

УДК 519.876:656.072

ДЕТЕРМИНИРОВАННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ ПАКЕТА МУЛЬТИМОДАЛЬНЫХ ПЕРЕВОЗОК В ТРАНСПОРТНЫХ СЕТЯХ

Д. А. Перепелкин, д.т.н., профессор, декан ФВТ РГРТУ, Рязань, Россия;
orcid.org/0000-0003-4775-5745, e-mail: perepelkin.d.a@rsreu.ru

А. В. Виниченко, аспирант РГРТУ, Рязань, Россия;
orcid.org/0009-0004-6373-1764, e-mail: avinichenko88@gmail.com

Рассматривается задача формирования пакетов маршрутов в мультимодальных транспортных сетях (МТС) в условиях конфликтующих критериев оптимальности. Предложена детерминированная математическая модель, основанная на графовом представлении МТС и векторной целевой функции, включающей стоимостные, временные и структурные характеристики маршрутов. Для анализа компромиссных решений используется подход многокритериальной оптимизации по Парето. Выполнены: вычислительное моделирование и визуализация фронтов Парето, позволяющие проанализировать влияние ограничений и штрафных функций на множество допустимых решений. Полученные результаты подтверждают корректность модели и ее применимость для поддержки принятия решений в МТС.

Ключевые слова: мультимодальная транспортная сеть, мультимодальная пассажирская перевозка, мультимодальный пакет, транспортный сегмент, математическая модель, многокритериальная оптимизация, оптимальность по Парето.

DOI: 10.21667/1995-4565-2026-95-148-157

Введение

Мультимодальная пассажирская перевозка (ММП) представляет собой организацию поездки с использованием нескольких видов транспорта и формируется в МТС в виде маршрута, состоящего из конечного числа транспортных сегментов [1].

Актуальность развития мультимодальных перевозок закреплена в Транспортной стратегии Российской Федерации до 2030 года с прогнозом до 2035 года [2], в которой в качестве приоритетных направлений обозначены интеграция различных видов транспорта, повышение связности транспортной сети и внедрение цифровых методов планирования и управления перевозками.

Современные цифровые транспортные платформы обеспечивают интеграцию данных различных перевозчиков и формируют мультимодальные маршруты между заданными пунктами отправления и назначения. Анализ архитектуры таких систем показывает, что маршруты представляют собой совокупности транспортных сегментов, объединенных на уровне информационного взаимодействия [3].

Работы [1, 4] показывают, что планирование маршрутов в МТС связано с необходимостью одновременного учета нескольких показателей качества перевозки, включая временные и стоимостные характеристики, а также структуру маршрута. Указанные показатели находятся в противоречии и требуют совместного учета в рамках поддержки принятия решений, что также отмечается в работе [5], посвященной анализу индивидуальной мобильности пассажиров.

В литературе [4, 5] подчеркивается необходимость формализации структуры МТС и критериев оценки маршрутов для анализа свойств решений и проведения воспроизводимых вычислительных экспериментов. Это определяет актуальность разработки детерминированной

математической модели формирования мультимодального пакета маршрутов на основе многокритериальной оптимизации.

Теоретические сведения

В формализованном виде МТС может быть представлена в виде сети, вершинами которой являются транспортные узлы, а дугами – транспортные сегменты различных видов транспорта [1]. В этом случае формирование маршрутов в МТС сводится к задаче выбора путей в структурированной системе при наличии множества допустимых альтернатив и нескольких разнородных критериев.

Класс задач, связанных с формализацией и анализом МТС, в ряде аспектов пересекается с классом задач работы с сетевыми структурами. В частности, работы [7-10], посвященные моделированию и анализу программно-конфигурируемых сетей, используют сходные принципы представления системы в виде совокупности узлов и связей, формирования множества допустимых путей и учета набора критериев и показателей качества, что позволяет использовать их в качестве методологической основы при исследовании МТС.

В рамках данной статьи ММП реализуется в виде мультимодального пакета, под которым в настоящей работе понимается мультимодальный маршрут между пунктами отправления и назначения, представленный упорядоченной последовательностью транспортных сегментов различных видов транспорта. В случае, если маршрут состоит из одного сегмента, он рассматривается как прямой односегментный маршрут, что также соответствует используемой в работе [11] классификации маршрутов по структуре.

Формирование мультимодальных пакетов в МТС связано с наличием альтернативных вариантов перемещения между одними и теми же пунктами отправления и назначения. Каждый мультимодальный пакет характеризуется набором показателей качества перевозки, используемых для его оценки и сопоставления с альтернативными решениями [12]. Рассмотрение маршрутов как элементов множества допустимых решений позволяет учитывать структурное разнообразие возможных вариантов перемещения между заданными пунктами и различия в значениях показателей качества [7].

В работах [1, 4, 5, 12] отмечается, что показатели качества ММП, включая временные характеристики поездки, стоимостные параметры, структуру маршрута и условия пересадок, в общем случае находятся в противоречии и требуют компромиссного учета при принятии решения. В связи с этим при анализе ММП применяется многокритериальная оптимизация, позволяющая рассматривать несколько критериев одновременно [4, 6], при этом практическая постановка задачи в виде сопоставления маршрутам вектора показателей качества используется и в исследованиях сетевых систем [8].

Использование детерминированной математической модели позволяет формализовать структуру МТС и систему критериев оценки мультимодальных пакетов, а также провести воспроизводимый вычислительный эксперимент. Такой подход соответствует общим принципам математического моделирования и многокритериального анализа, применяемым в задачах автоматизированного проектирования сложных систем [13].

Математическая модель МТС

Представим МТС в виде ориентированного мультиграфа $G = (V, E)$, где V означает множество узлов сети (транспортных узлов), $E = \{e_{i,j}^r = (v_i, v_j) \mid v_i, v_j \in V, r \in R_{i,j}\}$ – множество ориентированных дуг между транспортными узлами v_i и v_j , а индекс r идентифицирует уникальный транспортный рейс (сегмент) между данными узлами.

Каждое ребро $e_{i,j}^r$ имеет вес $\omega_{i,j}^r = \langle r, t_{dep\ i,j}^r, t_{arr\ i,j}^r, c_{i,j}^r, \tau_{i,j}^r \rangle$, представляющий собой кортеж параметров, характеризующих соответствующий транспортный сегмент с рейсом r , где $t_{dep\ i,j}^r, t_{arr\ i,j}^r$ – время отправления с v_i и время прибытия на v_j для ребра $e_{i,j}^r$; $c_{i,j}^r$ – стоимость

проезда рейсом r ; $\tau_{i,j}^r$ – вид транспорта на рейсе r ребра $e_{i,j}^r$. Представление каждого транспортного сегмента в виде объекта, характеризуемого вектором параметров качества, согласуется с моделями сетей передачи данных, в которых каждому каналу связи сопоставляется набор метрик, используемых при выборе маршрута [8-10].

На рисунке 1 приведен пример МТС с 5 узлами сети и 13 рейсами r между данными узлами.

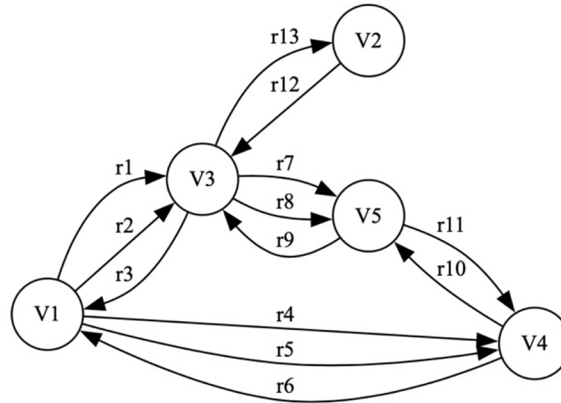


Рисунок 1 – Пример МТС с 5 вершинами и 13 ребрами
Figure 1 – MTN example with 5 vertices and 13 edges

Все множество видов транспорта, используемого в МТС, обозначим как Tr , тогда $\tau_{i,j}^r \in Tr$. В качестве элементов множества Tr могут использоваться железнодорожный транспорт, автомобильный транспорт (автобус), авиатранспорт (самолет), водный транспорт (паром) и другие виды транспорта.

Пакет мультимодальной перевозки P можно представить в виде упорядоченной последовательности транспортных сегментов $e_{i,j}^r \in E$ соединяющих вершины МТС от начального пункта следования v_{i_1} до пункта назначения v_{j_m} :

$$P = (e_{i_1, j_1}^{r_1}, e_{i_2, j_2}^{r_2}, \dots, e_{i_m, j_m}^{r_m}), |P| = m,$$

где каждая дуга $e_{i,j}^r$ соединяет вершины v_{i_1} и v_{j_1} пути пакета P , а для любых соседних сегментов выполняется условие связности $v_{j_l} = v_{i_{l+1}}$.

Пересадка с ребра $e_{i,j}^{r_l}$ на ребро $e_{i_{l+1}, j_{l+1}}^{r_{l+1}}$ в узле v_{j_l} допустима, если она укладывается в значения минимального w_{min} и максимального w_{max} времени пересадки:

$$w_{min} \leq t_{dep, i_{l+1}, j_{l+1}}^{r_{l+1}} - t_{arr, i, j_l}^{r_l} \leq w_{max}, w_{min} > 0.$$

Выбор значений w_{min} и w_{max} осуществляется администратором сети либо пользователем.

Характеристики пакета ММП P определяются как агрегированные функции от весов входящих в него транспортных сегментов.

Так, стоимость P определяется как сумма стоимости всех транспортных сегментов:

$$C(P) = \sum_{l=1}^m c_{i_l, j_l}^{r_l}. \quad (1)$$

Общее время в пути для такого пакета P представляет собой сумму длительности пути каждого транспортного сегмента и сумму затраченного времени на пересадки либо разность между временем прибытия на конечный узел и временем отправления с начального узла.

Если время в пути по ребру $e_{i,j}^{r_l}$ определяется как $t_{i,j_l}^{r_l} = t_{arr, i, j_l}^{r_l} - t_{dep, i, j_l}^{r_l}$, тогда общее время в пути для пакета P :

$$T(P) = \sum_{l=1}^m t_{i_l, j_l}^{r_l} + \sum_{l=1}^{m-1} (t_{dep\ i_{l+1}, j_{l+1}}^{r_{l+1}} + t_{arr\ i_l, j_l}^{r_l}) \quad (2.1)$$

или

$$T(P) = t_{arr\ i_m, j_m}^{r_m} - t_{dep\ i_1, j_1}^{r_1} \quad (2.2)$$

Количество пересадок в пакете P определяется как разность между числом транспортных сегментов в данном пакете и единицей, то есть:

$$N_{tr}(P) = |P| - 1 = m - 1. \quad (3)$$

Для оптимизации количества пересадок, минимизации вычислительных расходов и учета предпочтений пользователя количество пересадок может быть детерминированным. Тогда $N_{tr}(P)$ должно удовлетворять условию $N_{tr}(P) \leq n_{tr}$, где n_{tr} задается администратором или пользователем сети.

В процессе построения пакета P учитываются ограничения на допустимые виды транспортных средств для конкретного запроса пользователя. Обозначим допустимое множество типов транспорта как $Tr_{allow} \subseteq Tr$, тогда $\tau_{i_l, j_l}^{r_l} \in Tr_{allow}$. В случае использования недопустимого вида транспорта на сегменте r_l применяется штрафная надбавка, определяемая функцией:

$$s_l = p \cdot \varphi(\tau_{i_l, j_l}^{r_l}),$$

где $\varphi(\tau_{i_l, j_l}^{r_l})$ – индикаторная функция, определяющая факт нарушения транспортного ограничения:

$$\varphi(\tau_{i_l, j_l}^{r_l}) = \begin{cases} 1, & \text{если } \tau_{i_l, j_l}^{r_l} \notin Tr_{allow} \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}.$$

Штрафной коэффициент $p \in \mathbb{R}_+$ задается администратором сети и может учитывать экономические, экологические или иные приоритеты. В настоящей модели штрафная надбавка не включается в кортеж веса ребра, поскольку не является характеристикой отдельного транспортного сегмента. Штрафы учитывают выполнение ограничений и предпочтений пользователя для мультимодального пакета.

Суммарный штраф за включение нежелательного вида транспорта в пакет рассчитывается как:

$$S(P) = \sum_{l=1}^m s_l. \quad (4)$$

Поскольку P описывается совокупностью критериев, включающих стоимость пакета (1), общее время в пути (2.1), (2.2), количество пересадок (3), а также штраф (4), задача формирования оптимального маршрута представляет собой многокритериальную оптимизационную задачу. Соответствующая векторная целевая функция может быть представлена в виде:

$$F(P) = \min_p [C(P), T(P), N_{tr}(P), S(P)]. \quad (5)$$

В общем случае задача оптимального формирования пакетов ММП сводится к поиску множества допустимых мультимодальных маршрутов, соединяющих исходную вершину v_s и вершину назначения v_d , при условии минимизации векторной функции $F(P)$ для каждого пакета. Обозначим упорядоченное по возрастанию значений функции F множество найденных пакетов P как $MMR(v_s, v_d)$:

$$MMR(v_s, v_d) = \{P_i \mid i = \overline{1, N}, F(P_i) \leq F(P_{i+1}), i = \overline{1, N-1}\}, \quad (6)$$

где N – количество допустимых пакетов, может задаваться администратором МТС в зависимости от параметров системы и потребностей пользователя.

Многокритериальная оптимизация по Парето

Как отмечено выше, задача формирования пакета мультимодальных маршрутов характеризуется наличием нескольких конфликтующих критериев оптимальности, что исключает возможность их одновременной оптимизации в скалярной постановке без введения субъективных весовых коэффициентов. В многокритериальных задачах возможны различные способы перехода от векторной целевой функции к скалярной форме, включая линейную и нелинейную свертку критериев, максиминный подход, метод выделения главного критерия, метод ε -ограничений, минимизацию отклонений и другие методы. Однако указанные подходы предполагают явное или неявное задание предпочтений лица, принимающего решение, в виде весовых коэффициентов, пороговых значений, приоритетов либо выбора метрики близости к эталонному вектору.

В рассматриваемой задаче параметры выбора маршрута варьируются в зависимости от типа пассажира, цели поездки, стоимости и организационных условий МТС. Следовательно, агрегация критериев приводит к неоправданному сужению множества допустимых компромиссных решений и снижает универсальность модели. В связи с этим задача формулируется в многокритериальной постановке с использованием принципа Парето-оптимальности, являющегося базовым понятием теории многокритериальной оптимизации [6].

Для (5) введем векторную целевую функцию $f(P) = (f_1(P), f_2(P), f_3(P), f_4(P))$, где $f_1(P) = C(P)$, $f_2(P) = T(P)$, $f_3(P) = N_{tr}(P)$, $f_4 = S(P)$.

Пусть $\Omega(v_s, v_d)$ обозначает множество всех допустимых пакетов маршрутов, сформированных между начальной вершиной v_s и конечной вершиной v_d . Каждому пакету маршрутов $P \in \Omega(v_s, v_d)$ сопоставляется вектор критериев $f(P)$. Пакет ММП $P^{(a)}$ считается доминирующим по отношению к пакету маршрутов $P^{(b)}$, если выполняется неравенство $f_s(P^{(a)}) \leq f_s(P^{(b)}) \forall s$ и существует хотя бы один критерий s_0 , для которого $f_{s_0}(P^{(a)}) < f_{s_0}(P^{(b)})$. Тогда (6) определяется как подмножество Парето-оптимальных пакетов, недоминируемых ни одним другим решением по введенным критериям:

$$MMR(v_s, v_d) = \{P \in \Omega(v_s, v_d) \mid \nexists P' \in \Omega(v_s, v_d) : P' \prec P\}.$$

Использование принципа Парето обеспечивает выделение множества рациональных компромиссных решений без предварительной агрегации критериев и без навязывания фиксированной схемы предпочтений. Такой подход обеспечивает описание многокритериального характера задачи и создает методологическую основу для последующего моделирования без необходимости задания весовых коэффициентов или предпочтений лица, принимающего решение, пассажира или администратора сети.

Результаты вычислительного моделирования

Рассмотрим пример 1 вычислительного моделирования, направленный на анализ и визуализацию компромиссов между критериями в рамках предложенной математической модели с использованием фронта Парето. МТС, представленная на рисунке 1, задается в виде таблицы 1, в которой каждому ребру $e_{i,j}^r$ сопоставляется набор детерминированных весов $\omega_{i,j}^r$, характеризующих соответствующий транспортный сегмент.

С учетом представленного набора данных, допустимого времени пересадки $w_{min} = 0,3$ ч, $w_{max} = 2,0$ ч и общего количества пересадок $n_{tr} \leq 1$ существует всего четыре возможных мультимодальных пакета P между вершинами v_1 в v_5 :

$$P_1 = (e_{1,3}^{r_1}, e_{3,5}^{r_7}), P_2 = (e_{1,3}^{r_1}, e_{3,5}^{r_8}),$$

$$P_3 = (e_{1,3}^{r_2}, e_{3,5}^{r_8}) \text{ и } P_4 = (e_{1,4}^{r_4}, e_{4,5}^{r_{10}}).$$

Выбор конкретного алгоритма поиска мультимодальных пакетов остается за рамками данной статьи, поскольку он не влияет на корректность постановки модели и не является критичным для проведения вычислительного эксперимента.

Таблица 1 – Параметры МТС

Table 1 – MTN parameters

Узел v_i	Узел v_j	Вес $\omega_{i,j}^r$ дуги $e_{i,j}^r$				
		Идентификатор сегмента r	Время отправления $t_{dep\ i,j}^r$, ч	Время прибытия $t_{arr\ i,j}^r$, ч	Стоимость $c_{i,j}^r$, руб.	Вид транспорта $\tau_{i,j}^r$
v_1	v_3	r_1	8,0	9,5	100	ЖД
v_1	v_3	r_2	9,0	10,2	80	Авто
v_3	v_1	r_3	11,0	12,5	90	ЖД
v_1	v_4	r_4	8,3	9,3	200	Авиа
v_1	v_4	r_5	9,3	10,8	120	Авто
v_4	v_1	r_6	11,5	12,8	110	Авто
v_3	v_5	r_7	10,0	12,0	150	ЖД
v_3	v_5	r_8	11,0	12,5	90	Авто
v_5	v_3	r_9	13,5	15,0	100	Авто
v_4	v_5	r_{10}	9,5	11,0	220	Авиа
v_5	v_4	r_{11}	12,0	13,5	200	Авиа
v_2	v_3	r_{12}	7,5	9,0	70	Авто
v_3	v_2	r_{13}	10,5	12,0	60	Авто

На рисунке 2 принадлежность транспортных сегментов маршрутам P_1, \dots, P_4 указана в квадратных скобках. При этом один и тот же транспортный сегмент может входить в состав нескольких маршрутов, что отражено в его маркировке.

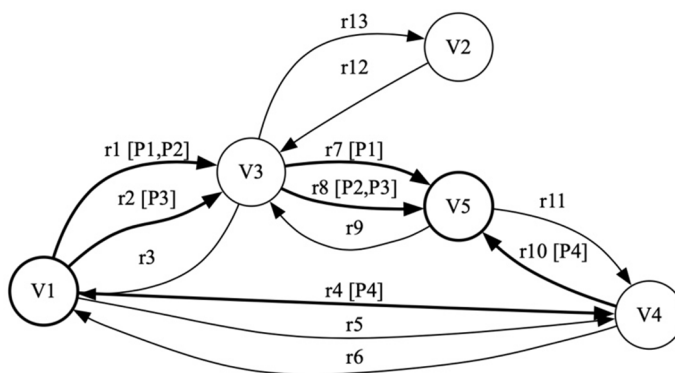


Рисунок 2 – МТС с выделенными мультимодальными маршрутами из v_1 в v_5

Figure 2 – MTN with dedicated multimodal routes from v_1 to v_5

Рассмотрим пример, где все виды транспорта являются допустимыми, т.е. $Tr_{allow} = \{ \text{ЖД}, \text{Авто}, \text{Авиа} \}$, а штрафной коэффициент $p = 1$. Тогда $\forall P: f_4(P) = 0$. Для каждого пакета P приведем расчет значений критериев в таблице 2.

Так как $\forall P: f_3(P)$ и $f_4(P)$ одинаковы, то расчет Парето-оптимальных решений сводится к учету $f_1(P)$ и $f_2(P)$. Видно, что P_3 дешевле и быстрее, чем P_1 и P_2 , а значит, доминирует.

А P_4 не доминируется, потому что самый быстрый. Итого Парето-оптимальные решения $MMR(v_1, v_5) = \{P_3, P_4\}$.

Таблица 2 – Значение функций мультимодальных пакетов, когда все виды транспорта разрешены

Table 2 – Values of multimodal package functions with all transport modes allowed

Пакет	$f_1(P) = C(P)$, руб.	$f_2(P) = T(P)$, ч	$f_3(P) = N_{tr}(P)$	τ на рейсах	$f_4(P) = S(P)$
P_1	$100 + 150 = 250$	$12,0 - 8,0 = 4,0$	1	{ЖД, ЖД}	0
P_2	$100 + 90 = 190$	$12,5 - 8,0 = 4,5$	1	{ЖД, Авто}	0
P_3	$80 + 90 = 170$	$12,5 - 9,0 = 3,5$	1	{Авто, Авто}	0
P_4	$200 + 220 = 420$	$11,0 - 8,3 = 2,7$	1	{Авиа, Авиа}	0

Рассмотрим пример 2, в котором разрешенными видами транспорта являются ЖД и Авиа, т. е. $Tr_{allow} = \{ЖД, Авиа\}$, штрафной коэффициент остается прежним: $p = 1$. В таком случае значения критериев стоимости, времени в пути и количества пересадок для P были рассчитаны ранее (таблица 2). А штраф $S(P)$ каждого P будет равен количеству рейсов с $\tau_{ij}^k = \{Авто\}$. Для каждого ММП P приведем расчет значений критериев в таблице 3.

В отличие от первой ситуации, в текущем примере расчет Парето-оптимальных решений сводится к учету $f_1(P)$, $f_2(P)$ и $f_4(P)$. Ни один из мультимодальных пакетов не доминирует, поэтому все предложенные маршруты являются Парето-оптимальным $MMR(v_1, v_5) = \{P_1, P_2, P_3, P_4\}$.

Таблица 3 – Значение функций мультимодальных пакетов для второго примера

Table 3 – Values of multimodal package functions for the second example

Пакет	$f_1(P) = C(P)$, руб.	$f_2(P) = T(P)$, ч	$f_3(P) = N_{tr}(P)$	τ на рейсах	$f_4(P) = S(P)$
P_1	250	4,0	1	{ЖД, ЖД}	0
P_2	190	4,5	1	{ЖД, Авто}	1
P_3	170	3,5	1	{Авто, Авто}	2
P_4	420	2,7	1	{Авиа, Авиа}	0

Для анализа компромиссных решений выполнена визуализация фронта Парето (рисунок 3) в проекции критериев стоимости, времени и штрафа на языке программирования Python и библиотеки Matplotlib. Вычисление и анализ Парето-оптимальных решений осуществлялись согласно векторной целевой функции $f(P)$ без применения специализированных оптимизационных пакетов. Точки, выделенные на графиках маркерами, соответствуют Парето-оптимальным решениям для каждого из примеров. Для повышения наглядности представления результатов на рисунке 3, b -г дискретное множество Парето-оптимальных решений дополнительно отображено с использованием полиномиальной аппроксимации. Пусть в выбранной проекции пространства критериев заданы Парето-оптимальные точки $\{(x_i, y_i)\}_{i=1}^K$, где x_i и y_i соответствуют значениям двух критериев для маршрута P_i . Сглаженная аппроксимация строится в виде полинома степени $d = \min(3, K - 1)$:

$$\hat{y}(\xi) = \sum_{k=0}^d a_k \xi^{d-k},$$

где коэффициенты a_k определяются методом наименьших квадратов по дискретному множеству Парето-оптимальных точек. Выбор полинома низкой степени обусловлен дискретной природой фронта Парето, малым числом Парето-оптимальных решений в каждой проекции и необходимостью получения гладкого визуального представления без введения дополнительных параметров модели. Следует подчеркнуть, что данная аппроксимация используется исключительно в иллюстративных целях и не подменяет собой фронт Парето, который в стро-

гом смысле определяется как конечное множество Парето-оптимальных точек либо как ломаная линия, соединяющая эти точки.

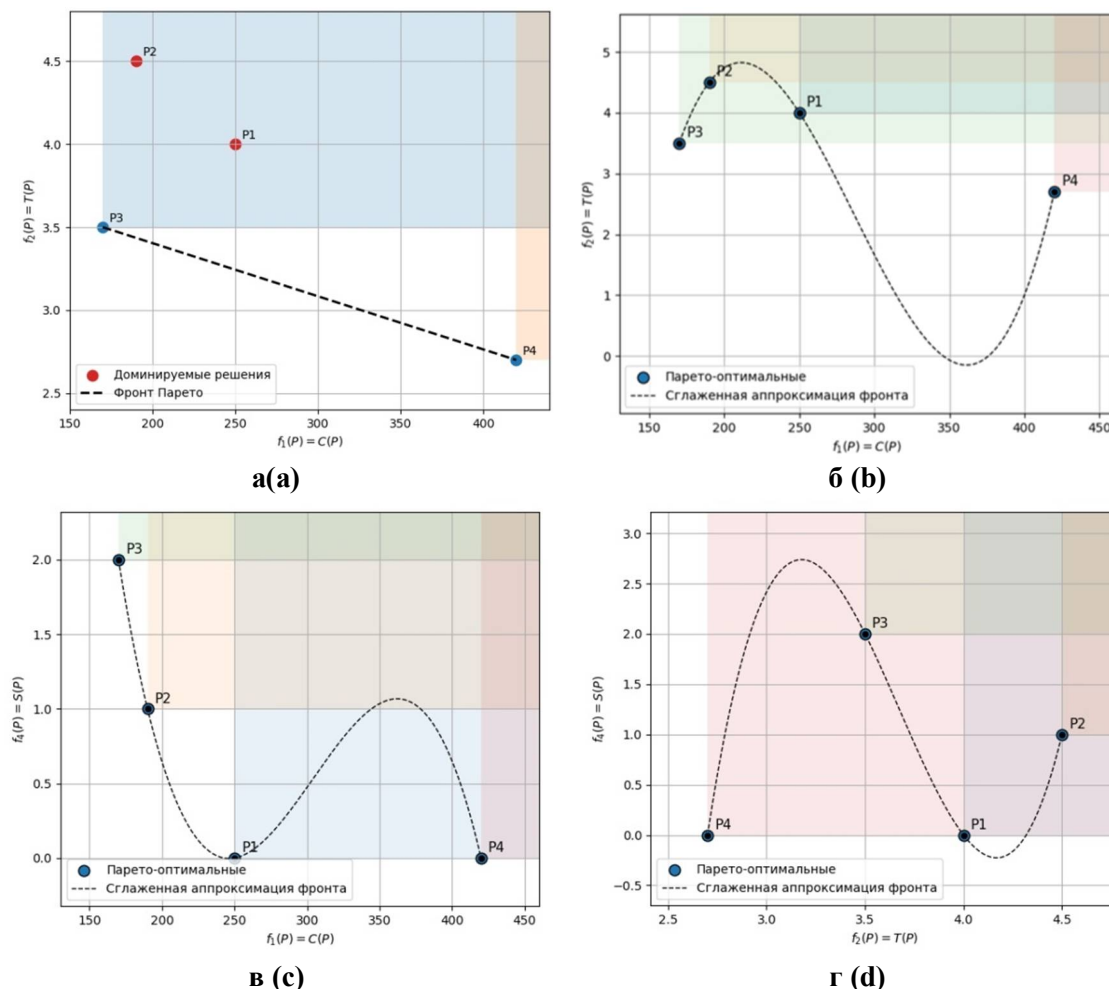


Рисунок 3 – Визуализация Парето-решений в пространстве критериев:
а – стоимость и время в пути для примера 1; б – стоимость и время в пути для примера 2;
в – стоимость и штраф для примера 2; г – время в пути и штраф для примера 2
Figure 3 – Visualization of Pareto-optimal solutions in criteria space:
a – cost and travel time for Example 1; b – cost and travel time for Example 2;
c – cost and penalty for Example 2; d – travel time and penalty for Example 2

Проведенный Парето-анализ подтвердил корректность многокритериальной постановки задачи и показал, что множество мультимодальных пакетов адекватно отражает компромиссы между конфликтующими детерминированными критериями.

Заключение

В статье разработана детерминированная многокритериальная математическая модель формирования мультимодальных маршрутов в МТС. Показано, что использование Парето-оптимальности позволяет корректно учитывать конфликтующие критерии без их предварительной агрегации и формировать множество компромиссных решений. Результаты вычислительного моделирования подтверждают применимость модели для анализа и поддержки принятия решений в МТС. Предложенный подход является универсальным и может быть расширен за счет введения дополнительных критериев ММП и применения альтернативных методов оптимизации, включая использование нейронных сетей, что открывает перспективы применения модели в интеллектуальных системах поддержки принятия решений.

Библиографический список

1. **Rodrigue J.-P.** The Geography of Transport Systems [Электронный ресурс]. Монреаль: Hofstra University, 2025. URL: <https://transportgeography.org> (дата обращения: 20.12.2025).
2. Транспортная стратегия Российской Федерации до 2030 года с прогнозом до 2035 года: утв. распоряжением Правительства Российской Федерации от 27 нояб. 2021 г. № 3363-р.
3. **Перепелкин Д.А., Виниченко А.В.** Современные автоматизированные системы построения мультимодальных пассажирских перевозок // Новые информационные технологии в научных исследованиях: НИТ-2025: материалы XXX Всерос. науч.-техн. конф. студентов, молодых ученых и специалистов. Рязань, 2025. Т. 1. С. 228-229.
4. **Deineko E., Jungnickel P., Kehrt C.** Learning-Based Optimisation for Integrated Problems in Intermodal Freight Transport: Preliminaries, Strategies, and State of the Art // Applied Sciences. 2024. Т. 14, № 19. С. 8642.
5. **Ma Z., Zhang P.** Individual mobility prediction review: Data, problem, method and application // Multimodal Transportation. 2022. Т. 1. С. 100002.
6. **Deb K.** Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms. Chichester: John Wiley & Sons, 2001. p. 497.
7. **Перепелкин Д.А., Нгуен В.Т.** Нейросетевая многопутевая маршрутизация в программно-конфигурируемых сетях на основе алгоритмов оптимизации муравьиной колонии // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2024. № 89. С. 39-55.
8. **Перепелкин Д.А., Сапрыкин А.Н., Тихонов А.А.** Многопоточная реализация генетического алгоритма для многокритериальной QoS-маршрутизации в программно-конфигурируемых сетях // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2025. № 94. С. 68-84.
9. **Перепелкин Д.А., Анисимов К.В.** Модифицированный алгоритм парных переходов в программно-конфигурируемых сетях на основе нечеткой логики // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2023. № 86. С. 54-62.
10. **Корячко В.П., Перепелкин Д.А., Иванчикова М.А.** Основы проектирования мультипривайдерных компьютерных сетей : учеб. пособие. М.: Горячая линия–Телеком, 2024. С. 144.
11. **Милославская С.В., Плужников К.И.** Мультимодальные и интермодальные перевозки: учеб. пособие. М.: РосКонсульт, 2001. С. 368.
12. **Малахова Т.А.** Методика организации мультимодальных пассажирских перевозок: дис. канд. техн. наук: 2.9.4. СПб.: ПГУПС им. Александра I, 2023. С. 156.
13. **Корячко В.П., Курейчик В.М., Норенков И.П.** Теоретические основы САПР. М.: Энергоатомиздат, 1987. С. 400.

UDC 519.876:656.072

DETERMINISTIC MATHEMATICAL MODEL TO FORM MULTIMODAL ROUTE PACKAGES IN TRANSPORT NETWORKS

D. A. Perepelkin, Dr. in technical sciences, full professor, Dean, the Faculty of Computer Engineering, RSREU, Ryazan, Russia;

orcid.org/0000-0003-4775-5745, e-mail: perepelkin.d.a@rsreu.ru

A. V. Vinichenko, post-graduate student, RSREU, Ryazan, Russia;

orcid.org/0009-0004-6373-1764, e-mail: avinichenko88@gmail.com

The paper considers the problem of forming route packages in multimodal transport networks (MTNs) under conflicting optimality criteria. A deterministic mathematical model is proposed, based on MTN graph representation and vector-valued objective function that includes cost-related, time-related, and structural characteristics of routes. To analyze trade-off solutions, a Pareto-based multi-objective optimization approach is employed. Computational modeling and visualization of Pareto fronts are performed, making it possible to analyze the influence of constraints and penalty functions on the set of feasible solutions. The obtained results confirm the correctness of the proposed model and its applicability for decision support in MTNs.

Keywords: multimodal transport network, multimodal passenger transportation, multimodal route package, transport segment, mathematical model, multi-objective optimization, Pareto optimality.

DOI: 10.21667/1995-4565-2026-95-148-157

References

1. **Rodrigue J.-P.** The Geography of Transport Systems [Electronic resource]. Montreal: *Hofstra University*, 2025. Available at: <https://transportgeography.org> (accessed 20.12.2025).
2. Transportnaya strategiya Rossiyskoy Federatsii do 2030 goda s prognozom do 2035 goda (Transport Strategy of the Russian Federation up to 2030 with a forecast up to 2035). *Approved by Order of the Government of the Russian Federation no. 3363-r*. Nov. 27, 2021. (in Russian).
3. **Perepelkin D.A., Vinichenko A.V.** Sovremennye avtomatizirovannye sistemy postroeniya mul'timodal'nyh passazhirskih perevozok. *Novye informacionnye tehnologii v nauchnyh issledovaniyah: NIT-2025: materialy XXX Vseros. nauch.-tehn. konf. studentov, molodyh uchenykh i specialistov*. 2025, vol. 1, pp. 228-229. (in Russian).
- 4 **Deineko E., Jungnickel P., Kehrt C.** Learning-Based Optimisation for Integrated Problems in Intermodal Freight Transport: Preliminaries, Strategies, and State of the Art. *Applied Sciences*. 2024, vol. 14, no. 19, article 8642.
5. **Ma Z., Zhang P.** Individual mobility prediction review: Data, problem, method and application. *Multimodal Transportation*. 2022, vol. 1, article 100002.
6. **Deb K.** Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms. *Chichester: John Wiley & Sons*. 2001, p. 497.
7. **Perepelkin D.A., Nguen V.T.** Nejrosetevaja mnogoputevaja marshrutizacija v programmno-konfiguriruemym setjah na osnove algoritmov optimizacii murav'inoj kolonii. *Vestnik Ryazanskogo gosudarstvennogo radiotekhnicheskogo universiteta*. 2024, no. 89, pp. 39-55. (in Russian).
8. **Perepelkin D.A., Saprykin A.N., Tihonov A.A.** Mnogopotchnaja realizacija geneticheskogo algoritma dlja mnogokriterial'noj QoS-marshrutizacii v programmno-konfiguriruemym setjah. *Vestnik Ryazanskogo gosudarstvennogo radiotekhnicheskogo universiteta*. 2025, no. 94, pp. 68-84. (in Russian).
9. **Perepelkin D.A., Anisimov K.V.** Modificirovannyj algoritm parnyh perehodov v programmno-konfiguriruemym setjah na osnove nechetkoj logiki. *Vestnik Ryazanskogo gosudarstvennogo radiotekhnicheskogo universiteta*. 2023, no. 86, pp. 54-62. (in Russian).
10. **Koryachko V.P., Perepelkin D.A., Ivanchikova M.A.** Osnovy proektirovaniya mul'tiprovajdernih komp'yuternykh setej. M.: *Gorjachaja linija*, 2024. 144 p. (in Russian).
11. **Miloslavskaja S.V., Pluzhnikov K.I.** Mul'timodal'nye i intermodal'nye perevozki (Multimodal and intermodal transportation): ucheb. posobie. M.: *RosKonsul't*. 2001, p. 368. (in Russian).
12. **Malahova T.A.** Metodika organizacii mul'timodal'nyh passazhirskih perevozok: *dis. kand. tehn. nauk*: 2.9.4. SPb.: PGUPS im. Aleksandra I, 2023, p. 156. (in Russian).
13. **Koryachko V.P., Kurejchik V.M., Norenkov I.P.** Teoreticheskie osnovy SAPR. M.: *Jenergoatomizdat*. 1987, p. 400. (in Russian).