

УДК 621.396

РАСЧЕТ ПЛОТНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ОЦЕНОК КОЭФФИЦИЕНТОВ ПОЛИНОМА В МЕТОДЕ НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

В. А. Белокуров, д.т.н., профессор кафедры РТС РГРТУ, Рязань, Россия;
orcid.org/0000-0002-8893-550X, e-mail: belokurov.v.a@rsreu.ru

Ч. К. Нгуен, аспирант кафедры РТС РГРТУ, Рязань, Россия;
orcid.org/0009-0004-7370-6482, e-mail: trongquang3883686@gmail.com

Рассмотрены вопросы расчёта плотности распределения вероятностей коэффициентов полинома, которые получены при помощи метода наименьших квадратов. Целью работы является аналитический вывод законов распределения вероятностей оценок коэффициентов полинома, которые могут быть рассчитаны на основе использования метода наименьших квадратов. Аналитический вид плотностей распределения вероятностей данных коэффициентов необходим для вычисления порога обнаружения при обнаружении сигналов на фоне нестационарного шума. В работе приводятся аналитические выражения соответствующих плотностей распределения вероятностей. С целью определения достоверности полученных результатов проведено имитационное моделирование, в рамках которого получены соответствующие гистограммы, которые используются в критерии согласия χ^2 . Статистика, соответствующая χ^2 , при уровне значимости 0,05 равна 5,42 и 6,92, соответственно.

Ключевые слова: плотность распределения вероятностей, метод наименьших квадратов, коэффициенты полинома.

DOI: 10.21667/1995-4565-2024-89-12-20

Введение

Обнаружение отражённых сигналов происходит на фоне шума путем сравнения результатов накопления с порогом обнаружения [1]. Порог обнаружения является адаптивным, что необходимо для поддержания постоянного уровня ложных тревог (ПУЛТ). Данное свойство является одним из основных для любого обнаружителя и задаётся в требованиях технического задания на разработку. Требование ПУЛТ, предъявляемое к обнаружителю отраженных сигналов, также влияет и на дальнейшую обработку [2]. В частности, при вычислении отношения правдоподобия трасс на этапе вторичной обработки радиолокационной информации учитывается параметр, который называется частотой появления ложных отметок. Данный параметр однозначно связан с вероятностью ложной тревоги, которая, в свою очередь, связана с порогом обнаружения.

Порог в алгоритме обнаружения, реализующем ПУЛТ, вычисляется для каждого элемента разрешения радиолокационной системы [3] в соответствии с оценённым значением дисперсии шума, на фоне которого происходит обнаружение. При этом для оценки дисперсии шума используются элементы разрешения, которые окружают исследуемый элемент разрешения и формируют «скользящее» окно. Алгоритм вычисления оценки дисперсии шума основан на знании плотности распределения вероятностей (ПРВ) отсчётов, входящих в «скользящее» окно. Данная ПРВ вычисляется на основе знания ПРВ отсчётов шума на входе обнаружителя и правил преобразования данных отсчётов в обнаружителе. Соответствующие правила определяются в результате статистического синтеза обнаружителя.

Непосредственно порог обнаружения вычисляется на основе использования критерия Неймана – Пирсона и знания ПРВ статистики на выходе обнаружителя при гипотезе H_0 . В случае если флуктуации амплитуды отражённого сигнала описываются законом распределе-

ния вероятностей Релея, то порог обнаружения пропорционален оценке дисперсии шума, умноженной на константу, связанную с вероятностью ложной тревоги [4]. Данный способ формирования порога обнаружения в отечественной научной литературе называется [5] УС-ПУЛТ (усреднение – постоянный уровень ложной тревоги), а в зарубежной [6] – CA-CFAR. В случае если обнаружение происходит на фоне шума, среднее значение которого меняется в пределах «скользящего» окна, то эффективность УС-ПУЛТ снижается [7].

Для устранения влияния изменения среднего уровня шума на эффективность УС-ПУЛТ целесообразно включение в алгоритмы обнаружения блоков, которые реализуют вычисление оценок параметров шума. Полученные оценки в последующем используются для компенсации данного изменения.

При решении задач оценивания неизвестных параметров используются различные подходы [8], выбор которых определяется уровнем привлекаемой априорной информации об искомом векторе оцениваемых параметров и ошибках измерений. В теории оценивания одним из методов, который не требует привлечения информации о ПРВ отсчётов, является метод наименьших квадратов (МНК).

Компенсация величины среднего значения уровня шума путем включения в алгоритмы ПУЛТ оценок МНК приводит к изменению ПРВ отсчётов шума на входе порогового устройства.

Таким образом, целью данной работы является аналитическое вычисление ПРВ коэффициентов полинома, который используется с целью аппроксимации среднего уровня шума в «скользящем» окне.

Теоретическая часть

Рассмотрим РЛС непрерывного излучения АWR1648. Обработка отражённого сигнала осуществляется в обнаружителе, структурная схема которого показана на рисунке 1.

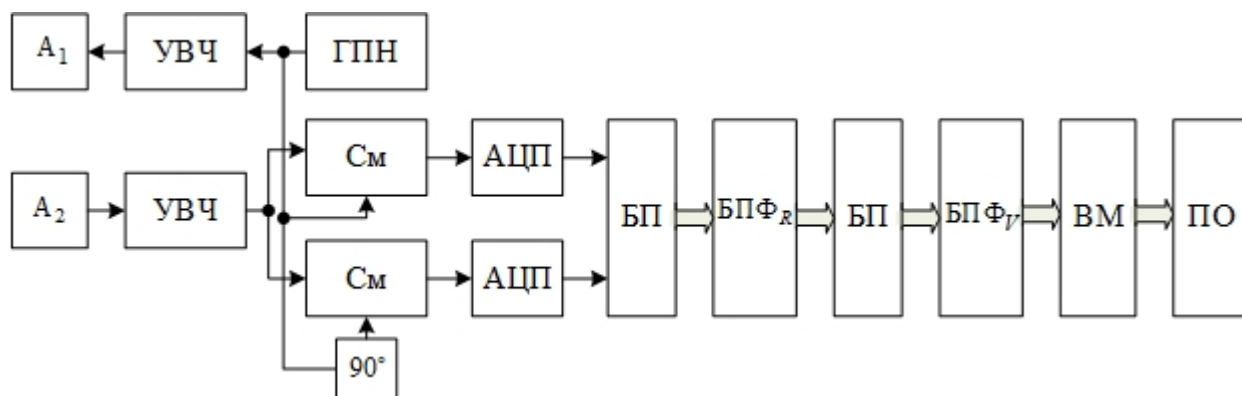


Рисунок 1 – Структура обнаружителя отражённых сигналов в РЛС с непрерывным излучением
Figure 1 – Structure of reflected signals detector in continuous-wave radar

На рисунке 1 обозначены: A_1, A_2 – передающая и приемная антенны; ГПН – генератор пилообразного напряжения; См – смеситель; БП – блок памяти; БПФ_R – быстрое преобразование Фурье по дальности; БПФ_V – быстрое преобразование Фурье по скорости; ПО – пороговая обработка; ВМ – вычисление модуля комплексных отсчётов; АЦП – аналого-цифровое преобразование; УВЧ – усилитель высокой частоты.

Первое БПФ выполняется в пределах периода модуляции, т.е. данное преобразование выполняет внутрипериодную обработку и определяет число каналов по дальности N_R . Второе БПФ выполняется над результатами первого БПФ, т.е. реализует межпериодную обработку и определяет число каналов по скорости. Число точек первого БПФ равно 128, второго БПФ – 128. Высота установки РЛС – 1 м.

На рисунке 2 показан спектр отражений от подстилающей поверхности в нулевом канале по скорости.

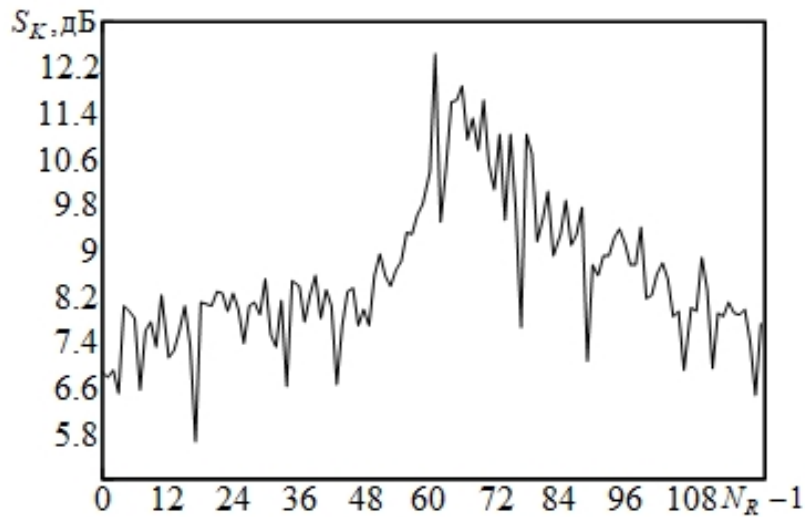


Рисунок 2 – Амплитудный спектр отражённого сигнала в нулевом канале по скорости
Figure 2 – Amplitude spectrum of reflected signal in zero speed channel

На данном рисунке обозначено: N_R – число каналов по дальности. Данная зависимость представляет собой модули отсчётов на выходе второго БПФ, т.к. БПФ комплексное, то отсчеты с номерами от 0 до $0,5N_R - 1$ соответствуют отрицательными частотам. С учетом того, что в частотном методе измерения информация о дальности до цели содержится в частоте биений, каналы с номерами 0 до $0,5N_R - 1$ не имеют физического смысла.

Для обнаружения целей используются каналы с номерами от $0,5N_R$ до $N_R - 1$. Частотный канал с номером $N_R - 1$ соответствует максимальной дальности.

Аппроксимируем отсчёты амплитуды y_j j -го канала на входе ПО в пределах «скользящего» окна полиномом первого порядка:

$$b \cdot x_j + c, \quad (1)$$

где b, c – параметры, которые необходимо оценить; $j = 1 \dots M$; M – размер скользящего окна; $x_j = j$ – порядковые номера каналов, входящих в «скользящее» окно.

Введение данной аппроксимации предназначено для компенсации нестационарности среднего значения шума в пределах «скользящего» окна:

$$y_j - (b \cdot x_j + c).$$

При этом предполагается, что в пределах «скользящего» окна среднее значение шума меняется по закону, близкому к линейному.

Оценка коэффициентов [9] $\hat{b}$ и $\hat{c}$ определяется выражениями (2) и (3) соответственно:

$$\hat{b} = \sum_{j=1}^M \left\{ y_{j-1} \cdot \left(\left(M \cdot j - \sum_{i=1}^M i \right) \left(M \cdot \sum_{i=1}^M i^2 - \left(\sum_{i=1}^M i \right)^2 \right)^{-1} \right) \right\}, \quad (2)$$

$$\hat{c} = \sum_{j=1}^M \left\{ y_{j-1} \cdot \left(\left(\sum_{i=1}^M i^2 - j \cdot \sum_{i=1}^M i \right) \left(M \cdot \sum_{i=1}^M i^2 - \left(\sum_{i=1}^M i \right)^2 \right)^{-1} \right) \right\}. \quad (3)$$

Учитывая, что $\sum_{i=1}^M i = \frac{M(M+1)}{2}$ и $\sum_{i=1}^M i^2 = \frac{M(M+1)(2M+1)}{6}$, выражения (2) и (3) могут

быть переписаны следующим образом:

$$\hat{b} = \sum_{j=1}^M \left\{ y_{j-1} \cdot \left[6 \cdot (2j - M - 1) \cdot (M(M^2 - 1))^{-1} \right] \right\}, \quad (4)$$

$$\hat{c} = \sum_{j=1}^M \left\{ y_{j-1} \cdot \left[2 \cdot (2M + 1 - 3j) \cdot (M(M - 1))^{-1} \right] \right\}. \quad (5)$$

Вычисление плотности распределения вероятностей коэффициентов полинома

Для вычисления закона распределения вероятностей оценки коэффициента $\hat{b}$ необходимо:

а) определить ПРВ отсчетов y_{j-1} ;

б) найти ПРВ случайной величины, подвергнутой линейному преобразованию $z_{j-1} = a_j \cdot y_{j-1}$, где

$$a_j = 6 \cdot (2j - M - 1) \cdot (M(M^2 - 1))^{-1} \text{ при вычислении оценки } \hat{b},$$

$$a_j = 2 \cdot (2M + 1 - 3j) \cdot (M(M - 1))^{-1} \text{ при вычислении оценки } \hat{c};$$

в) найти закон распределения вероятностей суммы случайных величин, описываемых выражениями (4), (5).

В работе [1] показано, что ПРВ отсчетов y_{j-1} при гипотезе H_0 является экспоненциальной. Плотность распределения вероятности $p_{y_{j-1}}(y)$ имеет вид:

$$p_{y_{j-1}}(y) = \frac{1}{\sigma_{w_{j-1}}^2} \exp\left(\frac{-y}{\sigma_{w_{j-1}}^2}\right), \quad (6)$$

где $\sigma_{w_j}^2$ – дисперсия шума $(j-1)$ -го отсчёта выборки.

В работе [9] показано, что ПРВ случайной величины $z_j = a_j \cdot y_{j-1}$ имеет вид:

$$p_{z_j}(z) = \left| \frac{1}{a_j} \right| \cdot p_{y_{j-1}}\left(\frac{1}{a_j} \cdot z\right) = \left| \frac{1}{a_j} \right| \cdot \frac{1}{\sigma_{w_{j-1}}^2} \cdot \exp\left(\frac{-z}{a_j \cdot \sigma_{w_{j-1}}^2}\right). \quad (7)$$

Согласно выражению (7) в случае, если $a_j > 0$, случайная величина z_j также имеет экспоненциальную ПРВ с коэффициентом масштаба $(a_j \cdot \sigma_{w_{j-1}}^2)^{-1}$.

В работе [9] представлено аналитическое выражение для плотности распределения вероятности суммы независимых экспоненциальных случайных величин с попарно различными коэффициентами масштаба, большими нуля. Использование данного выражения для вычисления ПРВ оценок коэффициентов $\hat{b}, \hat{c}$ затруднительно, т.к. часть коэффициентов a_j в выражениях (4), (5) положительная, а другая часть – отрицательная.

Найдём порядковый номер j -го элемента входной выборки, при котором коэффициент a_j в выражении (4) больше нуля, т.е. $6 \cdot (2j - M - 1) \cdot (M(M^2 - 1))^{-1} > 0$. Неравенство выполняется в случае выполнения условия: $j > 0,5(M - 1)$. С учётом данного условия выражение (4) можно представить в виде:

$$\hat{b} = \sum_{j=M1+1}^M \left\{ y_{j-1} \cdot \left[\frac{6 \cdot (2j - M - 1)}{M(M^2 - 1)} \right] \right\} + \sum_{j=1}^{M1} \left\{ y_{j-1} \cdot \left[\frac{6 \cdot (2j - M - 1)}{M(M^2 - 1)} \right] \right\}, \quad (8)$$

где $M1 = [0,5(M - 1)]$ – наибольшее целое число, меньшее или равное $0,5(M + 1)$. В выражении (8) первое слагаемое представляет собой сумму случайных величин с экспоненциальной

ПРВ и положительным коэффициентом масштаба, второе слагаемое представляет собой сумму случайных величин с экспоненциальной ПРВ и отрицательным коэффициентом масштаба. Кроме того, учитывая, что случайные величины $\{y_{j-1}\}_{j=1}^M$ всегда больше нуля, то каждое произведение во второй сумме в выражении (8) меньше нуля.

Вынесем за знак второй суммы в выражении (8) знак минус. Тогда выражение для оценки коэффициента $\hat{b}$ может быть представлено в виде:

$$\hat{b} = \sum_{j=M1+1}^M \left\{ y_{j-1} \cdot \left[\frac{6 \cdot (2j - M - 1)}{M(M^2 - 1)} \right] \right\} - \sum_{j=1}^{M1} \left\{ y_{j-1} \cdot \left[\frac{|6 \cdot (2j - M - 1)|}{M(M^2 - 1)} \right] \right\}. \quad (9)$$

Учитывая, что $|6 \cdot (2j - M - 1)| > 0$ для всех $j = 1 \dots M1$, вторую сумму в выражении (9) представим в виде суммы случайных величин с экспоненциальной ПРВ и положительным коэффициентом масштаба. Это позволяет использовать для нахождения ПРВ второй суммы в выражении (9) известное аналитическое выражение для плотности распределения вероятностей суммы независимых экспоненциальных случайных величин с попарно различными коэффициентами масштаба, которые больше нуля. Найдя аналитические выражения для ПРВ первой и второй сумм в выражении (9), ПРВ случайной величины $\hat{b}$ определим в соответствии с правилом нахождения ПРВ разности двух случайных величин.

Аналогично для оценки коэффициента $\hat{c}$ в выражении (5) найдём условие выполнения неравенства $2 \cdot (2M + 1 - 3j) \cdot (M(M - 1))^{-1} > 0$. Данное неравенство выполняется при условии $j < \frac{1}{3}(2M + 1)$. С учетом последнего замечания, а также рассуждений, используемых при вычислении выражения (9), выражение (5) можем представить в виде:

$$\hat{c} = \sum_{j=1}^{M2} \left\{ y_{j-1} \cdot \left[\frac{2 \cdot (2M + 1 - 3j)}{M(M - 1)} \right] \right\} - \sum_{j=M2+1}^M \left\{ y_{j-1} \cdot \left[\frac{|2 \cdot (2M + 1 - 3j)|}{M(M - 1)} \right] \right\}, \quad (10)$$

где $M2 = \frac{2M + 1}{3}$ – наибольшее целое число, меньшее или равное $\frac{2M + 1}{3}$.

Введём следующие обозначения:

$$\lambda_j = \left[\frac{6 \cdot (2j - M - 1)}{M(M^2 - 1)} \cdot \sigma_{w_{j-1}}^2 \right]^{-1}, \quad (11)$$

$$\alpha = \sum_{j=M1+1}^M \left\{ y_{j-1} \cdot \left[\frac{6 \cdot (2j - M - 1)}{M(M^2 - 1)} \right] \right\}, \beta = \sum_{j=1}^{M1} \left\{ y_{j-1} \cdot \left[\frac{|6 \cdot (2j - M - 1)|}{M(M^2 - 1)} \right] \right\}. \quad (12)$$

С учетом выражений (9), (12) оценка коэффициента $\hat{b}$ может быть представлена в виде:

$$\hat{b} = \alpha - \beta. \quad (13)$$

Для аналитического вычисления ПРВ оценки коэффициента $\hat{b}$ необходимо вычислить ПРВ случайных величин α и β .

С учетом выражений (4), (8), (11) плотность распределения вероятностей случайных величин $h_{j-1} = y_{j-1} \cdot \left[6 \cdot (2j - M - 1) \cdot (M(M^2 - 1))^{-1} \right]$ имеет следующий вид:

$$p_{h_{j-1}}(t) = \left[6 \cdot (2j - M - 1) \right]^{-1} \cdot \left[M(M^2 - 1) \right] \cdot \frac{1}{\sigma_{w_{j-1}}^2} \cdot \exp \left\{ \frac{-t}{\sigma_{w_{j-1}}^2} \cdot \left[6 \cdot (2j - M - 1) \right]^{-1} \cdot \left[M(M^2 - 1) \right] \right\}, \quad (14)$$

$$p_{h_{j-1}}(t) = |\lambda_j| \cdot \exp(-\lambda_j \cdot t). \quad (15)$$

С учётом выражения, которое описывает плотность распределения вероятностей суммы независимых случайных величин, имеющих экспоненциальную ПРВ с попарно различными коэффициентами масштаба, а также с учётом выражений (11), (12) плотности распределения вероятностей случайных величин α и β имеют вид:

$$p_\alpha(x) = \left\{ \prod_{j=M+1}^M \lambda_j \right\} \cdot \sum_{j=M+1}^M \left[\exp(-\lambda_j \cdot x) \left(\prod_{\substack{k=M+1 \\ k \neq j}}^M (\lambda_k - \lambda_j) \right)^{-1} \right], \quad (16)$$

$$p_\beta(y) = \left\{ \prod_{j=1}^{M1} |\lambda_j| \right\} \cdot \sum_{j=1}^{M1} \left[\exp(-|\lambda_j| \cdot y) \left(\prod_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^{M1} (|\lambda_k| - |\lambda_j|) \right)^{-1} \right].$$

Плотность распределения вероятностей разности двух случайных величин α и β имеет вид [5]:

$$p_{\alpha-\beta}(z) = \int_0^\infty p_\alpha(z+y) \cdot p_\beta(y) dy \quad \text{при } z > 0, \quad (17)$$

$$p_{\alpha-\beta}(z) = \int_{-z}^\infty p_\alpha(z+y) \cdot p_\beta(y) dy \quad \text{при } z < 0. \quad (18)$$

После соответствующих преобразований в выражениях (17), (18) ПРВ коэффициента $\hat{b}$ имеет вид:

$$p_{\hat{b}}(z) = \left\{ \prod_{i=1}^M |\lambda_i| \right\} \sum_{j1=M+1}^M \sum_{j2=1}^{M1} \left\{ \frac{\exp(-z \cdot \lambda_{j1})}{\lambda_{j1} + |\lambda_{j2}|} \left(\prod_{\substack{k=M+1 \\ k \neq j1}}^M (\lambda_k - \lambda_{j1}) \right)^{-1} \left(\prod_{\substack{k=1 \\ k \neq j2}}^{M1} (|\lambda_k| - |\lambda_{j2}|) \right)^{-1} \right\} \quad \text{при } z > 0, \quad (19)$$

$$p_{\hat{b}}(z) = \left\{ \prod_{i=1}^M |\lambda_i| \right\} \sum_{j1=M+1}^M \sum_{j2=1}^{M1} \left\{ \frac{\exp(z \cdot |\lambda_{j2}|)}{\lambda_{j1} + |\lambda_{j2}|} \left(\prod_{\substack{k=M+1 \\ k \neq j1}}^M (\lambda_k - \lambda_{j1}) \right)^{-1} \left(\prod_{\substack{k=1 \\ k \neq j2}}^{M1} (|\lambda_k| - |\lambda_{j2}|) \right)^{-1} \right\} \quad \text{при } z < 0. \quad (20)$$

Введём следующее обозначение:

$$\lambda'_k = \left\{ [2 \cdot (2M+1-3j)] \cdot [M(M-1)]^{-1} \cdot \sigma_{u_{k-1}}^2 \right\}^{-1}. \quad (21)$$

Производя аналогичные преобразования, выражение для ПРВ оценки коэффициента $\hat{c}$ имеет вид:

$$p_{\hat{c}}(z) = \left\{ \prod_{i=1}^M |\lambda'_i| \right\} \sum_{j1=1}^{M2} \sum_{j2=M2+1}^M \left\{ \frac{\exp(-z \cdot \lambda'_{j1})}{\lambda'_{j1} + |\lambda'_{j2}|} \cdot \frac{1}{\prod_{\substack{k=1 \\ k \neq j1}}^{M2} (\lambda'_k - \lambda'_{j1})} \cdot \frac{1}{\prod_{\substack{k=M2+1 \\ k \neq j2}}^M (|\lambda'_k| - |\lambda'_{j2}|)} \right\} \quad \text{при } z > 0, \quad (22)$$

$$p_{\hat{c}}(z) = \left\{ \prod_{i=1}^M |\lambda'_i| \right\} \sum_{j1=1}^{M2} \sum_{j2=M2+1}^M \left\{ \frac{\exp(z \cdot |\lambda'_{j2}|)}{\lambda'_{j1} + |\lambda'_{j2}|} \cdot \frac{1}{\prod_{\substack{k=1 \\ k \neq j1}}^{M2} (\lambda'_k - \lambda'_{j1})} \cdot \frac{1}{\prod_{\substack{k=M2+1 \\ k \neq j2}}^M (|\lambda'_k| - |\lambda'_{j2}|)} \right\} \quad \text{при } z < 0. \quad (23)$$

Результаты моделирования

С целью подтверждения полученных результатов (19) – (23) проведено имитационное моделирование, которое заключается в следующем:

1. На первом этапе формируются независимые случайные величины $\{y_j\}_{j=1}^M$. ПРВ каждого отсчета y_j описывается выражением (6). Размер «скользящего» окна $M = 64$.

2. На втором этапе к отсчетам $\{x_j\}_{j=1}^M$ аддитивно добавляется случайный линейный тренд в каждом опыте.

3. На третьем этапе осуществляется оценка коэффициентов $\hat{b}$, $\hat{c}$ согласно выражениям (9), (10) соответственно.

На основе полученных оценок $\hat{b}$, $\hat{c}$ вычисляются гистограммы. На рисунках 3, 4 показаны ПРВ $p_{\hat{b}}(z)$, $p_{\hat{c}}(z)$ оценок коэффициентов $\hat{b}$, $\hat{c}$, которые определяются на основе выражений (19) – (23).

На рисунках 3, 4 пунктирная линия – плотность распределения вероятностей оценок коэффициентов $\hat{b}, \hat{c}$ $p_{\hat{b}}(z)$ и $p_{\hat{c}}(z)$, рассчитанных при помощи выражений (19), (20), (22), (23).

Сплошная линия на данных рисунках соответствует гистограммам оценок параметров $\hat{b}$ и $\hat{c}$. Анализ зависимостей позволяет качественно оценить степень близости ПРВ, вычисленных с помощью выражений (19), (20), (22), (23) и гистограмм распределения оценок параметров $\hat{b}$ и $\hat{c}$.

Для количественного анализа близости гистограмм и плотностей распределения вероятностей $p_{\hat{b}}(z)$, $p_{\hat{c}}(z)$, воспользуемся критерием согласия χ^2 [9].

Статистика критерия χ^2 при определении закона распределения вероятностей оценок коэффициентов $\hat{b}, \hat{c}$ равна $\chi^2 = 5,42$ и $\chi^2 = 6,92$ соответственно. При уровне значимости 0,05 критическое значение статистики $\chi_{кр}^2 = 10,67$. Полученные значения статистик χ^2 меньше критического значения, что позволяет сделать вывод, что плотности распределения вероятностей оценок коэффициентов $\hat{b}, \hat{c}$ соответствуют предполагаемым, описываемым выражениями (19), (20) и (21), (22).

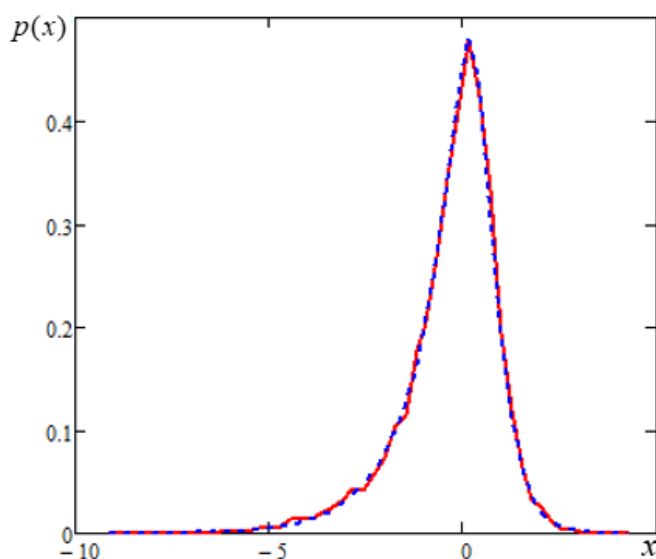


Рисунок 3 – Плотность распределения вероятностей и гистограмма оценки параметра $\hat{b}$

Figure 3 – Probability density function and parameter $\hat{b}$ distribution histogram

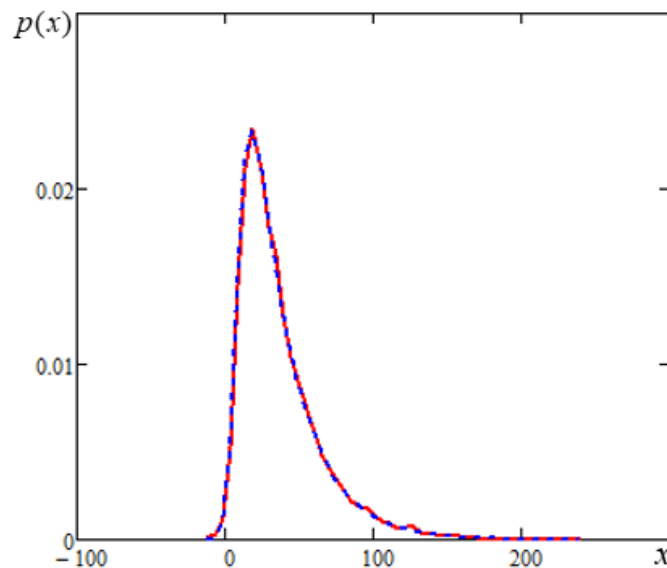


Рисунок 4 – Плотность распределения вероятностей и гистограмма оценки параметра $\hat{c}$
Figure 4 – Probability density function and parameter $\hat{c}$ distribution histogram

Заключение

Таким образом, в данной работе представлены результаты вычисления аналитических выражений ПРВ оценок коэффициентов полинома, который используется с целью аппроксимации изменения среднего уровня шума в пределах «скользящего» окна. Проведено имитационное моделирование, в рамках которого использован критерий согласия χ^2 для определения меры схожести аналитических ПРВ и гистограмм, описывающих распределение вероятностей оценок коэффициентов полинома. Вычисленные значения статистик критерия χ^2 равны 5,42 и 6,92.

Полученные в рамках данной работы результаты могут быть использованы при нахождении аналитических выражений, которые определяют, в соответствии с критерием Неймана-Пирсона, порог обнаружения объекта при работе на фоне шума, среднее значение которого меняется в пределах «скользящего» окна.

Библиографический список

1. Бакулев П.А. Радиолокационные системы. М.: Радиотехника. 2004. 320 с.
2. Skolnik M. Introduction to radar system. N.Y.: Press. 2020. 784 p.
3. Mark A. Richards. Fundamentals of Radar Singnal Processing. McGrow Hill Education. 2014, 894 p.
4. Elias-Fuste A.R. Analysis of some modified ordered statistic CFAR: OSGO and OSSO CFAR // IEEE Transactions on aerospace and electronic system. 1990. Vol. 20. № 1. PP. 196-202.
5. Белокуров В.А., Нгуен Ч.К. Алгоритм стабилизации уровня ложной тревоги с логической обработкой при сегментации сортируемого массива // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2023. № 86. С. 38-41.
6. Steven M. Kay. Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory. Pearson, 1993. 608 p.
7. Белокуров В.А., Нгуен Ч.К. Расчёт параметров схемы стабилизации вероятности ложной тревоги обнаружителя случайных сигналов // Цифровая обработка сигналов. 2023. № 3. С. 27-31.
8. Кошелев В.И., Белокуров В.А. Вычисление порога при межпериодном обнаружении мало-размерной цели // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2011. № 38. С. 31-34.
9. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. М.: Изд-во «Советское радио». 1969. 752 с.

UDK 621.396

CALCULATION OF PROBABILITY DISTRIBUTION DENSITY OF POLYNOMIAL COEFFICIENT ESTIMATES IN THE LEAST SQUARE METHOD

V. A. Belokurov, Dr. Sc. (Tech.), professor, department of radioengineering systems, RSREU, Ryazan;
orcid.org/0000-0002-8893-550X, e-mail: belokurov.v.a@rsreu.ru

Q. T. Nguyen, post-graduate student, department of radioengineering systems, RSREU, Ryazan;
orcid.org/0009-0004-7370-6482, e-mail: trongquang3883686@gmail.com

*The issues of calculating probability distribution density of polynomial coefficients which are obtained using the least squares method, are considered. **The aim of the work** is to derive the distribution laws of polynomial coefficients estimates calculated using the least squares method. The analytical form of probability distribution densities of these coefficients is necessary to calculate a detection threshold when detecting signals against the background of non-stationary noise. The paper provides analytical expressions for corresponding probability distribution densities. In order to determine the reliability of the results obtained, simulation modeling was carried out, within which the corresponding histograms were obtained being used in Chi-square goodness-of-fit test. Test statistics corresponding to the significance level of 0.05 is 5.42 and 6.92, respectively.*

Keyword: probability distribution density, least squares method, polynomial coefficients.

DOI: 10.21667/1995-4565-2024-89-12-20

References

1. **Bakulev P.A.** *Radiolokacionnye sistemy* (Radar system). Moscow: Radiotec. 2004. 320 p. (in Russian).
2. **Skolnik M.** *Introduction to radar system*. N.Y.: Press. 2020. 784 p.
3. **Mark A. Richards.** *Fundamentals of Radar Singnal Processing*. McGrow Hill Education. 2014, 894 p.
4. **Elias-Fuste A.R.** Analysis of some modified ordered statistic CFAR: OSGO and OSSO CFAR. *IEEE Transactions on aerospace and electronic system*. 1990, vol. 20, no. 1, pp. 196-202.
5. **Belokurov V.A., Nguyen Ch.K.** Algoritm stabilizacii urovnya lozhnoj trevogi s logicheskoy obrabotkoj pri segmentacii sortiruемого massiva. *Vestnik Ryazanskogo gosudarstvennogo radiotekhnicheskogo universiteta*. 2023, no. 86, pp. 38-41. (in Russian).
6. **Steven M. Kay.** *Fundamentals of Stastistical Signal Processing: Estimation Theory*. Pearson, 1993. 608 p.
7. **Belokurov V.A., Nguyen Ch.K.** Raschyot parametrov skhemy stabilizacii veroyatnosti lozhnoj trevogi obnaruzhitelya sluchajnyh signalov. *Cifrovaya obrabotka signalov*. 2023, no. 3, pp. 27-31. (in Russian).
8. **Koshelev V.I., Belokurov V.A.** Vychislenie poroga pri mezhpriodnom obnaruzhenii malorazmernoj celi. *Vestnik Ryazanskogo gosudarstvennogo radiotekhnicheskogo universiteta*. 2011, no. 38, pp. 31-34. (in Russian).
9. **Levin B. R.** *Teoreticheskie osnovy statisticheskoy radiotekhniki* (Theoretical foundations of statistical radio engineering). Moscow: Soviet Radio 1969. 752 p. (in Russian).