] должна быть ограничена двумя прямыми с наклонами -20 дБ/дек и -40 дБ/дек, проходящими через контрольную точку A_k с координатами

$$\left(\omega_g = \frac{\varepsilon_{1\max}}{\Omega_{1\max}}; \quad L(\omega_g) = 20 \lg \frac{\Omega_{1\max}^2}{\varepsilon_{1\max} \chi_{\max}} \right).$$

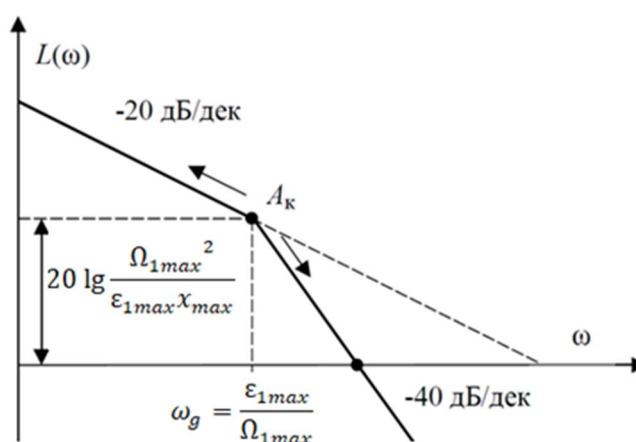


Рисунок 1 – Построение запретной области для желаемой ЛАЧХ системы

Figure 1 – Building a restricted area

for the desired logarithmic amplitude-frequency response of the system

3.3. Построить ЛАЧХ $L_1(\omega) = L_{\text{исх}}$ исходной системы с передаточной функцией $W_n(s)$ и ЛАЧХ $L_2(\omega)$ системы с пропорциональным регулятором (П-регулятором), у которого коэффициент пропорциональности равен рассчитанному значению K_p . Если $L_2(\omega)$ пересекает запретную зону, то введением интегральной составляющей K_I производится коррекция желаемой ЛАЧХ так, чтобы она не менее чем на 3дБ проходила выше запретной зоны (для случая асимптотической ЛАЧХ). Вид низкочастотной области желаемой ЛАЧХ $L_{\text{ж}} = L_3(\omega)$ для объекта с астатизмом первого порядка показан на рисунке 2.

3.4. По разности $L_3(\omega) - L_1(\omega)$ построить ЛАЧХ пропорционально-интегрального регулятора (ПИ-регулятора) $L_{\text{пи}}(\omega)$ с передаточной функцией

$$W_{\text{пи}}(s) = K_p + \frac{K_I}{s} = K_I \left(\frac{T_0 s + 1}{s} \right), \quad (14)$$

где $T_0 = K_p / K_I$ – постоянная времени. Вид асимптотической ЛАЧХ для ПИ-регулятора представлен на рисунке 3. Здесь ω_0 – частота, на которой такая ЛАЧХ $L_{\text{пи}}(\omega)$ меняет наклон с -20 дБ/дек на 0 дБ/дек.

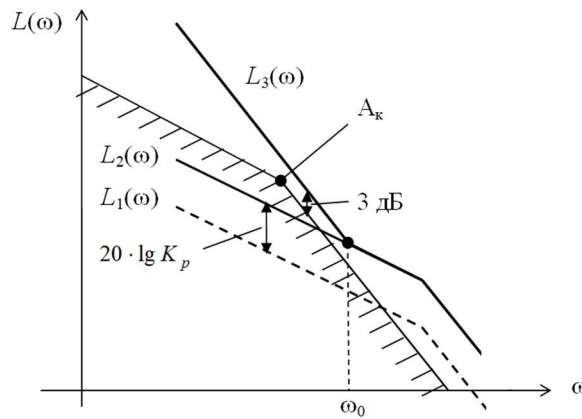


Рисунок 2 – Вид низкочастотной области желаемой ЛАЧХ
Figure 2 – View of the low-frequency area
of the desired logarithmic amplitude-frequency response

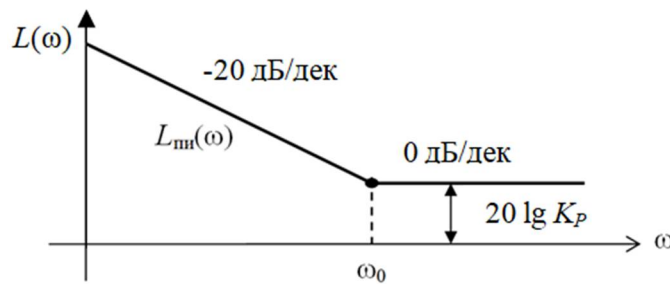


Рисунок 3 – ЛАЧХ ПИ-регулятора
Figure 3 – Logarithmic amplitude-frequency response of a proportional integral controller

3.5. По значению постоянной времени T_0 ПИ-регулятора, которая в соответствии с рисунком 3 равна $T_0 = 1/\omega_0$, из формулы (14) получить величину коэффициента при интегральной составляющей

$$K_I = K_P \omega_0 \quad (15)$$

Заметим, что аналогичные построения (пп. 3.2 – 3.4) возможны не только для астатических, но и для статических систем, что делает такой подход универсальным.

4. По выражению (12) вычислить значение коэффициента при дифференциальной составляющей:

$$K_D = \frac{K_I}{\omega_c^2} + \frac{\sin \theta}{\omega_c |W_H(j\omega_c)|}$$

Экспериментальные исследования

Рассмотрим реализацию предлагаемого метода на примере системы, объект управления которой описывается дифференциальным уравнением третьего порядка:

$$\ddot{x} = -a_2 \ddot{x} - a_1 \dot{x} - a_0 x + b_0 u$$

Тогда в соответствии с (1) получим:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_0 \end{bmatrix} u. \quad (16)$$

Здесь $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$, где $x_1 = x$; $x_2 = \dot{x}$; $x_3 = \ddot{x}$.

На основании (3) будем иметь:

$$y = [1 \ 0 \ 0] \mathbf{x},$$

т.е. $y = x_1$.

Преобразуем по Лапласу эти уравнения при нулевых начальных условиях. В результате получим следующую передаточную функцию объекта:

$$W_n(s) = \frac{b_0}{s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0}.$$

Пусть коэффициенты в этом уравнении имеют следующие значения: $a_0 = 0$; $a_1 = 20$; $a_2 = 60$; $b_0 = 1400$. Тогда ПФ объекта будет иметь вид:

$$W_n(s) = \frac{1400}{s^3 + 60s^2 + 20s}.$$

Запас устойчивости по фазе нескорректированной системы с таким объектом, рассчитанный по его частотной передаточной функции $W_n(j\omega)$, составляет $\gamma = -2^\circ$. Это показывает, что исходная система без регулятора является неустойчивой. Поэтому проведем параметрический синтез системы с ПИД-регулятором (расчет параметров K_P , K_I , K_D) при следующих заданных требованиях к характеристикам системы.

Требование по точности. Установившаяся ошибка не должна превышать величину $e_{\max} = 1$ при задающем воздействии $g(t)$ произвольной формы с предельными значениями амплитуд скорости $\Omega_{1\max} = 100 \text{ с}^{-1}$ и ускорения $\varepsilon_{1\max} = 10 \text{ с}^{-2}$.

Требование к качеству процесса регулирования. Запас устойчивости по фазе γ не должен быть менее 50 градусов

Требование к быстрдействию. Время переходного процесса t_n не более 1,4 с.

На основе предложенной методики проведем расчет параметров ПИД-регулятора.

1. Чтобы определить частоту ω_c сначала требуется выбрать значение коэффициента η . Учитывая, что $\gamma = 50^\circ$ примем $\eta = 1,4$. Тогда получим:

$$\omega_c = \frac{1,4 \cdot 2\pi}{1,4} = 6,28 \text{ рад/с}.$$

2. Для вычисления коэффициента K_P используется формула (11), где в соответствии с (6) имеем:

$$\theta = \arg W_p(j\omega_c) = -180^\circ + 50^\circ + 182^\circ = 53^\circ.$$

Отсюда

$$K_P = \frac{\cos 53^\circ}{0,56} = 1,07.$$

3. Определение коэффициента K_I .

3.1. В соответствии с заданными максимальными значениями скорости $\Omega_{1\max} = 100 \text{ с}^{-1}$ и ускорения $\varepsilon_{1\max} = 10 \text{ с}^{-2}$ получим параметры гармонического воздействия:

$$\omega_g = \frac{\varepsilon_{1\max}}{\Omega_{1\max}} = \frac{10}{100} = 0,1 \text{ рад/с};$$

$$g_{\max} = \frac{\Omega_{1\max}^2}{\varepsilon_{1\max}} = \frac{100^2}{10} = 1000 \text{ рад/с}.$$

3.2. Определим ординату контрольной точки A_K на частоте $\omega_g = 0,1$ для установившейся ошибки $e_{\max}$:

$$L(\omega_g) = 20 \lg \frac{\Omega_{1\max}^2}{\varepsilon_{1\max} e_{\max}} = 20 \lg \frac{100^2}{10 \cdot 1} = 60 \text{ дБ}.$$

3.3. Построим ЛАЧХ системы с П-регулятором (кривая L_2) и запретную область, проходящую через контрольную точку A_k с координатами $(\omega_g = 0,1; L(\omega_g) = 60)$, как это показано на рисунке 4.

3.4. В соответствии с рисунком 4 определяется частота $\omega_0 = 0,143$ рад/с, соответствующая коэффициенту K_I .

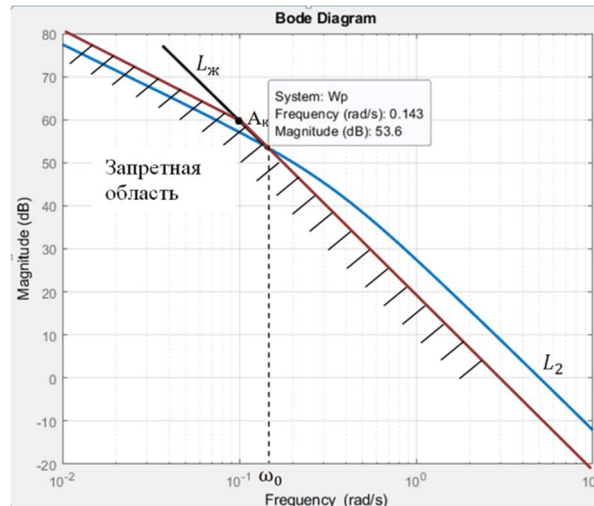


Рисунок 4 – Определение желаемой ЛАЧХ системы

Figure 4 – Determination of the desired logarithmic amplitude-frequency response of the system

3.5. По формуле (15) вычисляется коэффициент при интегральной составляющей:

$$K_I = K_P \omega_0 = 1,07 \times 0,143 = 0,154.$$

4. Из формулы (12) вычисляется значение коэффициента при дифференциальной составляющей:

$$K_D = \frac{K_I}{\omega_c^2} + \frac{\sin \theta}{\omega_c |W_H(j\omega_c)|} = \frac{0,16}{6,28^2} + \frac{0,88}{6,28 \cdot 0,56} = 0,23.$$

На основании выполненных расчетов проведем моделирование в среде Matlab/Simulink системы управления с объектом, описанным уравнением (16) с заданными параметрами, и ПИД-регулятором, имеющим рассчитанные коэффициенты.

Модель такой системы для оценки времени переходного процесса и его качества представлена на рисунке 5.

Результаты моделирования представлены на рисунке 6, где показана реакция системы (переходная характеристика) на ступенчатый входной сигнал.

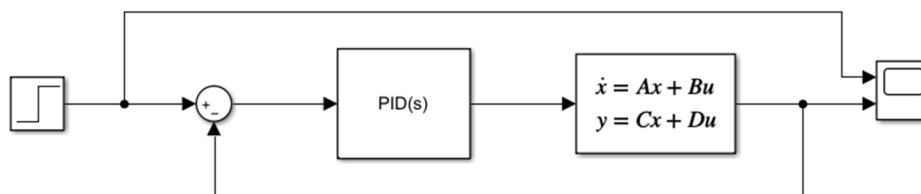


Рисунок 5 – Модель системы для оценки ее быстродействия и запаса устойчивости

Figure 5 – A model of the system for evaluating its performance and stability margin

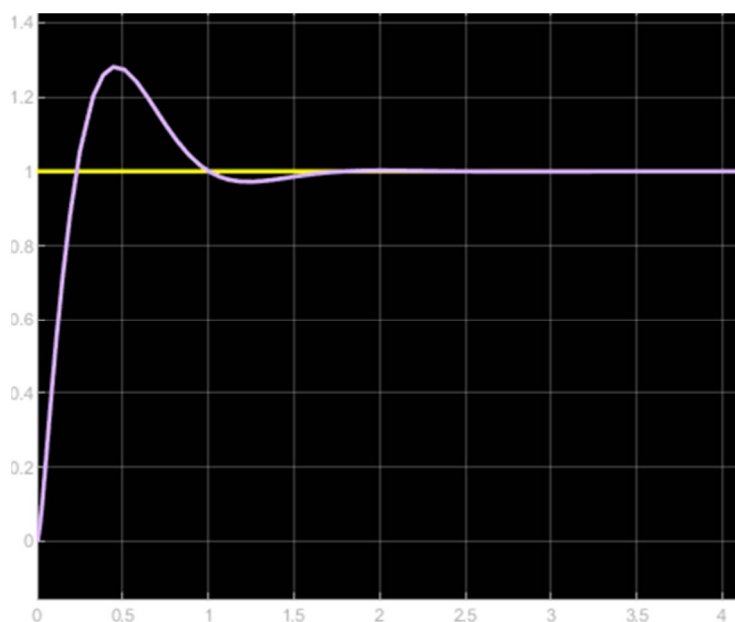


Рисунок 6 – Реакция системы при ступенчатом входном сигнале
Figure 6 – System response at step input signal

По полученной характеристике можно оценить быстродействие по времени переходного процесса на уровне 2 % от задающего воздействия, которое составляет 1,4 секунд, что соответствует заданному значению $t_{\pi} = 1,4$ с. Величина перерегулирования, равная 24 % показывает, что запас устойчивости системы является допустимым (10...30 %) и соответствует запасу устойчивости по фазе $\gamma = 50^\circ$ [9].

Модель системы для определения точности регулирования показана на рисунке 7. По ней определяется ошибка регулирования в системе на эквивалентное гармоническое воздействие вида $g(t) = 1000 \sin 0,1t$, обеспечивающее заданные требования к предельным значениям такого воздействия по скорости $\Omega_{l\max} = 100 \text{ c}^{-1}$ и ускорению $\varepsilon_{l\max} = 10 \text{ c}^{-2}$.

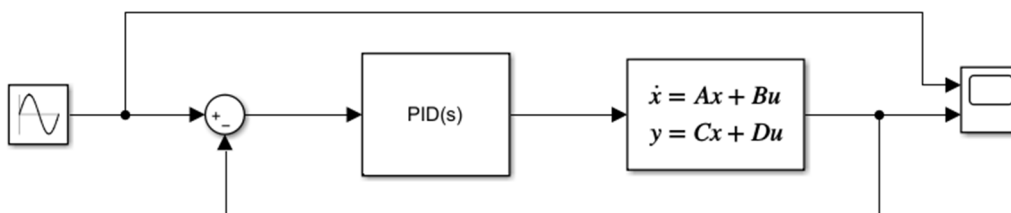


Рисунок 7 – Модель системы для оценки ее точности
Figure 7 – A model of the system for evaluating its accuracy

Результаты моделирования представлены на рисунке 8, где в выделенной области верхний график соответствует реакции системы, а нижний – задающему гармоническому воздействию. Как видно из этого рисунка, установившаяся ошибка на задающее воздействие также будет изменяться по гармоническому закону. Ее предельное значение, примерно равное 0,8, отвечает требованию по точности, так как такая ошибка не превышает заданной величины $e_{\max} = 1$.

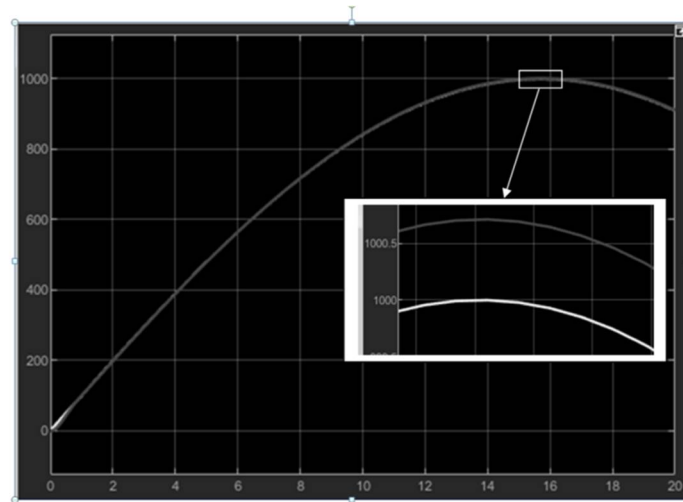


Рисунок 8 – Реакция системы на синусоидальное задающее воздействие
Figure 8 – System response to sinusoidal driving force

Заключение

Рассмотрен подход к синтезу ПИД-регуляторов, основанный на использовании предложенной аналитико-графической модели системы управления. Показано, что с помощью методов, основанных на анализе частотной передаточной функции объекта и желаемой ЛАЧХ системы, можно определить параметры регулятора, позволяющего реализовать эффективное управление техническим объектом для обеспечения заданных требований к качеству системы. Результаты моделирования подтвердили работоспособность регулятора, синтезированного по предложенной в работе методике. Полученные в работе материалы можно использовать для разработки базы правил нечеткой модели [2], что позволит использовать нейронную сеть для адаптации системы к изменениям параметров объекта управления или внешних условий. При этом обучающими будут являться данные с классического ПИД-регулятора, а проверочными – данные с нечеткого регулятора

Библиографический список

1. Денисенко В. ПИД-регуляторы: вопросы реализации // Современные технологии автоматизации. 2008. № 1. С. 86-99.
2. Игнатьев В.В., Спиридонов О.Б., Курейчик В.М., Ковалев А.В., Игнатьева А.С. Метод гибридного управления в интеллектуальных системах на основе ПИД и ПИД-FUZZY-регуляторов // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2017. № 62. С. 110-116.
3. Бобиков А.И., Сурков И.И. Нейросетевое управление скоростью двигателя постоянного тока // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2015. № 52. С. 105-112.
4. Antsaklis P.J. Guest Ed. Special Issue on Neural Networks in Control Systems, IEEE Control System Magazine, vol. 12 no. 2 (1992), pp. 8-57.
5. Михайленко В.С., Ложечников В.Ф. Методы настройки нечёткого адаптивного ПИД-регулятора // Автоматика. Автоматизация. Электротехнические комплексы и системы. 2009. № 2 (24).
6. Бобиков А.И. Интеллектуальные системы управления. Проектирование нечетких ПИД-контроллеров и нечеткой обратной связи, нейронные сети. Рязань: РГРТУ, 2008.
7. Бобиков А.И., Бубнова Т.С. Управление неустойчивыми объектами и объектами с интегратором при помощи непрерывного иммунного ПИД-регулятора // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2015. № 52. С. 105-112.
8. Филлипс Ч., Харбор Р. Системы управления с обратной связью. М.: Лаборатория базовых знаний, 2001. 616 с.
9. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического управления. М.: Наука, 2003. 567 с.
10. Phillips C.L, Harbor R.D. Feedback Control Systems. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 2000. 683 p.

UDC 681.515:004.942

ANALYTICAL AND GRAPHICAL MODELING OF CONTROL SYSTEMS BASED ON PID CONTROLLERS

S. V. Skvortsov, Dr. Sc. (Tech.), full professor, RSREU, Ryazan, Russia;
orcid.org/0000-0001-9495-4953, e-mail: s.v.skvor@gmail.com

V. I. Khryukin, Ph. D. (Tech.), associate professor, RSREU, Ryazan, Russia;
orcid.org/0000-0002-7736-115X, e-mail: vi_x@mail.ru

T. S. Skvortsova, Ph. D. (Tech.), lecturer, Academy of the FPS of Russia, Ryazan, Russia;
orcid.org/0000-0001-7504-5973, e-mail: t.s.skvortsova@yandex.ru

*An analytical model of a control system based on PID controller is considered, for which the limited application associated with the inability to meet all requirements for system quality is shown. To eliminate these disadvantages, the authors propose to additionally use a graphical model based on desired logarithmic amplitude-frequency response of the system. **The aim of the work** is to develop an analytical and graphical model that allows combining the advantages of formalized and non-formalized approaches to the design of modern control systems for technical objects. A technique for parametric synthesis of PID controller, based on this model, has been developed that provides specified requirements for the system in terms of accuracy, speed and quality of transients. The application of the proposed technique is shown on the example of synthesizing a control system for an unstable technical object. The simulation results in Matlab/Simulink environment confirm the possibility of practical implementation of such a control system that provides the specified requirements.*

Keywords: technical object control, PID controller synthesis, analytical and graphical model, frequency transfer function, logarithmic amplitude-frequency response.

DOI: 10.21667/1995-4565-2024-87-78-89

References

1. **Denisenko V.** PID-reguljatory: voprosy realizacii. *Sovremennye tehnologii avtomatizacii*. 2008, no. 1, pp. 86-99 (in Russian).
2. **Ignat'ev V.V., Spiridonov O.B., Kurejchik V.M., Kovalev A.V., Ignat'eva A.S.** Metod gibridnogo upravlenija v intellektual'nyh sistemah na osnove PID i PID-FUZZY-reguljatorov. *Vestnik Rjazanskogo gosudarstvennogo radiotekhnicheskogo universiteta*. 2017, no. 62, pp. 110-116 (in Russian).
3. **Bobikov A.I., Surkov I.I.** Nejrosetevoe upravlenie skorost'ju dvigatelja postojannogo toka. *Vestnik Rjazanskogo gosudarstvennogo radiotekhnicheskogo univer-siteta*. 2015, no. 52, pp. 105-112 (in Russian).
4. **Antsaklis P.J. Guest Ed.** Special Issue on Neural Networks in Control Systems, *IEEE Control System Magazine*, vol. 12 no. 2 (1992), pp. 8-57.
5. **Mihajlenko V.S., Lozhechnikov V.F.** Metody nastrojki nechjotkogo adaptivnogo PID-reguljatora. *Avtomatika. Avtomatizacija. Jelektrotehnicheskie komplekxy i sistemy*. 2009, no. 2 (24) (in Russian).
6. **Bobikov A.I.** *Intellektual'nye sistemy upravlenija. Proektirovanie nechetkih PID-kontrollerov i nechetkoj obratnoj svyazi, nejronnye seti.* (Intelligent Control Systems. Design of Fuzzy PID Controllers and Fuzzy Feedback, Neural Networks.), Rjazan', RGRTU, 2008. (in Russian).
7. **Bobikov A.I., Bubnova T.S.** Upravlenie neustojchivymi ob#ektami i ob#ektami s integratorom pri pomoshhi nepreryvnogo immunnogo PID-reguljatora. *Vestnik Rjazanskogo gosudarstvennogo radiotekhnicheskogo universiteta*. 2015, no. 52, pp. 105-112 (in Russian).
8. **Fillips Ch., Harbor R.** *Sistemy upravlenija s obratnoj svjaz'ju.* (Feedback Control Systems), Moscow, Laboratorija bazovyh znaniy, 2001, 616 p. (in Russian).
9. **Besekerskij V.A., Popov E.P.** *Teorija sistem avtomaticheskogo upravlenija.* (Theory of Automatic Control Systems), Moscow, Nauka, 2003, 567 p. (in Russian).
10. **Phillips C.L., Harbor R.D.** *Feedback Control Systems.* Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 2000. 683 p.