

УДК 004.724

ПРИМЕНЕНИЕ ВЕКТОРНОЙ АВТОРЕГРЕССИОННОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА ЭНЦЕФАЛОГРАММ

В. Г. Андреев, д.т.н., доцент, профессор кафедры РТС РГРТУ, Рязань, Россия;
orcid.org/0000-0003-3059-3532, e-mail: andrejev.v.g@rsreu.ru

В. А. Белокуров, д.т.н., доцент, профессор кафедры РТС РГРТУ, Рязань, Россия;
orcid.org/0000-0002-8893-550X, e-mail: belokurov.v.a@rsreu.ru

Н. В. Белокурова, к.м.н. ассистент кафедры нервных болезней РязГМУ, Рязань, Россия;
e-mail: nvbelokurova@mail.ru

Рассматривается задача оценивания спектральной плотности мощности биологических сигналов. Предложено использовать для оценки спектральной плотности мощности векторную авторегрессионную модель. Предложено использовать для оценки порядка модели критерий минимума первого коэффициента автокорреляции на выходе обесцвечивающего фильтра. Цель работы заключается в исследовании возможности вычисления спектральной плотности мощности сигналов энцефалограмм при помощи векторной авторегрессионной модели. Показано, что порядок модели зависит не только от количества используемых отводов энцефалограмм, но также и от расположения отведений на голове пациента. Находится зависимость между порядком выбранной модели векторной авторегрессии и величиной коэффициентов автокорреляции обесцвеченного процесса. Рассмотрено влияние увеличения количества сигналов с отводов на порядок выбранной модели. Показано, что порядок модели лежит в диапазоне от 5 до 14 при числе используемых отводов от 4 до 12. Тестирование предложенного алгоритма данных производится по реальным данным электроэнцефалограмм.

Ключевые слова: электроэнцефалограмма, альфа-ритм, нестационарность, спектральная плотность мощности, векторная авторегрессионная модель, оценка спектральной плотности мощности случайного процесса.

DOI: 10.21667/1995-4565-2026-95-186-191

Введение

В настоящее время в медицине широко применяются технические средства анализа и диагностики различных биологических сигналов и их совокупностей. К числу таких сигналов относятся процессы, представляющие собой результат биоэлектрической активности головного мозга и называемые электроэнцефалограммами (ЭЭГ). Конечной целью цифровой обработки подобных сигналов является формирование заключения, адекватного либо наличию заболевания, либо нормальному состоянию исследуемого пациента. Данная область цифровой обработки биологических сигналов называется [1] вычислительной ЭЭГ.

В работе [1] сравниваются существующие методы цифровой обработки биологических сигналов, используемых в вычислительной ЭЭГ, среди которых выделяют:

- непараметрический спектральный анализ сигналов ЭЭГ [2];
- оценку когерентности ЭЭГ [3];
- корреляционный анализ сигналов ЭЭГ [4].

При анализе данных о биологической активности головного мозга в различных областях неврологии и психиатрии решаются разнообразные задачи, которые основаны на анализе колебаний в различных частотных диапазонах.

Традиционно ЭЭГ выделяют следующие частотные диапазоны [5]:

- 8...13 Гц называется α -ритмом. Сигналы в данном диапазоне регистрируются во всех отведениях в состоянии покоя и с закрытыми глазами пациента;

– 14...35 Гц называется β -ритмом. Колебания данного диапазона наиболее выражены в лобных долях. Данный ритм фиксируется при умственной работе, кроме того, учитывается открытие и закрытие глаз пациента во время моргания;

– 4...7 Гц называется θ -ритмом. Колебания в данном диапазоне наблюдаются в состоянии неглубокого сна;

– 0,5...3 Гц называется δ -ритмом. Колебания в данном диапазоне наблюдаются при глубоком сне.

Цель работы состоит в исследовании возможности применения векторной авторегрессионной модели для анализа спектральной плотности мощности (СПМ) сигналов α -ритма с различных отводов ЭЭГ. Для анализа используются сигналы, записанные с электродов, установленных по схеме [1] «10-20». Порядок модели выбирается на основе анализа коэффициентов автокорреляции процесса на выходе обесцараживающего фильтра с конечной импульсной характеристикой, формируемой из матричных коэффициентов авторегрессии векторной модели. Использование векторной авторегрессионной модели для анализа СПМ ритмов ЭЭГ позволяет расширить потенциал когерентного анализа сигналов ЭЭГ с возможностью оценивания направленного влияния подкорковых отделов мозга друг на друга при межкорковом взаимодействии с точки зрения причинно-следственных отношений.

Теоретическая часть

Для получения электроэнцефалограмм используется международная схема установки электродов в 16-ти точках [4]. Поступающие по M отводам сигналы ЭЭГ представим в виде M -мерного векторного процесса:

$$\mathbf{X} = [\mathbf{x}_0; \mathbf{x}_1; \dots; \mathbf{x}_T-1], \quad (1)$$

где каждый элемент вектора \mathbf{x}_t представляет собой M -мерный вектор отсчётов ЭЭГ в t -й момент времени: $\mathbf{x}_t = \{x_{i,t}\}_{i=0}^{M-1}$; $x_{i,t}$ – значение в i -м канале в момент времени t ; T – количество векторных отсчётов.

Отсчёты \mathbf{x}_t в t -й момент времени подвергаются предварительной обработке:

- выделение из сигнала составляющих одного из возможных ритмов;
- удаление из сигналов артефактов, в частности обусловленных морганием глаз.

В зависимости от необходимости анализа спектральных плотностей мощности в различных отводах число M может меняться.

В работе [6] указано, что сигналы ЭЭГ являются нестационарными. По этой причине данные отсчёты делятся на эпохи, в рамках которых сигналы представляются стационарными.

С математической точки зрения в рамках линейной модели авторегрессии текущий отсчёт \mathbf{x}_t имеет вид [7]:

$$\mathbf{x}_t = \sum_{k=1}^p \mathbf{A}_k \mathbf{x}_{t-k} + \boldsymbol{\varepsilon}_t, \quad (2)$$

где $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ – M -мерный вектор-столбец реализации ошибки линейного предсказания в момент времени t ; \mathbf{A}_k – $(M \times M)$ -мерная матрица k -го коэффициента линейного предсказания. Процесс $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ представляет собой некоррелированный шум.

Введем следующее обозначение:

$$\mathbf{A} = [\mathbf{A}_1; \mathbf{A}_2; \dots; \mathbf{A}_k; \dots; \mathbf{A}_p], \quad (3)$$

$(M \times pM)$ -мерная матрица, которая состоит из p матриц \mathbf{A}_k с неизвестными коэффициентами линейного предсказания и называется матричным коэффициентом векторной авторегрессии.

С учётом (3) выражение (2) можно представить в виде:

$$\mathbf{x}_t = \mathbf{A} \tilde{\mathbf{x}}_{t-1} + \boldsymbol{\varepsilon}_t, \quad (4)$$

где $\tilde{\mathbf{x}}_{t-1}$ представляет собой pM -мерный вектор, который содержит $t-p$ предыдущих значений процесса \mathbf{X} (1). Вектор $\tilde{\mathbf{x}}_{t-1}$ может быть представлен в виде:

$$\tilde{\mathbf{x}}_{t-1}^T = [\mathbf{x}_{t-1}^T; \mathbf{x}_{t-2}^T; \dots; \mathbf{x}_{t-k}^T; \dots; \mathbf{x}_{t-p}^T].$$

Умножим справа обе части выражения (4) на вектор-строку $\tilde{\mathbf{x}}_{t-1}^{T*}$:

$$\mathbf{x}_t \tilde{\mathbf{x}}_{t-1}^{T*} = \mathbf{A} \tilde{\mathbf{x}}_{t-1} \tilde{\mathbf{x}}_{t-1}^{T*} + \boldsymbol{\varepsilon}_t \tilde{\mathbf{x}}_{t-1}^{T*}, \quad (5)$$

* – знак комплексного сопряжения. Комплексность сигналов рассматривается как обобщение, а при действительных процессах комплексное сопряжение делать нет необходимости.

Усреднив выражение (5) по времени t , получим уравнение вида

$$\mathbf{k} = \mathbf{A} \mathbf{K} + \mathbf{0},$$

где \mathbf{k} – $(M \times pM)$ -мерная автокорреляционная матрица процесса \mathbf{X} ; $\mathbf{0}$ – $(M \times pM)$ -мерная нулевая матрица; \mathbf{K} – $(pM \times pM)$ -мерная корреляционная матрица процесса \mathbf{X} . Матрица \mathbf{K} является теплицевой и эрмитовой, она имеет блочный вид:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_0 & \mathbf{K}_1 & \dots & \mathbf{K}_{p-1} \\ \mathbf{K}_1^{T*} & \mathbf{K}_0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \mathbf{K}_1 \\ \mathbf{K}_{p-1}^{T*} & \dots & \mathbf{K}_1^{T*} & \mathbf{K}_0 \end{bmatrix},$$

где квадратные $(M \times M)$ -мерные матрицы \mathbf{K}_k , $k=0,1,\dots,p-1$, представляют собой обобщённые матричные коэффициенты ковариации k -го порядка. В свою очередь, матрица \mathbf{K}_k может быть представлена в виде:

$$\mathbf{K}_k = \begin{bmatrix} K_{0,0k} & \dots & K_{0,mk} & \dots & K_{0,M-1k} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ K_{m,0k} & \dots & K_{m,mk} & \dots & K_{m,M-1k} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ K_{M-1,0k} & \dots & K_{M-1,mk} & \dots & K_{M-1,M-1k} \end{bmatrix},$$

где $K_{j,mk}$ – коэффициент ковариации k -го порядка между j -м и m -м процессами, $j, m=0,1,\dots,M-1$. Данные процессы формируют векторный процесс \mathbf{X} (1). В случае $j=m$ коэффициент $K_{j,mk}$ представляет собой автоковариационный коэффициент k -го порядка m -го процесса.

Автоковариационная матрица \mathbf{k} имеет вид:

$$\mathbf{k} = [\mathbf{K}_1 \mid \mathbf{K}_2 \mid \dots \mid \mathbf{K}_p].$$

Мерность матрицы \mathbf{k} равна $(M \times pM)$.

Решая уравнение [8]

$$\mathbf{A} = \mathbf{K}^{-1} \mathbf{k},$$

получаем всю группу \mathbf{A} матричных $(M \times M)$ -мерных коэффициентов \mathbf{A}_k (3) векторной авторегрессионной линейной модели.

Матрица \mathbf{P} дисперсий M -мерного возбуждающего шума находится согласно выражению [9]:

$$\mathbf{P} = [\mathbf{I}; -\mathbf{A}] \begin{bmatrix} \mathbf{K}_0 \\ \mathbf{k}^{T*} \end{bmatrix},$$

где \mathbf{I} – $(M \times M)$ -мерная единичная матрица.

Порядок векторной авторегрессионной модели оценивается на основе минимизации первого коэффициента автоковариации обелённого процесса:

$$\hat{p} = \min_p K_p, \quad (6)$$

где K_p – коэффициент автокорреляции первого порядка на выходе обеляющего векторного фильтра с конечной импульсной, сформированной из единичной матрицы \mathbf{I} и матричных $(M \times M)$ -мерных коэффициентов \mathbf{A}_k .

Экспериментальные исследования

Рассмотрим эффективность применения векторной авторегрессионной модели для оценки СПМ энцефалограмм. Базы данных с записями реальных ЭЭГ взяты из открытых источников. Каждая запись представляет собой массивы выборок с АЦП с отводов: $F_7, F_3, F_4, F_8, T_3, C_3, C_2, C_4, T_4, T_5, P_3, P_2, P_4, T_6, O_1, O_2$. Частота дискретизации 250 Гц. Число отсчётов в каждом отводе $N = 300$. Число отводов M меняется в диапазоне от 2 до 8.

На начальном этапе производится предварительная обработка:

- выделение в сигналах каждого из отводов процессов, соответствующих α -ритму;
- удаление в сигналах каждого из отводов артефактов.

В работе [10] порядок p модели выбирается фиксированным и не зависит от данных, а определяется числом используемых отводов ЭЭГ M и количеством отсчётов в каждом отводе. Это приводит к тому, что в оценённой СПМ могут появиться ложные пики [9].

В таблице 1 представлены значения порядков векторной авторегрессионной модели для различных записей и M отводов. Порядок p модели выбирается на основе критерия минимума коэффициента автокорреляции первого порядка K_p (6) на выходе обеляющего фильтра.

Таблица 1– Значения порядков векторной авторегрессионной модели для различных записей при различном числе отводов

Table 1 – Vector autoregressive model order values for different records with different numbers of taps

Запись	$M = 3$ Отводы: O_1, F_3, F_4	$M = 4$ Отводы: O_1, F_3, F_4, T_5	$M = 5$ Отводы: O_1, F_3, F_4, F_7, F_8
1	$p = 13$	$p = 11$	$p = 9$
2	$p = 6$	$p = 6$	$p = 6$
3	$p = 5$	$p = 5$	$p = 7$

Анализ данных таблицы 1 показывает, что при увеличении M порядок p модели может как уменьшаться (запись 1), так и увеличиваться (запись 3), что надлежит учитывать при спектральном анализе.

На рисунке 1 показаны результаты спектрального анализа, использованного для оценки СПМ $S(f)$ в отводе F_3 . Спектральные плотности $S(f)$ нормированы к своим максимальным значениям. Введены следующие обозначения: f – частота колебаний энцефалограммы; S_{F_3} – оценка спектральной плотности в отводе F_3 , построенная при помощи скалярной ($M = 1$) авторегрессионной модели шестого порядка ($p = 6$) (сплошная жирная линия); S_{F_3, F_7} – оценка спектральной плотности в отводе F_3 , построенная при помощи векторной авторегрессионной модели шестого порядка с учётом сигнала в отводе F_7 ($p = 6, M = 2$) (сплошная тонкая линия); S_{F_3, F_7, F_4, F_8} – оценка спектральной плотности в отводе F_3 , построенная при помощи векторной авторегрессионной модели восьмого порядка ($p = 8$) с учётом сигналов в отводах F_7, F_4, F_8 ($M = 4$) (пунктирная линия).

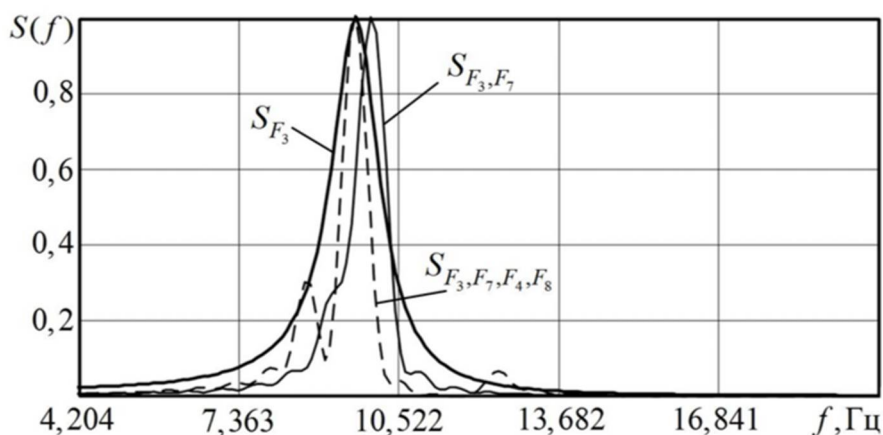


Рисунок 1 – Спектральная плотность мощности в отводе F_3
Figure 1 – Power spectral density in tap F_3

Анализ данных, представленных на рисунке 1, позволяет сделать вывод, что использование при оценке спектральной плотности мощности сигналов с нескольких отводов позволяет более детально оценить спектральный состав сигналов энцефалограмм, порядок p модели при этом целесообразно, как показали эксперименты, оптимизировать по критерию (6).

Заключение

В статье рассмотрена возможность применения векторного авторегрессионного анализа для оценки спектральной плотности мощности колебаний, соответствующих α -ритму (диапазон частот 8...13 Гц). Оценка порядка p модели на основе критерия (6) минимума первого коэффициента K_p автокорреляции обелённого процесса показывает, что порядок модели p зависит не только от числа M используемых отводов энцефалограмм [10], а также и от расположения отведений на голове пациента. Отметим, что порядок p модели лежит в диапазоне от 5 до 14 при числе используемых отводов от 4 до 12.

Библиографический список

1. Кулаичев А.П. Компьютерная электрофизиология и функциональная диагностика. М.: ИНФРА-М, 2018, 469 с.
2. Кулаичев А.П. Некоторые методические проблемы частотного анализа ЭЭГ // Журн. высш. нерв. деят. 1997. № 5. С. 918-926.
3. Кулаичев А.П. Об информативности когерентного анализа // Журн. высш. нерв. деят. 2009. № 6. С. 766-775.
4. Иванов Л.Б. Прикладная компьютерная электроэнцефалография. М.: Научная фирма «МБН». 2000. 252 с.
5. Зенков Л.Р., Ронкин М.А. Функциональная диагностика нервных болезней. М.: Медицина. 1991. 640 с.
6. Каплан А.Я. Нестационарность ЭЭГ: методологический и экспериментальный анализ // Успехи физиологических наук. 1998. № 3. С. 35-55.
7. Андреев В.Г. Спектральный анализ многочастотных отражений от вращающегося космического объекта методом дифференциальной электрофотометрии // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2016. № 56. С. 3-10.
8. Андреев В.Г., Белокуров В.А. Моделирование магнитометрических сигналов бесплатформенных инерциальных навигационных систем // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2013. № 43. С. 45-49.
9. Андреев В.Г., Кирьяков А.А. Векторный анализ процессов регуляции физиологических функций человека // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2010. № 4(34). С. 19-24.
10. Курганский А.П. Некоторые вопросы исследования корково-корковых функциональных связей с помощью векторной авторегрессионной модели многоканальной ЭЭГ // Журн. высш. нерв. деят. 2010. № 6. С. 740-759.

UDC 004.724

APPLICATION OF VECTOR AUTOREGRESSIVE MODEL FOR SPECTRAL ANALYSIS OF ENCEPHALOGRAMS

V. G. Andrejev, Dr. in technical sciences, full professor, RSREU, Ryazan, Russia;
orcid.org/0000-0003-3059-3532, e-mail: andrejev.v.g@rsreu.ru

V. A. Belokurov, Dr. in technical sciences, full professor, RSREU, Ryazan, Russia;
orcid.org/0000-0002-8893-550X, e-mail: belokurov.v.a@rsreu.ru

N. V. Belokurova, Ph.D. (medical sciences), assistant, RSMU, Ryazan, Russia;
e-mail: hoanglong2410@gmail.ru

The problem of estimating spectral power density of biological signals is considered. A vector autoregressive model for estimating spectral power density is proposed. The criterion of minimum first autocorrelation coefficient at the output of whitening filter is proposed for estimating model order. The aim of the work is to investigate the feasibility of calculating spectral power density of encephalogram signals using a vector autoregressive model. The authors show that model order depends not only on the number of encephalogram leads used, but also on the location of the leads on the head. A relationship between the order of selected vector autoregression model and the magnitude of autocorrelation coefficients of whitening process is found. The effect of an increase in the number of signals from leads on the order of selected model is considered. The model order is shown to lie in the range from 5 to 14 for the number of leads used from 4 to 12. The proposed algorithm is tested using real EEG data.

Keywords: electroencephalogram, alpha rhythm, non-stationarity, power spectral density, vector autoregressive model, estimation of power spectral density of a random process.

DOI: 10.21667/1995-4565-2026-95-186-191

References

1. **Kulaichev A.P.** Computer Electrophysiology and Functional Diagnostics. Moscow: *INFRA-M*, 2018, 469 p.
2. **Kulaichev A.P.** Some Methodological Problems of EEG Frequency Analysis. *J. of Higher Nervous Activity*. 1997, no. 5, pp. 918-926.
3. **Kulaichev A.P.** On the Information Content of Coherent Analysis. *J. of Higher Nervous Activity*. 2009, no. 6, pp. 766-775.
4. **Ivanov L.B.** Applied Computer Electroencephalography. Moscow: Scientific Firm «MBN». 2000, 252 p.
5. **Zenkov L.R., Ronkin M.A.** Functional Diagnostics of Nervous Diseases. *Moscow: Medicine*. 1991. 640 p.
6. **Kaplan A.Ya.** EEG Non-stationarity: Methodological and Experimental Analysis. *Advances in Physiological Sciences*. 1998, no. 3. pp. 35-55.
7. **Andreev V.G.** Spectral Analysis of Multifrequency Reflections from a Rotating Space Object by Differential Electrophotometry. *Bulletin of the Ryazan State Radio Engineering University*. 2016, no. 56, pp. 3-10.
8. **Andreev V.G., Belokurov V.A.** Modeling Magnetometric Signals of Strapdown Inertial Navigation Systems. *Bulletin of the Ryazan State Radio Engineering University*. 2013, no. 43, pp. 45-49.
9. **Andreev V.G., Kiryakov A.A.** Vector analysis of the processes of regulation of human physiological functions. *Bulletin of the Ryazan State Radio Engineering University*. 2010, no. 4, Issue 34, pp. 19-24.
10. **Kurgansky A.P.** Some issues of studying cortical-cortical functional connections using a vector autoregressive model of multichannel EEG. *Zhurn. vyssh. nerv. deat*. 2010, no. 6, pp. 740-759.