

ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ И ТЕХНОЛОГИИ

УДК 004.021

АДАПТИВНАЯ САМОНАСТРОЙКА ЗНАЧЕНИЙ ГЛОБАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ В АЛГОРИТМЕ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ВЕЩЕСТВЕННОЙ ОПТИМИЗАЦИИ TF-QMOA НА ОСНОВЕ ИСТОРИИ УСПЕХА НЕДОМИНИРУЕМЫХ РЕШЕНИЙ

Л. А. Демидова, д.т.н., профессор, профессор кафедры КИС РТУ МИРЭА, Москва, Россия;
orcid.org/0000-0003-4516-3746, e-mail: demidova.liliya@gmail.com

В. В. Масленников, старший преподаватель кафедры КИС РТУ МИРЭА, Москва, Россия;
orcid.org/0000-0003-3201-2228, e-mail: maslennikov@mirea.ru

Представлена адаптивная версия квантово-инспирированного алгоритма многокритериальной вещественной оптимизации TF-QMOA, дополненная методом самонастройки значений глобальных параметров на основе истории успеха недоминируемых решений. В отличие от исходной версии алгоритма TF-QMOA с фиксированными значениями глобальных параметров, новый алгоритм TF-QMOA-SHA динамически корректирует значения ключевых управляющих параметров на основе количественной оценки вклада каждого недоминируемого решения в эволюцию фронта Парето. Эта оценка объединяет три компонента: прирост гиперобъёма, временную устойчивость решений и степень освоения слабо представленных сегментов пространства критериев. Такой подход позволяет адаптировать поведение поискового процесса в реальном времени без априорных предположений о структуре целевых функций. Экспериментальная верификация подтверждает превосходство алгоритма TF-QMOA-SHA над современными алгоритмами многокритериальной оптимизации TF-QMOA, QI-NSGA-III, MOWOATS и MOEA/D-DE-SHA по таким показателям, как равномерность распределения решений на фронте Парето, скорость сходимости и доля недоминируемых решений относительно предыдущего поколения, что свидетельствует о перспективности предложенного алгоритма для решения сложных инженерных задач, характеризующихся высокой степенью конфликтности целевых функций.

Ключевые слова: многокритериальная оптимизация, квантово-инспирированный алгоритм, термоядерный синтез, адаптивная самонастройка, история успеха, гиперобъём, фронт Парето, оценка решений.

DOI: 10.21667/1995-4565-2026-95-85-98

Введение

Эффективность квантово-инспирированных метаэвристических алгоритмов в задачах многокритериальной вещественной оптимизации существенно зависит от значений глобальных управляющих параметров [1]. Несмотря на теоретическую значимость подобных алгоритмов, их практическая применимость в условиях нестационарных, высокоразмерных и сильно многоэкстремальных ландшафтов целевых функций оказывается ограниченной при использовании фиксированных, априорно заданных конфигураций параметров. При этом эмпирическая настройка не обеспечивает гарантированной робастности при решении прикладных задач, в которых топология фронта Парето и степень конфликтности целевых функций могут динамически изменяться в процессе итеративного поиска.

Особую значимость приобретает разработка механизмов динамической самонастройки, способных адаптировать значения управляющих параметров в реальном времени на основе информативной обратной связи, извлекаемой из текущего состояния поискового процесса. Единственным на текущий момент направлением в области адаптации значений параметров многокритериальных эволюционных алгоритмов является подход, основанный на истории успеха [2, 3], первоначально предложенный для алгоритма дифференциальной эволюции и впоследствии распространённый на декомпозиционные методы [4]. Однако данная реализация предполагает использование скаляризации целевых функций и оценку эффективности параметрических конфигураций на уровне отдельных подзадач, что ограничивает её применимость в рамках алгоритмов, не использующих декомпозицию пространства критериев. Особенно остро такая проблема проявляется при интеграции подобных механизмов в квантово-инспирированные алгоритмы, внутренняя архитектура [1] которых опирается на коллективную динамику недоминируемых решений и не предполагает явного разделения фронта Парето на скалярные компоненты. В этих условиях требуется адаптивная стратегия, способная выполнить оценку влияния глобальных параметров непосредственно через их вклад в эволюцию всего множества недоминируемых решений без привязки к локальным метрикам или структуре конкретного алгоритма.

В связи с этим возникает необходимость в переходе от адаптации, ориентированной на локальные подзадачи, к глобально согласованной стратегии, в которой оценка эффективности параметрических конфигураций основывается непосредственно на эволюции множества недоминируемых решений как целостного объекта. Такой подход должен учитывать не только качество текущей аппроксимации, но и динамические характеристики поискового процесса, в частности устойчивость решений во времени и их вклад в исследование слабо освоенных областей пространства критериев.

Целью данного исследования является формализация метода самонастройки значений глобальных параметров на основе истории успеха недоминируемых решений (Pareto-based Success History Adaptation, далее – P-SHA) и его интеграция в алгоритм квантово-инспирированной многокритериальной вещественной оптимизации TF-QMOA [5]. В исследовании представлено математическое описание метода P-SHA, включая определение компонент веса успеха и правила обновления значений глобальных параметров, а также предложена новая версия алгоритма, объединяющая квантово-инспирированную динамику TF-QMOA с адаптивным управлением на основе P-SHA. Оценка качества разработанного алгоритма осуществляется на основе трёх задач из области управляемого термоядерного синтеза, отличающихся наличием нелинейных ограничений, конфликтующих целей и разрывной структурой фронта Парето. Полученные результаты тестирования сравниваются с четырьмя современными многокритериальными алгоритмами TF-QMOA, QI-NSGA-III, MOWOATS и MOEA/D-DE-SHA по равномерности распределения решений на фронте Парето, динамике улучшения фронта Парето, доле недоминируемых решений относительно предыдущего поколения и среднему времени выполнения. Анализ результатов показывает, что интеграция метода P-SHA в алгоритм TF-QMOA позволяет достичь высокой точности аппроксимации, устойчивой сходимости и эффективного распределения решений даже в условиях сложных, многосвязных и разрывных фронтов.

Описание метода P-SHA

Пусть задан произвольный алгоритм многокритериальной вещественной оптимизации $A(\Theta)$, не привязанный к конкретной эвристике или способу генерации решений. В каждом поколении $t \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$ алгоритма $A(\Theta)$ генерируется множество недоминируемых решений $F_t \subset \mathbb{R}^n$, где $n \in \mathbb{N}$ – размерность пространства решений, а F_t интерпретируется как текущая аппроксимация множества Парето. Внутренняя динамика алгоритма управляется вектором глобальных переменных $\theta_t \in \Theta \subset \mathbb{R}^m$, где $m \in \mathbb{N}$ – общее количество настраиваемых параметров, Θ – область допустимых значений. Предлагаемый подход P-SHA обеспечивает ди-

намическую корректировку глобальных управляющих параметров θ_t на основе количественной оценки их вклада в улучшение аппроксимации фронта Парето, не требуя предварительного знания аналитических свойств целевых функций.

Обозначим через $Y_t = \{\mathbf{f}(\mathbf{x}) \mid \mathbf{x} \in F_t\} \subset \mathbb{R}^k$ проекцию множества недоминируемых решений F_t в пространство целей, где $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_k(\mathbf{x}))$ – вектор из $k \in \mathbb{N}$ конфликтующих целевых функций, определённых на n -мерном пространстве решений $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$. Для количественной оценки качества множества Y_t в исследовании используется индикатор гиперобъёма – скалярная метрика, строго согласованная с частичным порядком доминирования и одновременно отражающая как степень сходимости к истинному фронту Парето, так и равномерность покрытия пространства критериев. Гиперобъём вычисляется относительно опорной точки $\mathbf{r} \in \mathbb{R}^k$, которая доминирует все точки из Y_t . Формально гиперобъём, индуцированный множеством Y_t относительно \mathbf{r} , определяется как мера Лебега объединения всех гиперпрямоугольников, образованных между каждой точкой $\mathbf{y} \in Y_t$ и опорной точкой \mathbf{r} :

$$H(Y_t \mid \mathbf{r}) = \mu(\cup_{\mathbf{y} \in Y_t} [\mathbf{y}, \mathbf{r}]), \tag{1}$$

где μ – мера Лебега, а гиперпрямоугольник $[\mathbf{y}, \mathbf{r}]$ представляет собой декартово произведение отрезков $[y_\chi, r_\chi]$ по всем координатам $\chi = \overline{1, k}$ при $y_\chi \in \mathbf{y}, r_\chi \in \mathbf{r}$.

Для каждого нового вектора целевых значений $\mathbf{y}' \in Y_{t+1} \setminus Y_t$, появившегося вследствие перехода от поколения t к поколению $t + 1$, его вклад в улучшение аппроксимации фронта Парето количественно оценивается приростом гиперобъёма:

$$\Delta H_t = (H(Y_t \cup \{\mathbf{y}'\} \mid \mathbf{r}) - H(Y_t \mid \mathbf{r})) \geq 0 \tag{2}$$

где отсутствие отрицательных значений ΔH_t обеспечивается монотонностью индикатора гиперобъёма относительно включения множеств.

Повышение устойчивости и робастности адаптивного процесса достигается за счёт введения компоненты, отражающей временную стабильность решений. Пусть $\tau_{\mathbf{x}'}$ обозначает число последовательных поколений, в течение которых решение \mathbf{x}' остаётся частью множества недоминируемых решений. Тогда мера устойчивости, ассоциированная с \mathbf{x}' , определяется как:

$$\sigma_t = \varepsilon_s \cdot \tau_{\mathbf{x}'}, \tag{3}$$

где $\varepsilon_s \in \mathbb{R}_{>0}$ – масштабирующий коэффициент, обеспечивающий согласование порядка величины σ_t с другими компонентами функции успеха.

Равномерность покрытия фронта Парето обеспечивается за счёт введения компоненты, поощряющей исследование малоосвоенных областей пространства критериев. Для этого пространство \mathbb{R}^k разбивается на $q \in \mathbb{N}$ сегментов с использованием множества нормированных опорных векторов $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_q\}$, равномерно распределённых на единичной сфере. Каждому новому вектору целевых значений \mathbf{y}' ставится в соответствие индекс сегмента, направление которого наиболее близко к нормированному вектору $\mathbf{y}' / \|\mathbf{y}'\|$:

$$\chi^* = \arg \min_{\zeta \in \{1, 2, \dots, q\}} \left\| \frac{\mathbf{y}'}{\|\mathbf{y}'\|} - \mathbf{v}_\zeta \right\|. \tag{4}$$

Пусть $c_{\chi^*}^t$ – количество решений из Y_t , которые уже принадлежат сегменту χ^* . Тогда мера исследования определяется как:

$$e_t = \frac{1}{1 + c_{\chi^*}^t}. \tag{5}$$

Мера e_t обеспечивает обратную зависимость полезности нового решения от локальной плотности фронта, тем самым способствуя балансу между эксплуатацией и исследованием в пространстве критериев.

Консолидация мер (2), (3) и (5) в единую скалярную функцию успеха обеспечивает комплексный контроль над динамикой поиска таким образом, что алгоритм автоматически усиливает исследование в регионах пространства критериев с недостаточной плотностью решений, фокусирует вычислительные ресурсы на устойчивых и высококачественных решениях и

при этом непрерывно оптимизирует общее качество аппроксимации фронта Парето через гипербольём. С этой целью каждому вектору глобальных параметров θ_t , применённому в поколении t , ставится в соответствие вес успеха:

$$w_t = \Delta H_t + \lambda_1 \sigma_t + \lambda_2 e_t, \quad (6)$$

где $\lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}_{>0}$ – фиксированные весовые коэффициенты, определяющие относительный вклад мер устойчивости σ_t и исследования e_t в общую оценку эффективности параметрической конфигурации. Важно отметить, что значения λ_1 и λ_2 выбираются эмпирически таким образом, чтобы ни одна из трёх компонент не доминировала в w_t , обеспечивая сбалансированную оценку качества параметрической конфигурации.

Новый вектор глобальных параметров $\theta_{\mathcal{E}+1}$ вычисляется на основе всей накопленной истории пар $\{(\theta_t, w_t)\}_{t=0}^{\mathcal{E}}$, где \mathcal{E} – номер текущего поколения. Формула обновления представляет собой взвешенное среднее, в котором конфигурации с большим весом успеха w_t оказывают пропорционально большее влияние:

$$\theta_{\mathcal{E}+1} = \frac{\sum_{t=0}^{\mathcal{E}} w_t \theta_t}{\sum_{t=0}^{\mathcal{E}} w_t + \varepsilon_Z}, \quad (7)$$

где $\varepsilon_Z \in \mathbb{R}_{>0}$ – малая положительная константа, введённая для обеспечения числовой устойчивости в случае, когда все веса w_t обращаются в ноль при отсутствии улучшения аппроксимации фронта Парето.

Применение метода P-SHA в алгоритме TF-QIMOA

Алгоритм TF-QIMOA (Thermonuclear Fusion Based Quantum-Inspired Algorithm for Solving Multiobjective Optimization Problems) [5] представляет собой квантово-инспирированную метаэвристику для решения задач многокритериальной вещественной оптимизации, архитектура которой основана на физической аналогии термоядерного синтеза и эволюции квантовых состояний, описываемых матрицами плотности. В основе алгоритма лежит ансамбль квазичастиц, каждая из которых задаёт вероятностное распределение над пространством решений, и моделирует квантовое взаимодействие, локальный поиск, высвобождение энергии и постепенное охлаждение плазмы. Поведение алгоритма управляется тремя ключевыми параметрами – уровнем квантового шума, коэффициентом охлаждения плазмы и частотой генерации решений, что обуславливает его чувствительность к их настройке и делает целесообразным применение адаптивных стратегий.

В целях обеспечения автоматической настройки значений глобальных управляющих параметров без априорного знания структуры целевых функций в алгоритм TF-QIMOA интегрирован предложенный метод P-SHA. Такая интеграция позволяет динамически корректировать ключевые параметры алгоритма на основе композитной оценки их вклада в качество аппроксимации фронта Парето. В результате сформирован новый адаптивный алгоритм многокритериальной вещественной оптимизации, далее обозначаемый как TF-QIMOA-SHA. Полный псевдокод алгоритма TF-QIMOA-SHA представлен в Алгоритме 1.

Алгоритм 1. TF-QIMOA-SHA.

Вход: $k \in \mathbb{N}$ ▷ количество целевых функций.

$N \in \mathbb{N}$ ▷ общее количество кудитов.

$d \in \mathbb{N}$ ▷ количество уровней кудита.

$n \in \mathbb{N}$ ▷ размерность пространства решений.

$X \subset \mathbb{R}^n$ ▷ пространство допустимых решений.

$t \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$ ▷ номер поколения.

$f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^k$ ▷ векторная целевая функция.

$\theta_0 = (\eta_0, \gamma_0, s_0) \in \Theta \subset \mathbb{R}^3$ ▷ вектор глобальных параметров со значениями для поколения

$t = 0$, где η – уровень квантового шума, γ – коэффициент охлаждения плазмы, s – количество вещественных решений, генерируемых за поколение на основе одного кудита.

$T_{min} > 0$ ▷ минимальное пороговое значение температуры плазмы.

$T_t \in \mathbb{R}_{>0}$ ▷ температура плазмы в поколении t .

$\Phi = \emptyset \triangleright$ история успеха.

$\Phi_{size} \in \mathbb{N} \triangleright$ размер истории успеха.

$q \in \mathbb{N} \triangleright$ количество сегментов пространства критериев.

$\lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}_{>0} \triangleright$ весовые коэффициенты значимости компонент устойчивости и исследования.

$\varepsilon_{conv} \in \mathbb{R}_{>0} \triangleright$ пороговое значение сходимости.

$\varepsilon_s \in \mathbb{R}_{>0} \triangleright$ масштабирующий коэффициент.

$\varepsilon_z \in \mathbb{R}_{>0} \triangleright$ малая константа.

1. **Сгенерировать** q нормированных опорных векторов $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_q\}$ равномерно на единичной
2. сфере \mathbb{R}^k .
3. $\boldsymbol{\rho}_i^{(0)} = |\psi_i^{(0)}\rangle\langle\psi_i^{(0)}| \triangleright$ инициализировать матрицы плотности $\boldsymbol{\rho}_i^{(0)} \in \mathbb{C}^{d \times d}$ для каждого кудита
4. $i = \overline{1, N}$ при $|\psi_i^{(0)}\rangle = \frac{H_d \cdot \mathbf{1} + \eta_0 \cdot \boldsymbol{\xi}_i}{\|H_d \cdot \mathbf{1} + \eta_0 \cdot \boldsymbol{\xi}_i\|}$, где H_d – дискретное преобразование Адамара, $\boldsymbol{\xi}_i \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{I}_d)$
5. (\mathbf{I}_d – единичная матрица размером $d \times d$), $\mathbf{1} = (1, 1, \dots, 1)^T \in \mathbb{N}^d$.
6. $C = \{\mathbf{x} \in X \mid c_k(\mathbf{x}) \leq 0\} \triangleright$ сформировать множество допустимых решений, удовлетворяющее
7. всем ограничениям задачи, где $c_k: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ – функции, задающие ограничения.
8. $C_0 = \{\mathbf{x}_{ij} \mid i = \overline{1, N}; j = \overline{1, S_0}; \mathbf{x}_{ij} \in C\} \triangleright$ сгенерировать начальную популяцию индивидов.
9. $F_0 = \{\mathbf{x} \in C_0 \mid \nexists \mathbf{x}' \in C_0: \mathbf{x}' < \mathbf{x}\} \triangleright$ сформировать начальный фронт Парето.
10. **Установить** номер поколения $t = 0$.
11. **Пока** $T_t > T_{min} \wedge \frac{1}{|F_t \cap F_{t-1}|} \sum_{\mathbf{x} \in F_t \cap F_{t-1}} \|\mathbf{f}(\mathbf{x}) - \mathbf{f}_{prev}(\mathbf{x})\| \geq \varepsilon_{conv}$, **выполнять:**
12. **Выполнить** оценку $Y_t = \{\mathbf{f}(\mathbf{x}) \mid \mathbf{x} \in F_t\} \subset \mathbb{R}^k$.
13. $H(Y_t \mid \mathbf{r}) = \mu(\cup_{\mathbf{y} \in Y_t} [\mathbf{y}, \mathbf{r}]) \triangleright$ вычислить текущий гиперобъём, индуцированный множеством Y_t
14. относительно опорной точки \mathbf{r} .
15. **Для каждого** кудита $i = \overline{1, N}$ **выполнять:**
16. **Для каждого** $j = \overline{1, S_t}$ **выполнять:**
17. **Сгенерировать** решение \mathbf{x}_{ij} в соответствии с вероятностным распределением $p_i^{(t)}(x_\ell)$,
18. где $p_i^{(t)}(x_\ell)$ определяется диагональю $\boldsymbol{\rho}_i^{(t)}$ как $p_i^{(t)}(x_\ell) = \langle x_\ell | \boldsymbol{\rho}_i^{(t)} | x_\ell \rangle$ при $\ell = \overline{1, n}$.
19. **Если** $\mathbf{x}_{ij} \in C$, **выполнять:**
20. **Вычислить** $u_{ij} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_{ij})$ и **обновить** F_t через недоминируемую сортировку.
21. **Завершить цикл.**
22. **Завершить цикл.**
23. **Для каждого** кудита $i \in \{2 \cdot \epsilon + 1: \epsilon \in \mathbb{Z}, 0 \leq 2 \cdot \epsilon + 1 < N\}$ **выполнять:**
24. $P_\delta = \exp(-|E_i - E_{i+1}|) \triangleright$ вычислить вероятность взаимодействия между $\boldsymbol{\rho}_i^{(t)}$ и $\boldsymbol{\rho}_{i+1}^{(t)}$, где
25. $E_i = \text{Tr}(\boldsymbol{\rho}_i^{(t)} \hat{H})$ и $E_{i+1} = \text{Tr}(\boldsymbol{\rho}_{i+1}^{(t)} \hat{H})$ при \hat{H} – гамильтониан.
26. **Сгенерировать** $u \sim \mathcal{U}(0, 1)$.
27. **Если** $u < P_\delta$, **выполнять:**
28. **Сгенерировать** $\alpha \sim \mathcal{U}(0, 1)$.
29. $\boldsymbol{\rho}'_i{}^{(t)} = \alpha \boldsymbol{\rho}_i^{(t)} + (1 - \alpha) \boldsymbol{\rho}_{i+1}^{(t)} \triangleright$ вычислить новую матрицу плотности $\boldsymbol{\rho}'_i{}^{(t)}$.
30. $\boldsymbol{\rho}'_i{}^{(t)} \leftarrow \frac{\boldsymbol{\rho}'_i{}^{(t)}}{\text{Tr}(\boldsymbol{\rho}'_i{}^{(t)})} \triangleright$ нормализовать матрицу плотности $\boldsymbol{\rho}'_i{}^{(t)}$.
31. $\boldsymbol{\rho}'_{i+1}{}^{(t)} = \alpha \boldsymbol{\rho}_{i+1}^{(t)} + (1 - \alpha) \boldsymbol{\rho}_i^{(t)} \triangleright$ вычислить новую матрицу плотности $\boldsymbol{\rho}'_{i+1}{}^{(t)}$.
32. $\boldsymbol{\rho}'_{i+1}{}^{(t)} \leftarrow \frac{\boldsymbol{\rho}'_{i+1}{}^{(t)}}{\text{Tr}(\boldsymbol{\rho}'_{i+1}{}^{(t)})} \triangleright$ нормализовать матрицу плотности $\boldsymbol{\rho}'_{i+1}{}^{(t)}$.
33. $\boldsymbol{\rho}_i^{(t)} \leftarrow \boldsymbol{\rho}'_i{}^{(t)} \triangleright$ обновить матрицу плотности $\boldsymbol{\rho}_i^{(t)}$.
34. $\boldsymbol{\rho}_{i+1}^{(t)} \leftarrow \boldsymbol{\rho}'_{i+1}{}^{(t)} \triangleright$ обновить матрицу плотности $\boldsymbol{\rho}_{i+1}^{(t)}$.
35. **Завершить цикл.**
36. **Для каждого** стабильного $\mathbf{x} \in F_t$ **выполнить** локальную оптимизацию скаляризованной
37. целевой функции $\Phi(\mathbf{x}) = \sum_{\chi=1}^k \omega_\chi f_\chi(\mathbf{x})$ с весами $\omega_\chi \propto (\boldsymbol{\rho}_{11}^{(i,t)}, \boldsymbol{\rho}_{22}^{(i,t)}, \dots, \boldsymbol{\rho}_{dd}^{(i,t)})^T$ и **обновить** F_t .
38. **Для каждого** кудита $i = \overline{1, N}$ **выполнять:**

39. $\rho_i^{(t)} \leftarrow \frac{\exp(\rho_i^{(t)}/T_t)}{\text{Tr}(\exp(\rho_i^{(t)}/T_t))} \triangleright$ нормализовать матрицу плотности $\rho_i^{(t)}$.
40. **Завершить цикл.**
41. $T_t \leftarrow T_t \cdot \gamma_t^{0.5} \triangleright$ снизить температуру плазмы.
42. **Для каждого $\mathbf{y}' \in Y_t \setminus Y_{t-1}$ выполнять:**
43. $\Delta H_t = (H(Y_t \cup \{\mathbf{y}'\} | \mathbf{r}) - H(Y_t | \mathbf{r})) \triangleright$ вычислить значение разности гиперобъёмов.
44. $\sigma_t = \varepsilon_s \cdot \tau_{\mathbf{x}'}$ \triangleright вычислить значение меры устойчивости при $\tau_{\mathbf{x}'} \in \mathbb{N}$.
45. $\chi^* = \arg \min_{\zeta \in \{1, 2, \dots, q\}} \left\| \frac{\mathbf{y}'}{\|\mathbf{y}'\|} - \mathbf{v}_\zeta \right\| \triangleright$ сопоставить каждому \mathbf{y}' индекс ближайшего сегмента χ^* .
46. $e_t = \frac{1}{1 + c_{\chi^*}^t} \triangleright$ вычислить значение меры исследования при $c_{\chi^*}^t \in \mathbb{N}$.
47. $w_t = \Delta H_t + \lambda_1 \sigma_t + \lambda_2 e_t \triangleright$ вычислить вес успеха.
48. $\Phi \leftarrow \Phi \cup \{(\theta_t, w_t)\} \triangleright$ обновить историю успеха.
49. **Завершить цикл.**
50. **Если $|\Phi| > \Phi_{size}$ выполнять:**
51. $\Phi \leftarrow \Phi \setminus \{(\theta_0, w_0)\} \triangleright$ удалить первый элемент.
52. $\theta_{t+1} = \frac{\sum_{(\theta_t, w_t) \in \Phi} w_t \theta_t}{\sum_{(\theta_t, w_t) \in \Phi} w_t + \varepsilon_Z} \triangleright$ сформировать новый вектор глобальных параметров.
53. $t \leftarrow t + 1 \triangleright$ увеличить счётчик поколений.
54. **Завершить цикл.**
55. **Возвратить F_t** \triangleright множество недоминируемых решений.

В алгоритме 1 в каждом поколении $t \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$ генерируется множество решений $F_t \subset X \subset \mathbb{R}^n$, где X – пространство допустимых решений, определяемое ограничениями задачи. Генерация осуществляется на основе ансамбля из $N \in \mathbb{N}$ кудитов, каждый из которых описывается матрицей плотности $\rho_i^{(t)} \in \mathbb{C}^{d \times d}$ при $i = \overline{1, N}$. Каждая матрица $\rho_i^{(t)}$ задаёт классическое вероятностное распределение над дискретизированным пространством решений таким образом, что для ℓ -й компоненты вектора решений $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ вероятность выбора значения, соответствующего базисному состоянию $|x_\ell\rangle$, определяется диагональным элементом:

$$p_i^{(t)}(x_\ell) = \langle x_\ell | \rho_i^{(t)} | x_\ell \rangle, \quad (8)$$

где $\ell = \overline{1, n}$.

На основе вероятностного распределения для каждого i -го кудита генерируется $s_t \in \mathbb{N}$ решений-кандидатов $\mathbf{x}_{ij} \in \mathbb{R}^n$ при $j = \overline{1, s_t}$. Все сгенерированные решения проверяются на принадлежность пространству допустимых решений X . Допустимые решения оцениваются по вектору целевых функций $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_k(\mathbf{x}))$, после чего формируется подмножество F_t , интерпретируемое как текущая аппроксимация множества Парето.

После формирования множества F_t алгоритм последовательно применяет операции, отражающие ключевые аспекты термоядерного синтеза. Квантовое взаимодействие реализуется через стохастический обмен состояниями между парами соседних кудитов. Для каждой пары кудитов, представленных матрицами плотности $\rho_i^{(t)}$ и $\rho_{i+1}^{(t)}$, вычисляются энергии

$$E_i = \text{Tr}(\rho_i^{(t)} \hat{H}) \text{ и } E_{i+1} = \text{Tr}(\rho_{i+1}^{(t)} \hat{H}), \text{ где } \hat{H} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & d-1 \end{pmatrix} - \text{гамильтониан энергетических уровней.}$$

С вероятностью $P_\delta = \exp(-|E_i - E_{i+1}|)$ матрицы плотности подвергаются выпуклому смешиванию, что способствует глобальному обмену информацией и подавляет преждевременную сходимость. Процедура высвобождения энергии инициирует локальный поиск в окрестности решений, демонстрирующих временную стабильность на фронте Парето. Для каждого такого решения $\mathbf{x} \in F_t$ минимизируется скаляризованная целевая функция $\Phi(\mathbf{x}) = \sum_{\chi=1}^k \omega_\chi f_\chi(\mathbf{x})$, где веса ω_χ пропорциональны усреднённым по ансамблю диагональным элементам матриц плотности, тем самым акцентируя поиск на решениях с повышенной

вероятностью успеха. Затем выполняется этап охлаждения плазмы, в ходе которого температура T_t снижается согласно правилу $T_t \leftarrow T_t \cdot \gamma_t^{0.5}$ с коэффициентом охлаждения $\gamma_t \in (0, 1)$, а матрицы плотности обновляются по формуле:

$$\rho_i^{(t)} \leftarrow \frac{\exp(\rho_i^{(t)}/T_t)}{\text{Tr}(\exp(\rho_i^{(t)}/T_t))}. \quad (9)$$

Заключительным этапом выполнения алгоритма 1 является динамическая корректировка значений глобальных управляющих параметров $\theta_t = (\eta_t, \gamma_t, s_t)$, основанная на предложенном методе P-SHA, который связывает эффективность параметрической конфигурации с её вкладом в улучшение аппроксимации фронта Парето. Для каждого нового недоминируемого решения $y' \in Y_t \setminus Y_{t-1}$ вычисляется скалярный вес успеха w_t по формуле (6). Далее вес w_t вместе с текущей конфигурацией θ_t добавляются в ограниченную по размеру $\Phi_{size} \in \mathbb{N}$ историю успеха Φ , после чего формируется новый вектор глобальных управляющих параметров θ_{t+1} в соответствии с формулой (7). В завершении выполнения алгоритма 1 возвращается итоговое множество недоминируемых решений F_t .

Экспериментальная часть

Экспериментальная верификация предложенного алгоритма TF-QIMOA-SHA проводилась в рамках комплексной оценки его способности решать многокритериальные задачи вещественной оптимизации с высокой степенью сложности фронта Парето. В отличие от подхода к верификации, основанного исключительно на искусственных тестовых функциях, в данном исследовании сделан акцент на использовании практически значимых моделей, отражающих реальные физические и инженерные компромиссы. Такой подход позволяет не только оценить робастность алгоритма TF-QIMOA-SHA в условиях нелинейности, несепарабельности и конфликтности целевых функций, но и продемонстрировать применимость алгоритма в прикладных областях, где точность аппроксимации фронта Парето напрямую влияет на качество принимаемых проектных решений.

В качестве предметной области выбраны задачи управляемого термоядерного синтеза – область, характеризующаяся высокой вычислительной сложностью и множеством конфликтующих критериев. Выбор этой предметной области обусловлен двумя ключевыми соображениями. Во-первых, задачи проектирования термоядерных установок [6] по своей природе являются многокритериальными, требуя компромисса между энергоэффективностью, магнитной устойчивостью, тепловыми нагрузками и экономикой. Во-вторых, архитектура алгоритма TF-QIMOA-SHA основана на физической аналогии термоядерного синтеза, что обеспечивает естественную семантическую связь с предметной областью и позволяет оценить как вычислительную эффективность, так и концептуальную согласованность предложенного подхода. Для проведения тестирования сформулированы три оригинальные задачи, отражающие оптимизацию параметров плазмы, профиля тока и лазерного импульса.

Первая задача моделирует оптимизацию ключевых параметров устойчивой плазмы в токамаке с целью достижения баланса между энергетической эффективностью, магнитной стабильностью и ресурсной целесообразностью. В качестве вектора управляемых переменных выступает $\mathbf{x} = (n_e, T_i, B_T, I_p)$, где $n_e \in [0.5, 5.0] \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$ – линейная плотность электронов, $T_i \in [1, 20]$ кэВ – температура ионов, $B_T \in [1, 8]$ Тл – тороидальное магнитное поле, а $I_p \in [0.5, 6]$ МА – ток плазмы. Целевые функции отражают три фундаментальных компромисса термоядерного синтеза. Первая целевая функция $f_1(\mathbf{x}) = -\tau_E$ представляет собой время удержания энергии плазмы τ_E и подлежит максимизации. Величина τ_E оценивается по эмпирической зависимости IPB98(y, 2):

$$\tau_E = 0.0562 \cdot n_e^{0.41} T_i^{0.69} B_T^{0.15} I_p^{0.93} P_{in}^{-0.69}, \quad (10)$$

где $P_{in} = a_1 I_p^2 T_e^{-3/2} + a_2 n_e I_p^{0.8} B_T^{0.3} + a_3 n_e B_T^2$ – входная мощность нагрева ($T_e = T_i$ – температура электронов), $a_1, a_2, a_3 > 0$ – масштабирующие коэффициенты, подобранные таким образом, чтобы $P_{in} \in [1, 50]$ МВт.

Вторая целевая функция $f_2(\mathbf{x}) = \beta_N^{-1}$ направлена на минимизацию обратной нормализованной бета-величины, которая служит мерой эффективности использования магнитного поля:

$$\beta_N = \frac{\frac{2\mu_0\langle p \rangle \zeta}{B_T}}{I_p}, \quad (11)$$

где $\zeta = 0.67$ м – малый радиус тороидальной вакуумной камеры, μ_0 – магнитная постоянная, $\langle p \rangle \propto n_e T_i$ – среднее давление плазмы.

Третья целевая функция $f_3(\mathbf{x}) = P_{ext}$ представляет собой суммарную мощность внешнего нагрева (нейтральной инжекции и электронного циклотронного резонансного нагрева), необходимую для поддержания заданной температуры ионов, где мощность внешнего нагрева вычисляется как:

$$P_{ext} = (a_2 n_e I_p^{0.8} B_T^{0.3} + a_3 n_e B_T^2) \cdot T_i^\zeta, \quad (12)$$

где показатель степени $\zeta \in [1, 1.5]$ отражает рост требуемой мощности внешнего нагрева с увеличением ионной температуры, обусловленный усилением радиационных и транспортных потерь энергии из плазмы.

Вместе с наличием основных целевых функций первая задача дополнена физически обоснованными ограничениями, отражающими фундаментальные пределы устойчивости и эффективности термоядерной плазмы. Первое ограничение, $\beta_N \leq 3.5$, соответствует пределу устойчивости по давлению, поскольку нормализованная бета-величина β_N характеризует отношение кинетического давления плазмы к магнитному давлению, и превышение порога $\beta_N \approx 3.5$ приводит к развитию магнитогиродинамических неустойчивостей [7], разрушающих конфигурацию плазмы. Второе ограничение [8] задаётся как $q_{95} \geq 2$ и обеспечивает устойчивость по критерию безопасности, где безразмерный коэффициент q_{95} определяется соотношением $q_{95} = \frac{B_T \zeta}{\mu_0 I_p R_0} \cdot C_q$ ($\zeta = 0.67$ м – малый радиус тороидальной вакуумной камеры, $R_0 = 1.48$ м – большой радиус тороидальной вакуумной камеры, $C_q \approx 1.1$ – геометрический фактор, учитывающий форму сечения плазмы). Значение q_{95} должно превышать 2 для подавления основных мод неустойчивости, включая изгибающую моду с азимутальным волновым числом $\hbar = 1$ [8]. Третье ограничение имеет вид $n_e T_i \tau_E \geq 3 \times 10^{21}$ keV · s · m⁻³ и представляет собой условие Лоусона для зажигания термоядерной реакции дейтерия и трития, требующее, чтобы произведение плотности электронов n_e , ионной температуры T_i и времени удержания энергии плазмы τ_E превышало порог, при котором мощность альфа-нагрева становится достаточной для компенсации всех энергетических потерь и обеспечения самоподдерживающегося синтеза. Совокупное действие этих ограничений формирует допустимую область решений с нетривиальной геометрией, содержащей изолированные «острова» жизнеспособных режимов, что приводит к разрывной и многосвязной структуре фронта Парето.

Вторая задача направлена на оптимизацию радиального профиля тока в токамаке с целью одновременного подавления магнитогиродинамических неустойчивостей, максимизации выхода термоядерных нейтронов и обеспечения желаемой формы распределения тока. Профиль тока $j(\varrho)$ аппроксимируется полиномом четвёртой степени по нормированному радиусу $\varrho \in [0, 1]$:

$$j(\varrho) = \sum_{n=0}^4 \sigma_n \varrho^n, \quad (13)$$

где коэффициенты $\sigma_n \in [-10, 10]$ являются управляемыми переменными, образуя вектор $\mathbf{x} = (\sigma_0, \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4) \in \mathbb{R}^5$.

Целевые функции отражают три ключевых аспекта плазменной конфигурации. Первая целевая функция $f_1(\mathbf{x}) = \max(\text{Re}(\nu_s), 0)$ [$\text{Re}(\cdot)$ означает взятие вещественной части комплексного числа] осуществляет штрафную оценку неустойчивости плазменной конфигурации, где по заданному вектору \mathbf{x} выполняется линейный анализ магнитогиродинамической устойчивости, в результате которого определяется комплексный инкремент роста $\nu_s \in \mathbb{C}$ для радиальной моды с азимутальным волновым числом $\hbar = 0$.

Вторая целевая функция $f_2(\mathbf{x}) = \max(\text{Re}(v_k), 0)$ направлена на подавление изгибных неустойчивостей, которые возникают при недостаточной сдвиговой стабилизации. По аналогии с первой целевой функцией, функция $f_2(\mathbf{x})$ выполняет штрафную оценку неустойчивости плазменной конфигурации, где на основе результатов линейного анализа магнитогидродинамической устойчивости определяется комплексный инкремент роста $v_k \in \mathbb{C}$ для изгибной моды с азимутальным волновым числом $\hbar = 1$.

Третья целевая функция $f_3(\mathbf{x}) = -S_n(\mathbf{x})$ эквивалентна максимизации нейтронного выхода от реакции дейтерий-третий [9]:

$$S_n(\mathbf{x}) \propto \int_0^\zeta n_D(\varrho)n_T(\varrho)\langle\gamma v\rangle_{DT}(T_i(\varrho))2\pi\varrho d\varrho, \quad (14)$$

где плотность дейтерия n_D и плотность трития n_T пропорциональны локальной плотности электронов, температура ионов $T_i(\varrho)$ связана с профилем давления через уравнение гидростатического равновесия, γ – сечение реакции слияния, v – относительная скорость двух сталкивающихся ядер дейтерия и трития, $\langle \cdot \rangle$ – усреднение по распределению Максвелла [10] при температуре ионов T_i .

Четвёртая целевая функция $f_4(\mathbf{x}) = \|j(\varrho) - j_{tgt}(\varrho)\|_{L^2}^2$ (L^2 – пространство квадратично интегрируемых функций на отрезке $[0, \zeta]$) измеряет среднеквадратичное отклонение от целевого «плоского» профиля $j_{tgt}(\varrho) = \text{const}$, способствующего улучшению удержания и снижению турбулентного переноса.

Также вторая задача дополнена двумя физическими ограничениями. Первое ограничение предполагает фиксированное значение полного тока плазмы $I_p = 5$ МА. Второе ограничение рассматривается с точки зрения неотрицательности профиля тока во всём объёме, то есть $j(\varrho) \geq 0$ для всех $\varrho \in [0, \zeta]$.

Третья задача моделирует оптимизацию формы лазерного импульса в установках инерциального удержания термоядерного синтеза [11], где точная настройка временного профиля энерговыделения критически влияет на симметрию сжатия мишени, развитие гидродинамических неустойчивостей и итоговый энергетический выход. Вектор управляемых переменных $\mathbf{x} = (t_1, P_1, t_2, P_2, \Delta t, \Delta z) \in \mathbb{R}^6$ описывает двухступенчатый импульс: $t_1 \in [1, 5]$ нс – длительность низкоэнергетической ступени, $P_1 \in [10, 100]$ ТВт – пиковая мощность низкоэнергетической ступени, $t_2 \in [0.1, 2]$ нс – длительность высокоэнергетической ступени, $P_2 \in [300, 600]$ ТВт – пиковая мощность высокоэнергетической ступени, $\Delta t \in [0.1, 1]$ нс – временной интервал между ступенями, $\Delta z \in [0.1, 2]$ нм – спектральная ширина лазерного излучения, влияющая на пространственную однородность поглощения [12]. Целевые функции отражают три ключевых аспекта эффективности импульса. Первая целевая функция $f_1(\mathbf{x}) = -G(\mathbf{x})$ эквивалентна максимизации коэффициента усиления [13], который вычисляется в соответствии с формулой:

$$G(\mathbf{x}) = 50 \left(\frac{P_2 t_2}{P_1 t_1 + P_2 t_2} \right) \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{3.2} \exp(-1.5\Delta z - 8|\Delta t - 0.3|). \quad (15)$$

Вторая целевая функция $f_2(\mathbf{x}) = \sigma_{asym}(\mathbf{x})$ количественно оценивает степень асимметрии сжатия мишени. Мера асимметрии сжатия моделируется как:

$$\sigma_{asym}(\mathbf{x}) = A_1 \left| \frac{P_1 t_1}{P_2 t_2} - 0.15 \right| + A_2 \Delta z + A_3 |\Delta t - 0.3|, \quad (16)$$

где $A_1, A_2, A_3 > 0$ – весовые коэффициенты.

Третья целевая функция $f_3(\mathbf{x}) = \text{RMS}(\delta R/R)$ измеряет среднеквадратичную амплитуду возмущений границы горячей точки, служащую прокси-показателем для развития неустойчивости Рэля – Тейлора, которая разрушает целостность топливной капсулы при неоптимальной форме импульса. Величина $\text{RMS}(\delta R/R)$ – физическая характеристика, получаемая в результате гидродинамической эволюции мишени, которая неявно зависит от \mathbf{x} . По этой причине функция $f_3(\mathbf{x})$ аппроксимируется как:

$$f_3(\mathbf{x}) = 0.05 \left(\frac{P_2}{P_1 + 10} \right)^{0.8} t_2^{0.7} \exp(1.2\Delta z + 0.4/(t_1 + 0.1) + 3|\Delta t - 0.3|). \quad (17)$$

Третья задача дополнена двумя техническими ограничениями, выраженными непосредственно через параметры лазерного импульса. Первое ограничение отражает энергетический предел установки и имеет вид $P_1 t_1 + P_2 t_2 \leq 2.15$ МДж, где $P_1 t_1$ и $P_2 t_2$ представляют собой энергии первой и второй ступеней импульса соответственно. Второе ограничение обусловлено конструктивными особенностями лазерной системы и требует, чтобы длительность высокоэнергетической фазы не превышала половины длительности низкоэнергетической фазы, то есть $t_2 \leq 0.5 t_1$. Совокупность этих условий формирует допустимую область с резкими границами, в которой пространство решений характеризуется наличием узких «каньонов» высокой эффективности, отделённых обширными областями низкого усиления. Незначительные отклонения от оптимальной формы импульса в таких условиях могут приводить к качественному переходу от режима термоядерного зажигания к полному провалу синтеза, что создаёт крайне сложный ландшафт фронта Парето с выраженной мультимодальностью и высокой чувствительностью к вариациям управляющих параметров.

Для объективной оценки предложенного алгоритма TF-QIMOА-SHA тестовые задачи решались в рамках единой экспериментальной процедуры, обеспечивающей сопоставимость результатов. Алгоритм выполнялся итеративно в течение 50 запусков, при этом размер ансамбля кудитов устанавливался со значением 200, а количество уровней кудита – со значением 8, что обеспечило баланс между вычислительной сложностью и разрешающей способностью вероятностного представления. История успеха P-SHA ограничивалась 5 записями. Для проведения сравнительного анализа выбраны четыре современных многокритериальных алгоритма, реализованные в соответствии с оригинальными спецификациями: TF-QIMOА, QI-NSGA-III [1], MOWOATS [14] и MOEA/D-DE-SHA [4]. Качество аппроксимации фронта Парето [15] оценивалось по средним значениям показателя равномерности распределения решений (Distribution Metric, далее – DM), показателя динамики улучшения фронта Парето между итерациями выполнения алгоритма (Mutual Domination Rate, далее – MDR), индикатора доминирования по Парето, измеряющего долю недоминируемых решений относительно предыдущего поколения (Pareto Dominance Indicator, далее – NR), а также среднему времени выполнения одной итерации t . Все эксперименты выполнены на вычислительном устройстве с процессором Intel Core i9-13980HX и объёмом оперативной памяти 32 Гб.

В таблице 1 приведены результаты тестирования алгоритмов оптимизации на основе задач № 1 – 3. Полужирным шрифтом выделены лучшие значения показателей.

Таблица 1 – Результаты выполнения алгоритмов оптимизации на тестовых задачах № 1 – 3
Table 1 – Results of optimization algorithms on test problems №1 – 3

Задача	Показатель	TF-QIMOА-SHA	TF-QIMOА	QI-NSGA-III	MOWOATS	MOEA/D-DE-SHA
№ 1	DM	0.2970	0.3625	0.7705	0.4943	0.8600
	MDR	0.2278	0.2020	0.0673	0.0578	0.0120
	NR	0.3805	0.3805	0.2962	0.1738	0.1331
	t	0.0215	0.0408	0.0168	0.0705	0.0160
№ 2	DM	0.3379	0.3791	0.5516	0.6174	0.9601
	MDR	0.3084	0.2327	0.1310	0.0780	0.0590
	NR	0.4892	0.5800	0.3474	0.2001	0.2217
	t	0.0592	0.0557	0.0339	0.3626	0.0326
№ 3	DM	0.2538	0.3483	0.6047	0.4504	0.7042
	MDR	0.4418	0.4261	0.3714	-0.0380	0.1949
	NR	0.6181	0.5839	0.4617	0.2503	0.2995
	t	0.0378	0.0910	0.0175	0.0462	0.0411

На тестовой задаче № 1, моделирующей оптимизацию параметров плазмы в токамаке, алгоритм TF-QIMOА-SHA показал наилучшее значение показателя $DM = 0.2970$, что свидетельствует о наиболее равномерном распределении решений по фронту Парето. Это особенно важно для практических задач термоядерного синтеза, где равномерное покрытие пространства критериев позволяет инженеру выбирать решения из широкого диапазона компромиссов между удержанием энергии, магнитной стабильностью и мощностью нагрева. В то же время значение показателя $MDR = 0.2278$ указывает на устойчивое улучшение фронта в ходе итераций, превосходя все альтернативные алгоритмы. Показатель NR , отражающий долю недоминируемых решений относительно предыдущего поколения, также достигает высокого значения 0.3805 , что подтверждает способность алгоритма генерировать качественно новые решения на каждом шаге. По времени выполнения одной итерации алгоритм TF-QIMOА-SHA уступает алгоритмам QI-NSGA-III ($t = 0.0168$) и MOEA/D-DE-SHA ($t = 0.0160$), однако вычислительная эффективность алгоритма TF-QIMOА-SHA остаётся на приемлемом уровне ($t = 0.0215$).

На тестовой задаче № 2, связанной с оптимизацией профиля тока, преимущество алгоритма TF-QIMOА-SHA сохраняется в большинстве ключевых показателей. Распределение решений ($DM = 0.3379$) является наиболее равномерным среди всех алгоритмов, что критически важно при наличии множественных локальных оптимумов и разрывных участков фронта Парето. Значение показателя $MDR = 0.3084$ указывает на высокую скорость сходимости, существенно превышающую скорость сходимости у алгоритмов MOWOATS ($MDR = 0.0780$) и MOEA/D-DE-SHA ($MDR = 0.0590$). Также алгоритм TF-QIMOА-SHA демонстрирует лучшую способность к генерации недоминируемых решений, о чём свидетельствует значение показателя $NR = 0.4892$, в сравнении с алгоритмами QI-NSGA-III ($NR = 0.3474$), MOWOATS ($NR = 0.2001$) и MOEA/D-DE-SHA ($NR = 0.2217$). При этом по показателю NR алгоритм TF-QIMOА-SHA уступает только предшествующему алгоритму TF-QIMOА ($NR = 0.5800$). Временные затраты алгоритма TF-QIMOА-SHA ($t = 0.0592$) находятся примерно на уровне альтернативных квантово-инспирированных алгоритмов TF-QIMOА ($t = 0.0557$) и QI-NSGA-III ($t = 0.0339$), и уступают временным затратам алгоритма MOEA/D-DE-SHA ($t = 0.0326$).

На тестовой задаче № 3, направленной на оптимизацию лазерного импульса в системах инерциального удержания, алгоритм TF-QIMOА-SHA демонстрирует абсолютное лидерство по всем ключевым метрикам. Значение показателя $DM = 0.2538$ является наименьшим среди всех алгоритмов, что указывает на лучшую равномерность распределения решений в трёхмерном пространстве критериев. Особо следует отметить высокое значение показателя $MDR = 0.4418$, что свидетельствует о глубокой и стабильной эволюции фронта Парето, превосходящей, в том числе, альтернативные квантово-инспирированные алгоритмы TF-QIMOА ($MDR = 0.4261$) и QI-NSGA-III ($MDR = 0.3714$). Значение показателя $NR = 0.6181$ у алгоритма TF-QIMOА-SHA, является самым высоким в эксперименте среди всех алгоритмов оптимизации, и подтверждает, что алгоритм TF-QIMOА-SHA способен генерировать значительное количество новых недоминируемых решений на каждом шаге, что является важным фактором для задач с высокой чувствительностью к начальным условиям и резкими пороговыми эффектами. По времени выполнения итерации алгоритм TF-QIMOА-SHA ($t = 0.0378$) уступает только алгоритму QI-NSGA-III ($t = 0.0175$), однако это незначительное замедление компенсируется за счёт существенного повышения качества фронта.

Проведённый сравнительный анализ подтверждает работоспособность предложенной архитектуры алгоритма TF-QIMOА-SHA и демонстрирует её конкурентоспособность на классе сложных многокритериальных задач, возникающих в современных физико-инженерных приложениях. Полученные результаты свидетельствуют о том, что интеграция квантово-инспирированной динамики с механизмом адаптивного управления значениями глобальных параметров на основе истории успеха позволяет достичь высокого качества аппроксимации фронта Парето при практически приемлемых временных затратах на итерацию выполнения алгоритма. Представленные тестовые задачи, обладающие нетривиальной топо-

логией пространства решений и физически обоснованными ограничениями, обеспечивают релевантную основу для оценки алгоритмов и подчёркивают практическую значимость проведённого исследования.

Заключение

В работе предложен адаптивный квантово-инспирированный алгоритм TF-QIMOА-SHA, сочетающий физическую аналогию термоядерного синтеза, динамику кудитов и метод самонастройки P-SHA. Данный метод обеспечивает динамическую корректировку значений глобальных параметров на основе истории успеха, взвешенной по приросту гиперобъёма, устойчивости решений и исследованию пространства критериев. Эксперименты на трёх задачах термоядерного синтеза подтвердили преимущество алгоритма TF-QIMOА-SHA по равномерности распределения решений, скорости сходимости и доле недоминируемых решений, что свидетельствует о его высокой адаптивности и надёжности на сложных, разрывных фронтах Парето.

В перспективе дальнейших исследований планируется развитие теоретических основ алгоритма TF-QIMOА-SHA, включая анализ сходимости и устойчивости в условиях высокой размерности. Особый интерес представляет обобщение алгоритма на задачи с динамически изменяющимися целями и ограничениями, а также интеграция алгоритма TF-QIMOА-SHA с алгоритмами машинного обучения для автоматического выявления структуры пространства решений. Дополнительно рассматривается разработка распределённой реализации алгоритма, обеспечивающей масштабируемость на многокритериальные задачи большой размерности.

Библиографический список

1. **Демидова Л.А., Масленников В.В.** Применение многоуровневых квантовых систем для параллельной оценки решений в задачах многокритериальной оптимизации // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2025. № 92. С. 57-76. DOI 10.21667/1995-4565-2025-92-57-76.
2. **Шерстнев П.А., Семенкин Е.С.** SelfCSHAGA: самоконфигурируемый генетический алгоритм оптимизации с адаптацией на основе истории успеха // Вестник Московского государственного технического университета им. Н. Э. Баумана. Серия: Приборостроение. 2025. № 2 (151). С. 122-139.
3. **Шерстнев П.А., Семенкин Е.С.** Самоконфигурируемые алгоритмы генетического программирования с адаптацией на основе истории успеха // Сибирский аэрокосмический журнал. 2025. Т. 26, № 1. С. 60-70. DOI: 10.31772/2712-8970-2025-26-1-60-70.
4. **Akhmedova S., Stanovov V.** Success-History Based Parameter Adaptation in MOEA/D Algorithm / In: Tan Y., Shi Y., Tuba M. (eds) *Advances in Swarm Intelligence // ICSI 2020. Lecture Notes in Computer Science*, vol 12145. Cham: Springer, 2020. P. 437-448. DOI: 10.1007/978-3-030-53956-6_41.
5. **Demidova L., Maslennikov V.** Thermonuclear Fusion Based Quantum-Inspired Algorithm for Solving Multiobjective Optimization Problems // *Algorithms*. 2025. Vol. 18, no. 12. Art. 793. DOI: 10.3390/a18120793.
6. **Makhutov A.N., Gadenin M.M., Maslov V.S., Razumovsky A.I., Reznikov O.D.** Theoretical and Experimental Analysis of Structural Properties of Load-Bearing Components of Thermonuclear Tokamak Installations. *IntechOpen*. 2021. DOI: 10.5772/intechopen.94531.
7. **Bychkov V., Modestov M., Marklund, Mattias.** Magnetohydrodynamic instability in plasmas with intrinsic magnetization // *Physics of Plasmas*. 2010. 17. 112107-112107. 10.1063/1.3515898.
8. **Mikhajlovskij A.B.** The Stability Criterion of the G-Mode in a Toroidal Plasma // *Nuclear Fusion*. 2011. 51. 10.1088/0029-5515/51/1/011.
9. **Liu W., Cao X., Peng S., Long X., Yang B., Luo S., Wang W., Cheng G.** Effects of the thickness of oxide layer on yield of neutron from deuterium-tritium reaction. 2007. 30. 665-667.
10. **Dey S., Dey T., Ali S. et al.** Two-parameter Maxwell distribution: Properties and different methods of estimation // *J Stat Theory Pract* 10, 291-310 (2016). <https://doi.org/10.1080/15598608.2015.1135090>.
11. **Zohuri Bahman.** Inertial Confinement Fusion Driven Thermonuclear Energy. 2017. 10.1007/978-3-319-50907-5.

12. **Ratner A.M.** The Spectral Width of the Radiation. In: Spectral, Spatial, and Temporal Properties of Lasers // Optical Physics and Engineering. Springer, Boston, MA. 1972. <https://doi.org/10.1007/978-1-4684-1926-9>.

13. **Degnan John.** Optimization of Passively Q-Switched Lasers // IEEE Journal of Quantum Electronics. 1995. 31. 1890-1901. 10.1109/3.469267.

14. **Abdelaziz Amr, Soliman Taysir, A. Ghany Kareem, Sewisy Adel.** A Pareto-Based Hybrid Whale Optimization Algorithm with Tabu Search for Multi-Objective Optimization // Algorithms. 2019. 12. 261. 10.3390/a12120261.

15. **Halim H., Ismail I., Das S.** Performance assessment of the metaheuristic optimization algorithms: an exhaustive review // Artificial Intelligence Review. 2021. Vol. 54. Pp. 1-87. DOI: 10.1007/s10462-020-09906-6.

UDC 004.021

ADAPTIVE SELF-TUNING OF GLOBAL PARAMETERS IN TF-QIMOA MULTI-OBJECTIVE REAL-VALUED OPTIMIZATION ALGORITHM BASED ON SUCCESS HISTORY OF NONDOMINATED SOLUTIONS

L. A. Demidova, Dr. in technical sciences, full professor, professor of the Department of ERP Systems, RTU MIREA, Moscow, Russia;

orcid.org/0000-0003-4516-3746, e-mail: demidova.liliya@gmail.com

V. V. Maslennikov, Senior lecturer at the Department of ERP Systems, RTU MIREA, Moscow, Russia;

orcid.org/0000-0003-3201-2228, e-mail: maslennikov@mirea.ru

The study presents an adaptive version of quantum-inspired multiobjective real-valued optimization algorithm TF-QIMOA, enhanced with a self-tuning mechanism for global parameters based on success history of nondominated solutions. In contrast to the original TF-QIMOA algorithm which employs fixed global parameter values, a new algorithm, TF-QIMOA-SHA, dynamically adjusts its key control parameters by quantitatively assessing the contribution of each nondominated solution to the evolution of the Pareto front. This assessment integrates three components: hypervolume improvement, temporal stability of solutions, and the degree of exploration of sparsely populated segments of objective space. This approach enables real-time adaptation of search process without any prior assumptions about the structure of objective functions. Experimental validation confirms the superiority of TF-QIMOA-SHA over state-of-the-art multiobjective optimization algorithms, namely TF-QIMOA, QI-NSGA-III, MOWOATS, and MOEA/D-DE-SHA, in terms of solution distribution uniformity along the Pareto front, convergence speed, and the proportion of nondominated solutions relative to previous generation. These results demonstrate high potential of the proposed algorithm for solving complex engineering problems characterized by a high degree of conflict among objective functions.

Keywords: multiobjective optimization, quantum-inspired algorithm, thermonuclear fusion, adaptive self-tuning, success history, hypervolume, Pareto front, solution evaluation.

DOI: 10.21667/1995-4565-2026-95-85-98

References

1. **Demidova L.A., Maslennikov V.V.** Primenenie mnogourovnevnykh kvantovykh sistem dlya parallel'noj ocenki reshenij v zadachah mnogokriterial'noj optimizacii. *Vestnik Ryazanskogo gosudarstvennogo radio-tehnicheskogo universiteta*. 2025, no. 92, pp. 57-76. (in Russian). <https://doi.org/10.21667/1995-4565-2025-92-57-76>.

2. **Sherstnev P.A., Semenkin E.S.** SelfCSHAGA: samokonfiguriruemyy geneticheskij algoritm optimizacii s adaptaciej na osnove istorii uspekha. *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta im. N. E. Baumana. Seriya: Priborostroenie*. 2025, no. 2(151), pp. 122-139. (in Russian).

3. **Sherstnev P.A., Semenkin E.S.** Samokonfiguriruyemye algoritmy geneticheskogo programmirovaniya s adaptaciej na osnove istorii uspekha. *Sibirskij aerokosmicheskij zhurnal*. 2025, no. 26(1), pp. 60-70. (in Russian). <https://doi.org/10.31772/2712-8970-2025-26-1-60-70>.
4. **Akhmedova S., Stanovov V.** Success-History Based Parameter Adaptation in MOEA/D Algorithm / In: Tan Y., Shi Y., Tuba M. (eds) *Advances in Swarm Intelligence. ICSI 2020. Lecture Notes in Computer Science, vol 12145. Cham: Springer*. 2020, pp. 437-448. DOI: 10.1007/978-3-030-53956-6_41.
5. **Demidova L., Maslennikov V.** Thermonuclear Fusion Based Quantum-Inspired Algorithm for Solving Multiobjective Optimization Problems. *Algorithms*. 2025, vol. 18, no. 12. Art. 793. DOI: 10.3390/a18120793.
6. **Makhutov A.N., Gadenin M.M., Maslov V.S., Razumovsky A.I., Reznikov O.D.** Theoretical and Experimental Analysis of Structural Properties of Load-Bearing Components of Thermonuclear Tokamak Installations. *IntechOpen*. 2021. DOI: 10.5772/intechopen.94531.
7. **Bychkov V., Modestov M., Marklund, Mattias.** Magnetohydrodynamic instability in plasmas with intrinsic magnetization. *Physics of Plasmas*. 2010. 17. 112107-112107. 10.1063/1.3515898.
8. **Mikhajlovskij A.B.** The Stability Criterion of the G-Mode in a Toroidal Plasma. *Nuclear Fusion*. 2011. 51. 95. 10.1088/0029-5515/51/1/011.
9. **Liu W., Cao X., Peng S., Long X., Yang B., Luo S., Wang W., Cheng G.** Effects of the thickness of oxide layer on yield of neutron from deuterium-tritium reaction. 2007. 30. 665-667.
10. **Dey S., Dey T., Ali S. et al.** Two-parameter Maxwell distribution: Properties and different methods of estimation. *J Stat Theory Pract* 10, 291-310 (2016). <https://doi.org/10.1080/15598608.2015.1135090>.
11. **Zohuri Bahman.** *Inertial Confinement Fusion Driven Thermonuclear Energy*. 2017. 10.1007/978-3-319-50907-5.
12. **Ratner A.M.** (1972). The Spectral Width of the Radiation. In: *Spectral, Spatial, and Temporal Properties of Lasers. Optical Physics and Engineering*. Springer, Boston, MA. <https://doi.org/10.1007/978-1-4684-1926-9>.
13. **Degnan John.** (1995). Optimization of Passively Q-Switched Lasers. *IEEE Journal of Quantum Electronics*. 31. 1890-1901. 10.1109/3.469267.
14. **Abdelaziz Amr, Soliman Taysir, A. Ghany Kareem, Sewisy Adel.** A Pareto-Based Hybrid Whale Optimization Algorithm with Tabu Search for Multi-Objective Optimization. *Algorithms*. 2019. 12. 261. 10.3390/a12120261.
15. **Halim H., Ismail I., Das S.** Performance assessment of the metaheuristic optimization algorithms: an exhaustive review. *Artificial Intelligence Review*. 2021. Vol. 54. Pp. 1-87. DOI: 10.1007/s10462-020-09906-6.