

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, УПРАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

УДК 004.932

ФИЛЬТРАЦИЯ ЗАШУМЛЕННЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ НА ОСНОВЕ НЕЙРОСЕТЕВОЙ ОБРАБОТКИ ПРОСТРАНСТВЕННО- ОРИЕНТИРОВАННЫХ ДЕРЕВЬЕВ ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Ю. С. Бехтин, д.т.н., профессор кафедры АИТУ РГРТУ, Рязань, Россия;

orcid.org/ 0000-0001-9963-7244, e-mail: yuri.bekhtin@yandex.ru

В. Т. Чинь, аспирант РГРТУ, Рязань, Россия;

orcid.org/ 0009-0007-3697-4797, e-mail: vantoan.vkhk92@gmail.com

Статья посвящена актуальной проблеме подавления шумов в изображениях, полученных с помощью радаров с синтезированной апертурой (РСА). Основное внимание уделяется эффективному подавлению спекл-шума, характерного для данных РСА, при сохранении важных деталей изображения, таких как границы объектов и текстурные особенности. Предлагается новый метод фильтрации, основанный на использовании пространственно-ориентированных деревьев (ПОД) вейвлет-преобразования. Метод предполагает использование рекуррентной нейронной сети с архитектурой долгой краткосрочной памяти, применяемой к последовательностям коэффициентов, извлекаемым из ПОД-структуры, для более точного моделирования зависимостей между уровнями разложения и повышения качества восстановления зашумленного изображения. Экспериментальные исследования, проведенные на синтезированных зашумленных РСА-изображениях, демонстрируют превосходство предложенного подхода по сравнению с традиционными методами фильтрации по объективным и субъективным метрикам.

Ключевые слова: РСА-изображение, вейвлет-преобразование, спекл-шум, пространственно-ориентированные деревья, рекуррентные нейронные сети, долгая краткосрочная память.

DOI: 10.21667/1995-4565-2025-94-114-123

Введение

Радары с синтезированной апертурой (РСА) являются одними из наиболее эффективных средств дистанционного зондирования Земли, обеспечивая получение изображений поверхности с высоким разрешением независимо от погодных условий и уровня освещенности [1, 2]. Способность РСА преодолевать облачные покровы и осадки обуславливает их ключевую роль в различных областях, таких как экологический мониторинг, картографирование, сельское хозяйство и управление последствиями стихийных бедствий. Однако качество изображений, формируемых с использованием РСА, зачастую снижается из-за присутствия специфического шума, известного как спекл-шум. Данный тип шума обусловлен интерференцией когерентных электромагнитных волн, отражённых от поверхности, и характеризуется мультипликативной моделью воздействия на сигнал [3, 4]. Этот шум не только снижает визуальную четкость, но и затрудняет автоматизированную обработку данных, такую как сегментация или классификация объектов. Таким образом, одной из основных задач обработки изображений, полученных с использованием РСА, является разработка эффективных методов повышения качества изображений, направленных на снижение спекл-шума без потери значимых информационных деталей. Традиционные методы подавления спекл-шума, включая пространственные фильтры (например, медианный фильтр, фильтры Ли, Фроста, Куана и др.), а также методы с использованием специфических статистик, не обеспечивают идеального компромисса между степенью подавления шума и сохранением четкости изоб-

ражения [5]. В последние годы значительное внимание уделяется методам фильтрации и восстановления изображений, основанным на вейвлет-преобразовании. Данный подход позволяет эффективно анализировать и обрабатывать изображения на различных масштабных уровнях. Однако традиционные вейвлет-методы часто игнорируют пространственную корреляцию пикселей на разных уровнях разложения, что приводит к появлению артефактов, размыванию границ и потере структурных особенностей, критически важных для интерпретации данных. Для преодоления этих ограничений перспективным направлением становится интеграция вейвлет-анализа с пространственно-ориентированными деревьями (ПОД) – структурами данных, которые организуют коэффициенты вейвлет-преобразования с учетом их геометрической особенности и направленной взаимосвязи. Такие деревья позволяют выделять контуры и однородные области, моделируя иерархические зависимости между вейвлет-коэффициентами в разных масштабах. Это открывает возможности для эффективного подавления шума при одновременном усилении значимых сегментов изображения, что особенно актуально для РСА-изображений, характеризующихся сложной текстурой и низким контрастом.

Целью работы является разработка метода фильтрация зашумленных изображений, полученных с помощью радаров с синтезированной апертурой, на основе обработки ПОД вейвлет-преобразования рекуррентной нейронной сетью с архитектурой долгой краткосрочной памяти.

Постановка задачи

Вейвлет-преобразование представляет собой мощный математический инструмент, предназначенный для анализа сигналов или изображений в различных частотных диапазонах, обеспечивая при этом их локализацию как во временной, так и в пространственной области. Этот метод позволяет декомпозировать изображение на субполосах, соответствующих разным уровням детализации, что делает его особенно эффективным для задач обработки и восстановления изображений. Для выполнения вейвлет-декомпозиции исходных изображений могут использоваться различные типы вейвлет-преобразований. Однако для минимизации вычислительной сложности и обеспечения высокой эффективности обработки наиболее рациональным является применение быстрого вейвлет-преобразования (БВП), широко известного как схема Малла. Алгоритм БВП позволяет существенно сократить время вычислений за счёт иерархической организации операций разложения сигнала по ортогональным вейвлет-базисам. В процессе БВП осуществляется декомпозиция исходного изображения на несколько уровней детализации, каждый из которых включает вейвлет-коэффициенты, соответствующие различным ориентациям: горизонтальной, вертикальной и диагональной [6, 7].

Пространственно-ориентированные деревья (ПОД) вейвлет-коэффициентов – это структуры данных, организующие коэффициенты вейвлет-преобразования с учётом их пространственного расположения в исходном изображении. Они сочетают иерархическую частотную декомпозицию с геометрической локализацией, что делает их эффективными для обработки и анализа многомерных данных. Ключевая идея построения ПОД заключается в том, что вейвлет-коэффициенты, соответствующие одному и тому же пространственному местоположению на различных уровнях декомпозиции, имеют статистическую взаимосвязь. Другими словами, если какой-то элемент изображения имеет заметный признак (например, край, контур), его вейвлет-коэффициенты, соответствующие этому местоположению, будут значительными на нескольких уровнях. Данное свойство позволяет учитывать корреляционные зависимости между масштабами при анализе и фильтрации изображений, что способствует более эффективному подавлению шума и сохранению информативных деталей. Структура ПОД для трехуровневого БВП представлена на рисунке 1. Все вейвлет-коэффициенты упорядочиваются в виде иерархической древовидной структуры, в которой корень дерева (точка 1) соответствует коэффициенту аппроксимации (A3), находящемуся на самом последнем уровне декомпозиции. Каждый узел, представляющий собой вейвлет-коэффициент на

уровне j , имеет потомков на уровне $j-1$. Обычно каждый родительский узел имеет четырех потомков, которые соответствуют четырем коэффициентам следующего уровня. Эти потомки пространственно отображают область, охватываемую родительским узлом, формируя таким образом иерархическую структуру. Точки последнего уровня, или листья, в данной древовидной структуре не имеют потомков [8, 9].

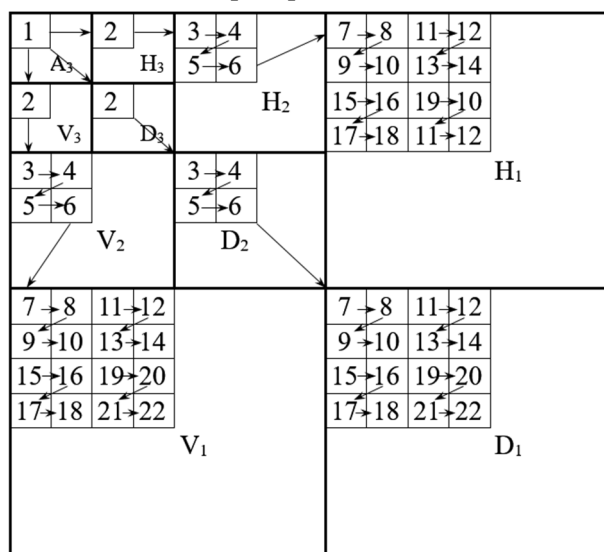


Рисунок 1 – Структура ПОД для трехуровневого БВП

Figure 1 – SOT structure for three-level FWT

Неискажённые (чистые) изображения могут быть описаны как совокупность кусочно-регулярных структур, для которых характерна локальная однородность – то есть плавное изменение значений интенсивности пикселей в пределах однородных текстурных или геометрических регионов. При вейвлет-декомпозиции таких изображений коэффициенты, организованные в рамках ПОД, демонстрируют упорядоченное и монотонное убывание амплитуд по уровням декомпозиции: значимые коэффициенты сосредоточены вблизи особенностей (границ, углов), а в однородных областях они стремятся к нулю плавно, без резких скачков. При добавлении шума кусочно-регулярная структура сигнала нарушается – в однородных областях появляются ложные высокочастотные компоненты, что приводит к хаотичному распределению и аномальному повышению амплитуд вейвлет-коэффициентов в узлах ПОД, нарушая естественный характер их затухания. Следовательно, задача фильтрации шума в вейвлет-области сводится к восстановлению исходного, гладкого и структурированного характера распределения вейвлет-коэффициентов по уровням и ветвям ПОД, что позволяет отделить информативные особенности изображения от шумовой компоненты и тем самым восстановить его кусочно-регулярную структуру.

Теоретическая часть

Нейронные сети (neural network, NN) успешно применяются для шумоподавления изображений, обеспечивая высокое качество восстановления. Обученная сеть принимает на вход зашумлённое изображение и преобразует его в почти неискажённое изображение, минимизируя влияние шума. Это достигается за счёт обучения на парах «зашумлённое - неискажённое» изображения, при котором сеть учится распознавать и подавлять шумовые компоненты, сохраняя важные визуальные детали. Нейронные сети реализуются с различными архитектурами. Существует множество типов нейронных сетей, каждая из которых разработана для решения конкретных типов задач.

В обработке изображений широко используются сверточные нейронные сети (convolutional neural network, CNN). Современные методы шумоподавления изображений, использующие CNN, демонстрируют значительную эффективность. Однако, как правило, они применяются непосредственно в пространственной области или ограничиваются фиксированной

рованными уровнями вейвлет-декомпозиции, что может приводить к неоптимальному использованию корреляционных зависимостей вейвлет-коэффициентов на разных масштабах (уровнях) и, как следствие, к необходимости обучения на больших объемах данных.

Рекуррентные нейронные сети (recurrent neural network, RNN) предназначены для обработки последовательностей данных, где информация может передаваться от одного шага к другому. Однако классические RNN склонны к проблемам исчезающего/взрывающегося градиента, что затрудняет обучение долгосрочных зависимостей. Архитектура долгой краткосрочной памяти (long short-term memory, LSTM) была разработана для преодоления этих ограничений благодаря наличию шлюзов (gates), которые контролируют поток информации через ячейку памяти.

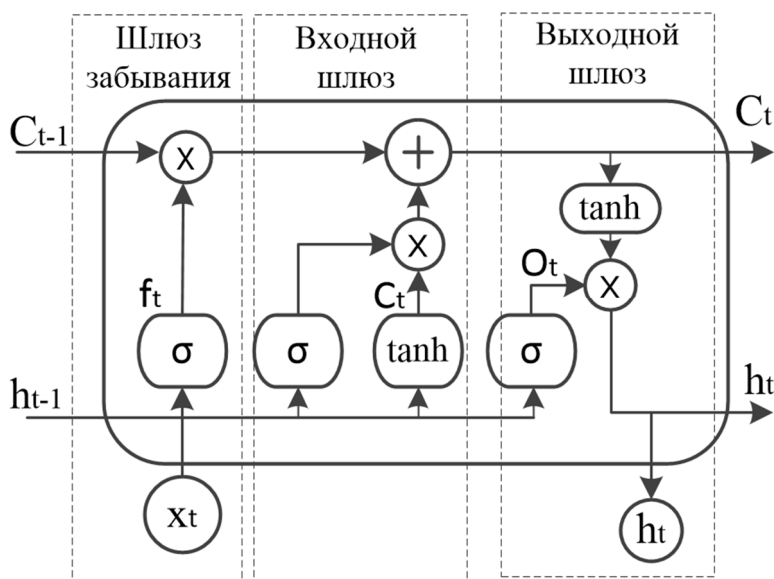


Рисунок 2 – Архитектура долгой краткосрочной памяти
Figure 2 – Long short-term memory architecture

На рисунке 2 представляется архитектура LSTM, включающая три ключевых шлюза: шлюз забывания, входной шлюз и выходной шлюз, которые управляют потоком информации внутри ячейки. Шлюз забывания, реализованный через сигмовидную функцию σ , определяет, какую часть предыдущего состояния памяти C_{t-1} следует сохранить или забыть, умножая его на значение f_t . Входной шлюз состоит из двух частей: блока с сигмовидной функцией, которая решает, какие новые данные добавить в память, и блока с функцией гиперболического тангенса \tanh , который создаёт кандидата для обновления состояния памяти. Новое состояние памяти C_t формируется как сумма произведения старого состояния на коэффициент забывания и нового кандидата, умноженного на индикатор входа. Выходной шлюз, также использующий сигмовидную функцию, определяет, какую часть обновлённого состояния памяти передать на выход, умножая его на O_t , после чего применяется функция \tanh для нормализации. Результатом является новое скрытое состояние h_t , которое передаётся следующей ячейке, а также обновлённое состояние памяти C_t , сохраняемое внутри ячейки. Эта архитектура позволяет LSTM эффективно управлять информацией, сохраняя важные данные на длительные временные интервалы и преодолевая проблему исчезающего градиента, характерную для обычных RNN.

Предлагаемый метод обработки ПОД с помощью RNN на LSTM

В данной работе предлагается новый подход к шумоподавлению изображений, основанный на применении рекуррентной нейронной сети с архитектурой LSTM (RNN-LSTM) для

обработки ПОД вейвлет-коэффициентов зашумленного изображения. Предлагаемый метод позволяет эффективно учитывать связи между вейвлет-коэффициентами разных масштабов через ПОД для предсказания «очищенного» значения каждого вейвлет-коэффициента и восстановления изображений с минимальной потерей деталей.

В контексте обработки вейвлет-коэффициентов зашумленного изображения структура ПОД, представленная в виде упорядоченной последовательности, может служить входным сигналом для RNN-LSTM, что позволяет модели учить зависимости между родительскими и дочерними коэффициентами, а также принимать решения о значимости каждого коэффициента в условиях действия шума.

Предлагаемый метод реализуется по следующему алгоритму:

1. Формирование ПОД.

К зашумлённым изображениям применяется дискретное двумерное вейвлет-преобразование, в результате которого формируются субполосы вейвлет-коэффициентов в разных направлениях (горизонтальном, вертикальном, диагональном) и на разных уровнях разложения. Для каждого направления отдельно формируются векторы ПОД (пространственно-ориентированных деревьев), отражающие локальные структуры и зависимости в соответствующей субполосе.

2. Разработка архитектуры трёхканальной RNN-LSTM.

Разрабатывается параллельная трехканальная архитектура, в которой каждый канал (горизонтальный, вертикальный, диагональный) содержит собственную RNN-LSTM сеть, настроенную на обработку ПОД своего направления.

Входной слой каждого канала принимает последовательность вейвлет-коэффициентов, извлечённых из ПОД соответствующего направления. Скрытые LSTM-слои в каждом канале обрабатывают входную последовательность с учётом пространственной зависимости и контекста предыдущих коэффициентов в своём направлении. Выходной слой каждого канала генерирует оценки вейвлет-коэффициентов для соответствующего направления. В качестве функции активации выходного слоя используется линейная функция активации.

3. Обучение трёхканальной сети.

Формируется обучающий набор данных: пары «неискаженное изображение – зашумлённое изображение». Для каждой пары выполняется вейвлет-преобразование, и отдельно для каждого направления (H, V, D) формируются соответствующие ПОД.

Трёхканальная RNN-LSTM обучается параллельно: каждый канал получает на вход зашумлённые коэффициенты своего направления и обучается предсказывать (вычислять) соответствующие оценки вейвлет-коэффициентов.

В качестве функции потерь используется среднеквадратичная ошибка (MSE) между предсказанными и истинными коэффициентами в каждом канале. Общая функция потерь рассчитывается как среднее арифметическое по трём каналам.

Оптимизация весов сети осуществляется с помощью алгоритма Adam, направленного на минимизацию общей функции потерь по всем трём каналам.

4. Шумоподавление с использованием обученной трехканальной RNN-LSTM.

– К зашумлённому изображению применяется дискретное двумерное вейвлет-преобразование. Для каждого направления независимо формируются ПОД.

– Сформированные ПОД подаются на вход соответствующих каналов обученной трехканальной RNN-LSTM.

– Каждый канал сети генерирует оценки восстановленных вейвлет-коэффициентов для своего направления.

5. Выполнить обратное преобразование полученного множества ПОД в массив вейвлет-коэффициентов.

6. Выполнить обратное вейвлет-преобразование нового массива вейвлет-коэффициентов, получив оценку неискаженного изображения.

Экспериментальная часть

Эффективность методов оценивается с помощью программного обеспечения Python. В качестве тестовых изображений используются базы данных TAMPERE17 [10], включающие стандартные изображения в градациях серого размером 512×512 пикселей с разрешением 8 битов на пиксель. Модель зашумленных изображений сформирована при помощи встроенной функции, доступной в среде Python, где уровень шума задавался путем изменения дисперсии в диапазоне от 0,01 до 0,08. В качестве метрик оценки эффективности использовались среднеквадратичная ошибка (СКО), пиковое отношение сигнал-шум (ПОСШ) и индекс структурного сходства (SSIM).

В таблице 1 представлены сравнительные результаты оценки эффективности шумоподавления по метрикам СКО, ПОСШ и SSIM классической вейвлет-фильтрации с применением пороговой обработки, медианного фильтра, фильтра Ли и предложенного метода вейвлет-обработки ПОД с помощью RNN-LSTM (SOT-LSTM). Для визуализации результатов статистической обработки данных метрики ПОСШ и SSIM представлены в виде графических зависимостей на рисунке 3 и рисунке 4 соответственно. На рисунке 5 показаны экспериментальные результаты обработки одного из тестовых изображений с дисперсией шума 0,05. Рисунок 5, а демонстрирует исходное изображение без шума, а рисунок 5, б – искаженное изображение. Рисунки 5, в, г, д, е отображают результаты шумоподавления, полученные с использованием медианного фильтра, фильтра Ли, метода вейвлет-фильтрации с применением пороговой обработки и предложенного метода (SOT-LSTM) соответственно.

Таблица 1 – Результаты экспериментов

Table 1 – Experimental results

Дисперсия шума	Зашумлённое изображение	Восстановленное изображение			
		Медианный фильтр	Фильтр Ли	Вейвлет- фильтрации	SOT-LSTM
СКО ($\cdot 10^{-3}$)					
0,01	3,63	1,65	1,81	1,77	1,85
0,02	6,91	2,90	2,95	2,49	2,10
0,03	10,01	4,07	4,00	3,20	2,38
0,04	12,84	5,13	4,88	3,84	2,68
0,05	15,63	6,17	5,80	4,49	2,97
0,06	18,30	7,16	6,46	5,12	3,27
0,07	20,97	8,15	7,13	5,68	3,64
0,08	23,65	9,16	7,68	6,32	3,97
ПОСШ					
0,01	24,40	27,83	27,41	27,52	27,33
0,02	21,61	25,38	25,30	26,04	26,78
0,03	19,99	23,90	23,98	24,95	26,23
0,04	18,91	22,90	23,12	24,16	25,73
0,05	18,06	22,10	22,37	23,48	25,27
0,06	17,38	21,45	21,90	22,91	24,85
0,07	16,78	20,89	21,47	22,45	24,39
0,08	16,26	20,38	21,15	21,99	24,01
SSIM					
0,01	0,64	0,74	0,73	0,73	0,76
0,02	0,54	0,65	0,65	0,67	0,73
0,03	0,48	0,60	0,60	0,62	0,70
0,04	0,44	0,57	0,58	0,59	0,68
0,05	0,41	0,54	0,55	0,56	0,66
0,06	0,38	0,52	0,53	0,54	0,64
0,07	0,36	0,50	0,51	0,52	0,62
0,08	0,34	0,48	0,50	0,51	0,61

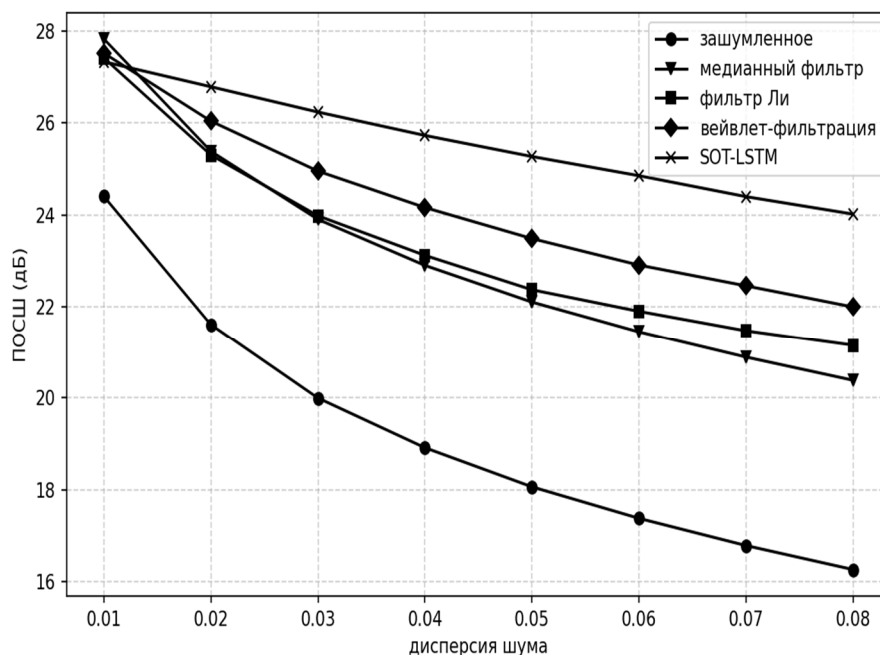


Рисунок 3 – Зависимость ПОСШ от дисперсии шума
Figure 3 – Dependence of the PSNR on the noise variance

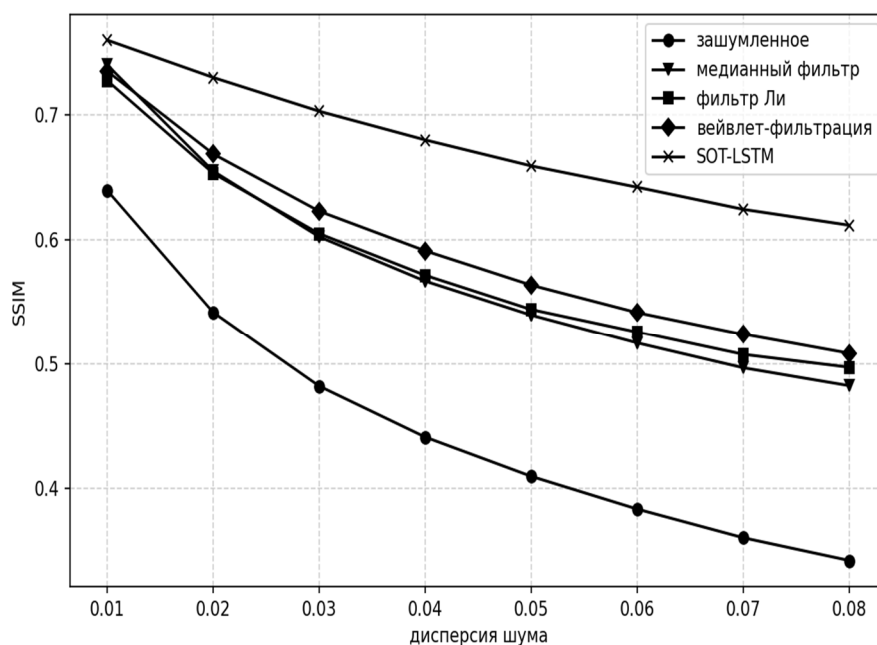


Рисунок 4 – Зависимость SSIM от дисперсии шума
Figure 4 – Dependence of the SSIM on the noise variance

Анализ данных, представленных в таблице 1, а также на рисунке 3 и рисунке 4, показывает, что предложенные методы обработки изображений, зашумлённых спекл-шумом, превосходят традиционные подходы по всем используемым метрикам качества: СКО, ПОСШ и SSIM.

Как следует из рисунка 5, применение медианного фильтра (рисунке 5, в) для подавления спекл-шума демонстрирует ограниченную эффективность. Несмотря на частичное сглаживание, искажения, вызванные спеклом, сохраняются, особенно в однородных участках изображения. Это обусловлено отсутствием свойства адаптивности у данного фильтра: он не учитывает локальные статистические свойства сигнала, что приводит к чрезмерному размытию мелкомасштабных деталей и потере контрастных переходов на границах объектов.

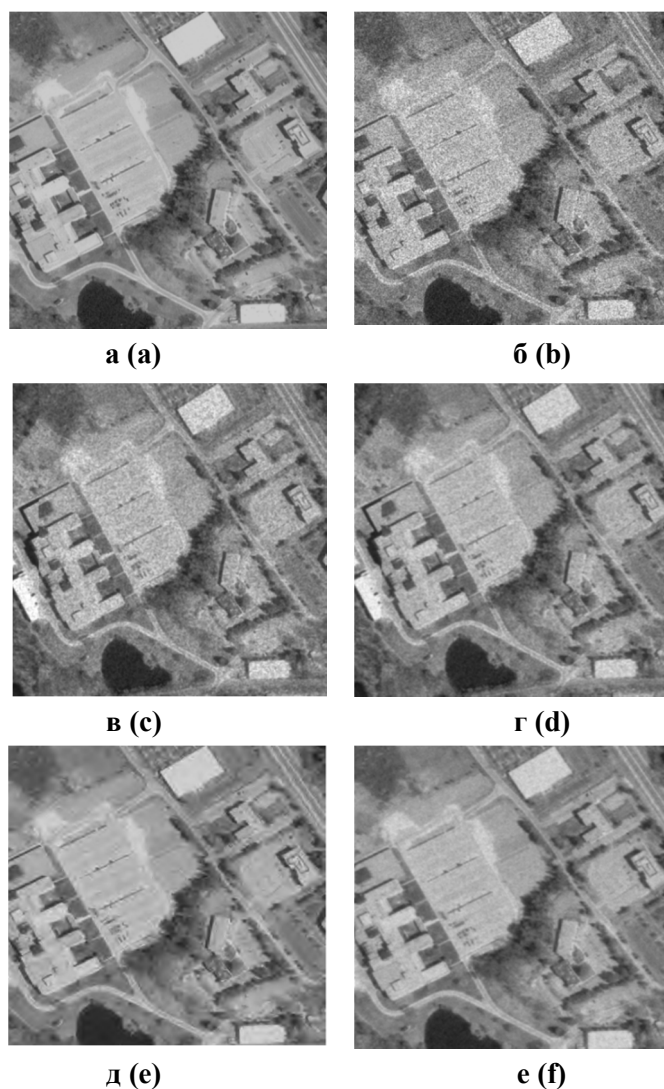


Рисунок 5 – Результаты обработки тестового изображения
Figure 5 – Results of test image processing

В результате искажаются локальные яркостные соотношения, что снижает визуальное качество восстановленного изображения. Фильтр Ли (рисунок 5, г), в отличие от медианного, адаптируется к локальной дисперсии сигнала, что обеспечивает более высокую эффективность подавления шума. Однако в однородных областях наблюдается остаточная шумовая «зернистость». Кроме того, фильтр Ли также склонен к искажению яркостных характеристик фона изображения. Метод вейвлет-фильтрации с пороговой обработкой (рисунок 5, д) обеспечивает более эффективное подавление спекл-шума по сравнению с предыдущими подходами. Однако он сопровождается возникновением визуальных артефактов, особенно вблизи границ объектов. В отличие от рассмотренных методов, предложенный подход (рисунок 5, е) демонстрирует превосходную эффективность по совокупности критериев: достигается значительное снижение уровня шума при одновременном сохранении пространственной резкости объектов, отсутствуют визуально заметные артефакты, а также обеспечивается корректное восстановление яркостных характеристик фона.

Заключение

В работе представлен новый метод шумоподавления, основанный на обработке ПОД вейвлет-коэффициентов с помощью RNN-LSTM. Экспериментальные результаты показали, что предлагаемый метод обеспечивает относительно высокую эффективность по подавлению спекла в РСА-изображениях по сравнению с традиционными методами по всем используемым критериям качества, включая СКО, ПОСШ, SSIM, и субъективной визуальной оценке.

Библиографический список

1. **Moreira A.** A tutorial on synthetic aperture radar // IEEE Geoscience and Remote Sensing Magazine. 2013. Vol. 1. No. 1. Pp. 6-44.
2. **Chen K.S.** Principles of Synthetic Aperture Radar Imaging: A System Simulation Approach. Boca Raton: CRC Press. 2015. 472 p.
3. **Goodman J.W.** Some fundamental properties of speckle // Journal of the Optical Society of America. 1976. Vol. 66. No. 11. Pp. 1145-1150.
4. **Lee J.S.** Digital image enhancement and noise filtering by use of local statistics // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. 1980. Vol. PAMI-2. No. 2. Pp. 165-168.
5. **Гонсалес Р., Вудс Р.** Цифровая обработка изображений // Пер. с англ. Рубанова Л. И., Чочиа П.А. под ред. П.А. Чочиа. М.: Техносфера, 2012. 1104 с.
6. **Дьяконов В.П.** Вейвлеты. От теории к практике. М: СОЛОН-Пресс, 2021. 397 с.
7. **Бехтин Ю.С., Емельянов С.Г., Титов Д.В.** Теоретические основы цифровой обработки изображений встраиваемых оптико-электронных систем. М.: АРГАМАК-МЕДИА, 2016. 296 с.
8. **Бехтин Ю.С.** Комплексирование зашумленных мультиспектральных изображений с использованием пространственно-ориентированных деревьев вейвлет-преобразования // Цифровая обработка сигналов. 2012. № 1. С. 27-31.
9. **Bekhtin Y., Bryantsev A.** Wavelet-based fusion of noisy multispectral images using Spatial Oriented Trees // Proceedings of 2nd Mediterranean Conference on Embedded Computing. 2013. Pp. 113-116.
10. **TAMPERE17** noise-free image database [Электронный ресурс]. URL: <https://webpages.tuni.fi/imaging/tampere17/>.

UDC 004.932

FILTERING NOISY IMAGES BASED ON NEURAL NETWORK PROCESSING OF SPATIALLY ORIENTED WAVELET TRANSFORM TREES

Y. S. Bekhtin, Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of Automatics and Information Technologies in Control, RSREU, Ryazan, Russia;

orcid.org/ 0000-0001-9963-7244, e-mail: yuri.bekhtin@yandex.ru

V. T. Trinh, post-graduate student, RSREU, Ryazan, Russia;

orcid.org/ 0009-0007-3697-4797, e-mail: vantoan.vkhk92@gmail.com

This article addresses the pressing problem of noise reduction in synthetic aperture radar (SAR) images. The focus is on effectively suppressing speckle noise, characteristic of SAR data, while preserving important image details such as object boundaries and texture features. A new filtering method based on the use of spatially-oriented trees (SOTs) of wavelet transform is proposed. The method employs a recurrent neural network with long short-term memory architecture applied to coefficient sequences extracted from SOT structure to more accurately model the dependencies between decomposition levels and improve the quality of noisy image reconstruction. Experimental studies conducted on the synthesized noisy SAR images demonstrate the superiority of the proposed approach over traditional filtering methods in both visual quality of the results and objective metrics.

Keywords: SAR image, wavelet transform, speckle noise, spatially-oriented trees, recurrent neural networks, long short-term memory.

DOI: 10.21667/1995-4565-2025-94-114-123

Referens

1. **Moreira A.** A tutorial on synthetic aperture radar. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Magazine*. 2013, vol. 1, no. 1, pp. 6-44.
2. **Chen K.S.** Principles of Synthetic Aperture Radar Imaging: A System Simulation Approach. Boca Raton: CRC Press, 2015, 472 p.

3. **Goodman J.W.** Some fundamental properties of speckle . *Journal of the Optical Society of America*. 1976, vol. 66, no. 11, pp. 1145-1150.
4. **Lee J.S.** Digital image enhancement and noise filtering by use of local statistics. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. 1980, vol. PAMI-2, no. 2, pp. 165-168.
5. **Gonzalez R., Woods R.** *Digital image processing*. Tran. from Eng. by Rubanov L.I., Chochi P.A. edited by P. A. Chochi. M: Tekhnosfera, 2012, 1104 p. (in Russian).
6. **Dyakonov V.P.** Wavelets. From theory to practice. M: *SOLON-Press*, 2021. 397 p. (in Russian).
7. **Bekhtin Yu. S., Emelianov S.G., Titov D.V.** Theoretical foundations of digital image processing of embedded optical-electronic systems. M: *ARGAMAK-MEDIA*, 2016, 296 p. (in Russian).
8. **Bekhtin Yu.S.** Integration of noisy multispectral images using spatially oriented wavelet transform trees. *Digital signal processing*. 2012, no. 1, pp. 27-31. (in Russian).
9. **Bekhtin Y., Bryantsev A.** Wavelet-based fusion of noisy multispectral images using Spatial Oriented Trees. *Proceedings of 2nd Mediterranean Conference on Embedded Computing*. 2013, pp. 113-116.
10. **TAMPERE17** noise-free image database [Ehlektronnyj resurs]. URL: <https://webpages.tuni.fi/imaging/tampere17/>.